Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta *za elektrotehniko*



ANTENE IN RAZŠIRJANJE VALOV

Založba
FE

MATJAŽ VIDMAR

Antene in razširjanje valov

Matjaž Vidmar

Ljubljana, 2020

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani

COBISS.SI-ID=26785027

ISBN 978-961-243-408-3 (pdf)

URL: http://antena.fe.uni-lj.si/literatura/ar.pdf

Recenzenta: prof. dr. Marko Munih, prof. dr. Tomaž Javornik
Založnik: Založba FE, Ljubljana
Izdajatelj: Fakuleta za elektrotehniko, Ljubljana
Urednik: prof. dr. Sašo Tomažič
1. elektronska izdaja

Vsebina

1. Kaj je to radio?	strani 1.1-14
2. Krogelne koordinate	strani 2.1-8
3. Osnovni viri sevanja	strani 3.1-12
4. Brezvrvična zveza	strani 4.1-17
5. Meritve anten	strani 5.1-22
6. Žične antene	strani 6.1-17
7. Huygensov izvor	strani 7.1-14
8. Valovodni lijaki	strani 8.1-12
9. Umetni dielektriki	strani 9.1-13
10. Zbiralna zrcala	strani 10.1-15
11. Skupine anten	strani 11.1-25
12. Polarizacija valovanja	strani 12.1-19
13. Toplotni šum	strani 13.1-18
14. Uklon valovanja	strani 14.1-15
15. Odboj valovanja	strani 15.1-24
16. Zemeljsko ozračje	strani 16.1-26
17. Večpotje in presih	strani 17.1-26

Zasnova učbenika

Še dobro se spomnim, kako sem pred mnogimi leti kot srednješolec na informativnem dnevu prvič obiskal Fakulteto za Elektrotehniko v Ljubljani. Takrat sem verjetno videl notranjosti več laboratorijev kot kdajkoli kasneje. Od vseh laboratorijev se mi je najbolj zameril prav laboratorij za antene čisto na vrhu novejše zgradbe. Preveč računanja in preveč meritev za premalo pomemben rezultat? Takrat še nisem vedel, da bom končal prav v laboratoriju za antene in nazadnje postal celo njegov predstojnik...

Kot srednješolca in radioamaterja me je privlačila zahtevna obdelava signalov v elektroniki, še posebno pri visokih frekvencah. Ko bi bil danes, čez skoraj pol stoletja, še enkrat srednješolec, bi me najverjetneje še bolj privlačila zahtevnost programske opreme v sodobnih telekomunikacijah. Antena ostaja v očeh tehnično zagrizenega srednješolca kot tudi marsikaterega načrtovalca sodobne elektronike samo kos žice oziroma nujno zlo, da radijska zveza sploh deluje.

Nikola Tesla ni znal razlikovati med statičnimi pojavi in razširjanjem valovanja. Poljudnoznanstvena literatura tega ne pozna niti danes! Radioamaterske knjige so večinoma omejene na površne opise pojavov v ionosferi pri razmeroma nizkih frekvencah radijskega spektra. Kot srednješolca me je presenetilo periodično nihanje jakosti sprejema UKV med sprehodom po gozdu. O presihu večpotja pri razširjanju radijskih valov niti danes še vedno nič v poljudnoznanstveni niti radioamaterski literaturi.

Velikost in obliko radijske antene določajo strogi zakoni elektrodinamike. Računalniškim hekerjem in industrijskim oblikovalcem je težko dopovedati, da integracija antene v mikročip ni možna. Načrtovanje anten zahteva poznavanje matematike, kar med hekerji in oblikovalci ni priljubljeno niti spoštovano. Meritev anten zahteva predvsem dosti prostora, česar trgovci z merilno opremo ne znajo prodajati.

Snov anten in razširjanja valov se na marsikateri visoki šoli ne predava (več) navkljub naraščajočemu pomenu elektromagnetne združljivosti (EMC). Nepoznavanje anten in razširjanja valov se preslika v pripadajočo zakonodajo, ki strogo predpisuje, kaj sme pošiljati oddajnik v umetno breme in kaj sme loviti sprejemnik iz laboratorijskega signal generatorja. O tem, kako naj se isti oddajnik in sprejemnik obnašata takrat, ko sta priključena na resnične antene, predpisi največkrat molčijo.

Kot študent sem imel priložnost spoznati oboje. Profesor Jožko Budin nam je razlagal hudo teorijo anten. Zagrizeni merilec Stanko Gajšek, inženir pri Iskra Elektrozveze, nam je pokazal, kako sploh pravilno izmeriti kakšno

anteno. Prav slednjemu gre zahvala, da je teorija profesorjevih predavanj in številnih teoretskih knjig o antenah končno zaživela. Na prvi pogled nepomembne podrobnosti iz teorije omogočajo najrazličnejše meritve lastnosti anten.

Profesor Budin je napisal več vrhunskih učbenikov o antenah in razširjanju radijskih valov v slovenskem jeziku: Antene: teorija, naprave, merjenja (1968), Razširjanje radijskih valov (1975) in Poglavja iz teorije anten (1979). Teorija iz teh učbenikov je popolnoma veljavna še danes. V pol stoletja so se spremenile zahteve za učbenik, predvsem naraščajoča nepotrpežljivost bralcev, ki zahtevajo privlačno besedilo in hiter rezultat. Hkrati se je področje snovi razširilo, kar zahteva žaganje suhih vej oziroma odstranjevanje neplodnih izpeljav.

Sodoben učbenik predvsem ne sme zamegliti fizikalne slike z dolgoveznimi matematičnimi izpeljavami. Pri tem mora biti pisec sodobnega učbenika še posebno previden, da pri poenostavljanju izpeljav ne pokvari matematične natančnosti niti fizikalne jasnosti. Fizikalno sliko anten in razširjanja valov lahko dodatno razjasnijo povezave z drugimi področji fizike, predvsem z optiko. Sodoben učbenik morajo popestriti in pritegniti pozornost bralcev številni praktično uporabni zgledi, ki jih je danes bistveno več kot pred pol stoletja. Končno učbenik vpeljuje številne nove slovenske izraze.

Profesor Budin je živel in delal v srečni dobi poštenih inženirjev. Ko si je inženir zamislil nekaj novega, je najprej sam izpeljal pripadajoče enačbe, izdelal in natančno izmeril prototip, novost patentiral in nazadnje objavil članek oziroma iz srca napisal knjigo. Delo inženirja je bilo cenjeno in spoštovano. Objavljenim člankom in knjigam je profesor Budin lahko slepo zaupal. Primer takšnega učbenika je John Kraus: Antennas, prvi izdaji leta 1950 so sledili številni ponatisi in dopolnjene inačice.

Danes živimo v mračni dobi člankometrije. Pogosto ni smiselno narediti nič novega, ker tržniki niti recenzenti novosti ne razumejo. Patenti so področje dela velikih odvetniških pisarn mednarodnih družb. Ni pomembno, kaj je objavljeno, pač pa kje je objavljeno. Ni pomembno, kdo in zakaj citira, pač pa kolikokrat citira. Delo inženirja ni cenjeno niti spoštovano.

Danes (2020) marsikdaj članki in knjige vsebujejo neskladne rezultate oziroma so skregani z osnovnimi zakoni fizike. Če tri ali več različnih objav navaja isti sumljiv rezultat, pogosto vse vsebujejo isto prepisano napako... Sestavljanje učbenika danes zahteva podrobno obnavljanje vseh izpeljav in strogo preverjanje rezultatov v laboratoriju.

Zgleda dobrega sodobnega učbenika z uravnoteženim naborom snovi iz anten in razširjanja valov ne poznam, zato se nanj ne morem sklicevati. Pri

izbiri nabora snovi novega učbenika sem se oprl predvsem na več desetletij lastnih izkušenj iz dela na tem področju. Nabor snovi sem omejil na uporabne zglede, ki se jih da v učbeniku v celoti izpeljati in v laboratoriju preveriti z meritvami. Poleg teorije profesorja Budina sem uporabil tudi številne praktične izkušnje inženirja Gajška, ki niso nikjer napisane oziroma so globoko zakopane v gorah druge snovi.

Področje, ki sem ga zaradi obsežnosti namenoma izpustil, je računalniška simulacija anten in razširjanja valov. Osnove iz novega učbenika so seveda nujno potrebne za razumevanje delovanja in rezultatov računalniških simulacij. Povsem samoumevno novi učbenik zahteva primerno predznanje matematike, fizike, osnov elektrotehnike, meritev in elektrodinamike. Visokofrekvenčne prenosne vode, osnovne vire sevanja in nekaj preprostih anten sem namenoma natančno opisal že v učbeniku Elektrodinamika.

Učbenik je napisan in narisan z odprtokodnim programom OpenOffice ter preveden v PDF, da je v računalniški obliki dosegljiv čim širšemu krogu bralcev. Vse risbe so barvne in večinoma v vektorski obliki, kar poleg visoke kakovosti in preglednosti omogoča računalniško iskanje pojmov. Oznake v matematičnih izrazih (vektorski znak) so enake tistim, ki jih lahko narišem na tablo, torej brez nejasnosti mastnega tiska.

Skladno s privzetimi nastavitvami OpenOffice so spremenljivke v ležeči pisavi, merske enote pa v pokončni pisavi. Med številsko vrednostjo in mersko enoto iste veličine ni presledka, da so mešani izrazi konstant in spremenljivk nedvoumni. Končno bralca nočem obremenjevati z nepotrebnimi formalizmi brez vsebine, kot so oštevilčenje enačb oziroma slik, ki samo kradejo površino papirja oziroma zaslona.

Nastajajoči učbenik so še pred uradnima recenzentoma pregledali in v njemu iskali napake študentje pri predmetu Antene in razširjanje valov ter mladi raziskovalec Peter Miklavčič. Vsem gre zahvala ne samo za najdene napake, pač pa tudi za nejasnosti v mojem izvornem besedilu.

* * * * *

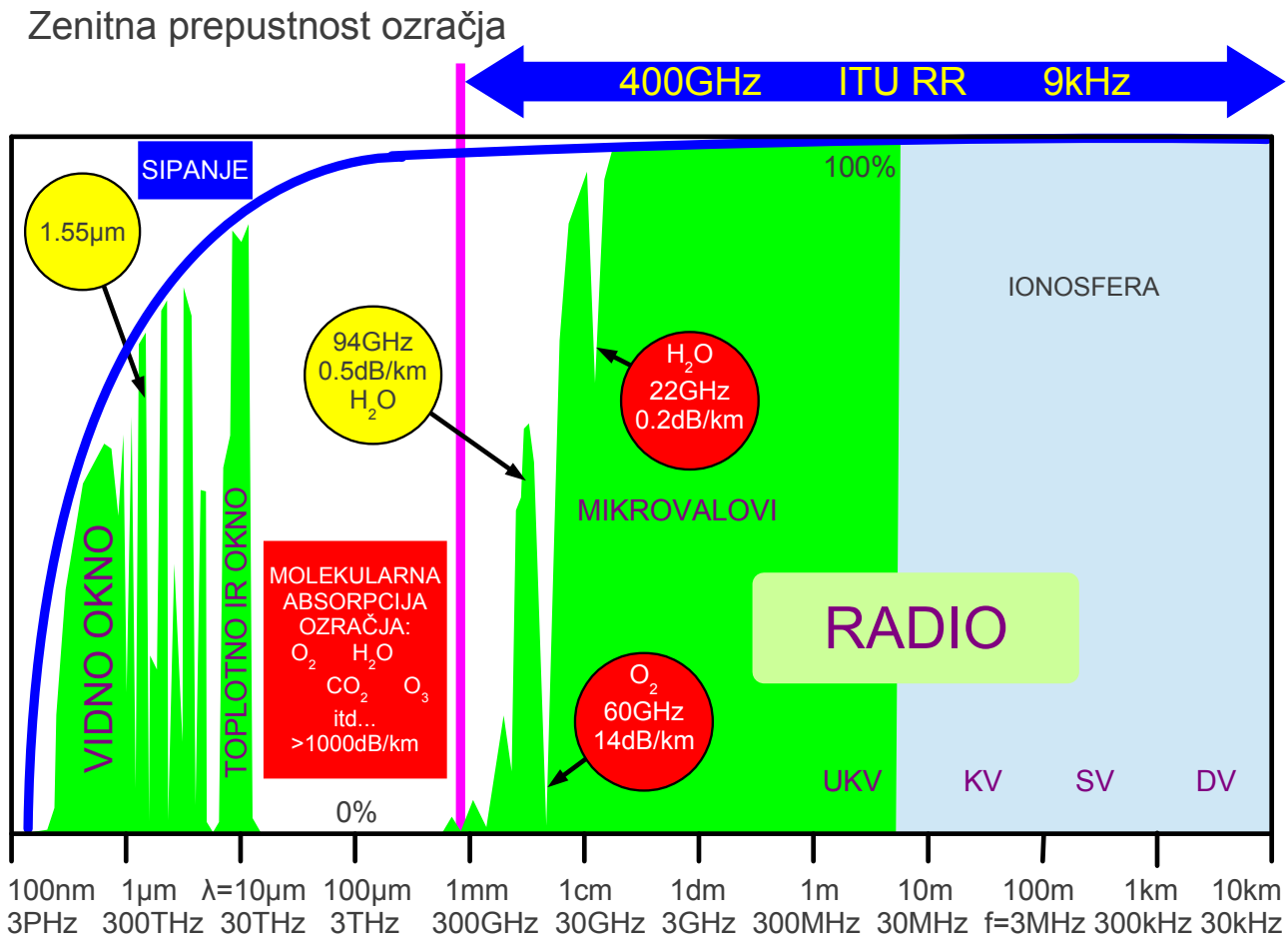
1. Kaj je to radio?

Biologija uči, da višje oblike življenja zmorejo poleg zmogljivejše obdelave podatkov tudi bolj izpopolnjeno daljinsko zaznavanje brez dotika in brezvrvično komunikacijo. Fizika postavlja obema, brezstičnemu daljinskemu zaznavanju in brezvrvični komunikaciji, podobne omejitve. Največji domet obeh omogočajo valovanja: zvočno valovanje v trdnih snoveh, tekočinah in plinih ter elektromagnetno valovanje, ki v povsem praznem prostoru dosega še večji domet kot v snovi. Različne oblike življenja sicer uporabljajo tudi statične fizikalne pojave za zaznavanje in komunikacijo, a je njihov domet občutno manjši od valovanj.

Za elektromagnetno valovanje je prisotnost snovi kvečjemu ovira. Naravni razvoj oblik življenja je izbral takšno elektromagnetno valovanje, za katero sta ozračje in morska voda razmeroma prozorna, primerna tipala in celo viri valovanja pa biološko izvedljivi: vidna svetloba in bližnja infrardeča svetloba. Nekatere oblike življenja uporabljajo tudi toplotno infrardeče valovanje v ozračju.

Čeprav so dosežki stotine milijonov let trajajočega naravnega razvoja zavidanja vredni, živa bitja uporabljajo le (razmeroma) ozek del spektra elektromagnetnega valovanja. Nekateri deli spektra elektromagnetnega valovanja so sicer popolnoma neuporabni za zaznavanje in komunikacijo. Nekateri so lahko življenju celo škodljivi, na primer ultravijolična svetloba, rentgenski in gama žarki. Končno, nekatere sicer uporabne dele spektra elektromagnetnega valovanja je naravni razvoj oblik življenja spregledal!

Radio je običajno ime za elektromagnetno valovanje določenih frekvenc oziroma valovnih dolžin, ki ga uporabljamo za brezstično daljinsko zaznavanje in brezvrvično komunikacijo. Radio je plod človeškega duha, ki ga je naravni razvoj oblik življenja spregledal. Mednarodni predpisi, natančneje ITU Radio Regulations, zahtevajo navajanje frekvenc in ne dovoljujejo uporabe valovnih dolžin. Po ITU Radio Regulations je radio definiran kot elektromagnetno valovanje v frekvenčnem pasu $9\text{kHz} \leq f \leq 400\text{GHz}$:



Naravne omejitve so zagotovo bolj samoumevne od zakonskih predpisov. Na frekvencah nad $f > 400\mathrm{GHz}$ je zemeljsko ozračje skoraj neprozorno za elektromagnetno valovanje. Frekvence pod $f < 100\mathrm{kHz}$ so komaj uporabne za komunikacije oziroma daljinsko zaznavanje zaradi izredno majhne razpoložljive pasovne širine. Hkrati nizke frekvence pomenijo zelo velike valovne dolžine, pri katerih je težko doseči pravo elektromagnetno sevanje, pač pa naprave izkoriščajo kapacitivni ali induktivni sklop bližnjega jalovega (statičnega) polja, kar ni ravno radio v ožjem pomenu besede.

Kljub temu se področje uporabnih radijskih frekvenc razprostira čez več kot sedem velikostnih razredov oziroma dosti več kot marsikateri drug fizikalni pojav. Končno postavljajo meje tudi praktične omejitve. Na spodnji frekvenčni meji radio potrebuje zelo velike oddajnike in sprejemnike. Na gornji frekvenčni meji se radio obnaša podobno vidni svetlobi: zahteva natančno usmerjanje oddajnikov in sprejemnikov ter postane občutljiv na ovire. Končno, v razponu sedmih velikostnih razredov frekvenc oziroma valovnih dolžin se lastnosti radia zelo spremenijo!

Vse do 19. stoletja fizika ni poznala povezav med navidez različnimi električnimi pojavi, magnetnimi pojavi in svetlobo. V prvi polovici 19. stoletja sta André-Marie Ampère (1826) in Michael Faraday (1831) odkrila povezavi

med električnimi in magnetnimi pojavi v obe smeri. Matematik Carl Friedrich Gauss je zakonitosti dopolnil z električnim pretokom.

V drugi polovici 19. stoletja so fizikalna odkritja uredili matematiki. James Clerk Maxwell (1861) je vse dotedanje znanje o elektriki in magnetiki združil v slovite enačbe, ki danes nosijo njegovo ime, čeprav jih je v danes znani obliki zapisal šele Oliver Heaviside dve desetletji za Maxwellom.

Radio uporabljamo na velikih razdaljah, kjer ne smemo zanemariti relativistike. Maxwellove enačbe zato zapišemo v obliki diferencialnih enačb, ki vsebujejo diferencialne operacije odvajanja v prostoru: vrtinčenje vektorskega polja $\mathrm{rot}\,\vec{A}=\nabla\times\vec{A}$ in izvornost vektorskega polja $\mathrm{div}\,\vec{A}=\nabla\cdot\vec{A}$. Reševanje enačb lahko zahteva še smerni odvod skalarnega polja $\mathrm{grad}\,V=\nabla V$.

Radio običajno deluje z razmeroma ozkopasovnimi signali $B\ll f$, ki jih v izračunih lahko ponazorimo s harmonskim signalom ene same krožne frekvence $\omega=2\pi f$. To dodatno poenostavi enačbe z zamenjavo časovnih odvodov $\partial/\partial t=j\omega$:

Elektromagnetika

Harmonske veličine:
$\partial/\partial t=j\omega$
$\omega\equiv$ *krožna frekvenca* $[\mathrm{rd/s}]$

$\vec{H}\equiv$ *magnetna poljska jakost* $\left[\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\right]$

$\vec{J}\equiv$ *gostota toka* $\left[\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}\right]$

Ampère: $\mathrm{rot}\,\vec{H}=\vec{J}+j\omega\epsilon\vec{E}$

$\vec{E}\equiv$ *električna poljska jakost* $\left[\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}\right]$

Faraday: $\mathrm{rot}\,\vec{E}=-j\omega\mu\vec{H}$

Gauss: $\mathrm{div}\,\epsilon\vec{E}=\rho$

$\rho\equiv$ *gostota elektrine* $\left[\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{m}^3}\right]$

$\epsilon\equiv$ *dielektričnost* $\left[\frac{\mathrm{As}}{\mathrm{Vm}}\right]\rightarrow\vec{D}=\epsilon\vec{E}$

$\mu\equiv$ *permeabilnost* $\left[\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}}\right]\rightarrow\vec{B}=\mu\vec{H}$

Poynting: $\vec{S}=\frac{1}{2}\vec{E}\times\vec{H}^{*}\equiv$ *gostota pretoka moči* $\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}\right]$

$k=\frac{\omega}{v}=\omega\sqrt{\mu\epsilon}$

$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\vec{J}(\vec{r}\,')\frac{\mathrm{e}^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dV'\equiv$ *vektorski potencial* $\left[\frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{m}}\right]$

$\vec{H}=\frac{1}{\mu}\mathrm{rot}\,\vec{A}$

$V(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\epsilon}\int_{V'}\rho(\vec{r}\,')\frac{\mathrm{e}^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dV'\equiv$ *skalarni potencial* $[\mathrm{V}]$

$\vec{E}=-j\omega\vec{A}-\mathrm{grad}\,V$

Radio večinoma uporabljamo v zemeljskem ozračju na frekvencah, pri katerih se zemeljsko ozračje obnaša skoraj kot prazen prostor $\epsilon \approx \epsilon_0$ in $\mu \approx \mu_0$. Ker sta dielektričnost in permeabilnost preprosti skalarni konstanti, gostote električnega pretoka $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ in gostote magnetnega pretoka $\vec{B} = \mu \vec{H}$ pri radiu v enačbah posebej ne navajamo, saj sta preprosto izračunljivi.

Maxwellov učenec John Henry Poynting je leta 1884 opisal pretok elektromagnetne moči. Pripadajoči vektor gostote moči $\vec{S} = 1/2 \vec{E} \times \vec{H}^*$ vsebuje za vršne vrednosti harmonskih veličin v enačbi polovico in konjugirano-kompleksno vrednost magnetne poljske jakosti povsem enakovredno kompleksni električni moči $P = 1/2 U I^*$!

Hkrati z osnovnimi enačbami elektromagnetnega polja so bila razvita tudi računska orodja. Čeprav je skalarni potencial in vektorski potencial vpeljal že Maxwell, šele premišljena izbira izvornosti vektorskega potenciala $\operatorname{div} \vec{A} = -j\omega\mu\epsilon V$ (Ludvig Lorenz 1888) omogoča uporaben zapis enačb za izračun zakasnjenih potencialov (angleško: retarded potentials).

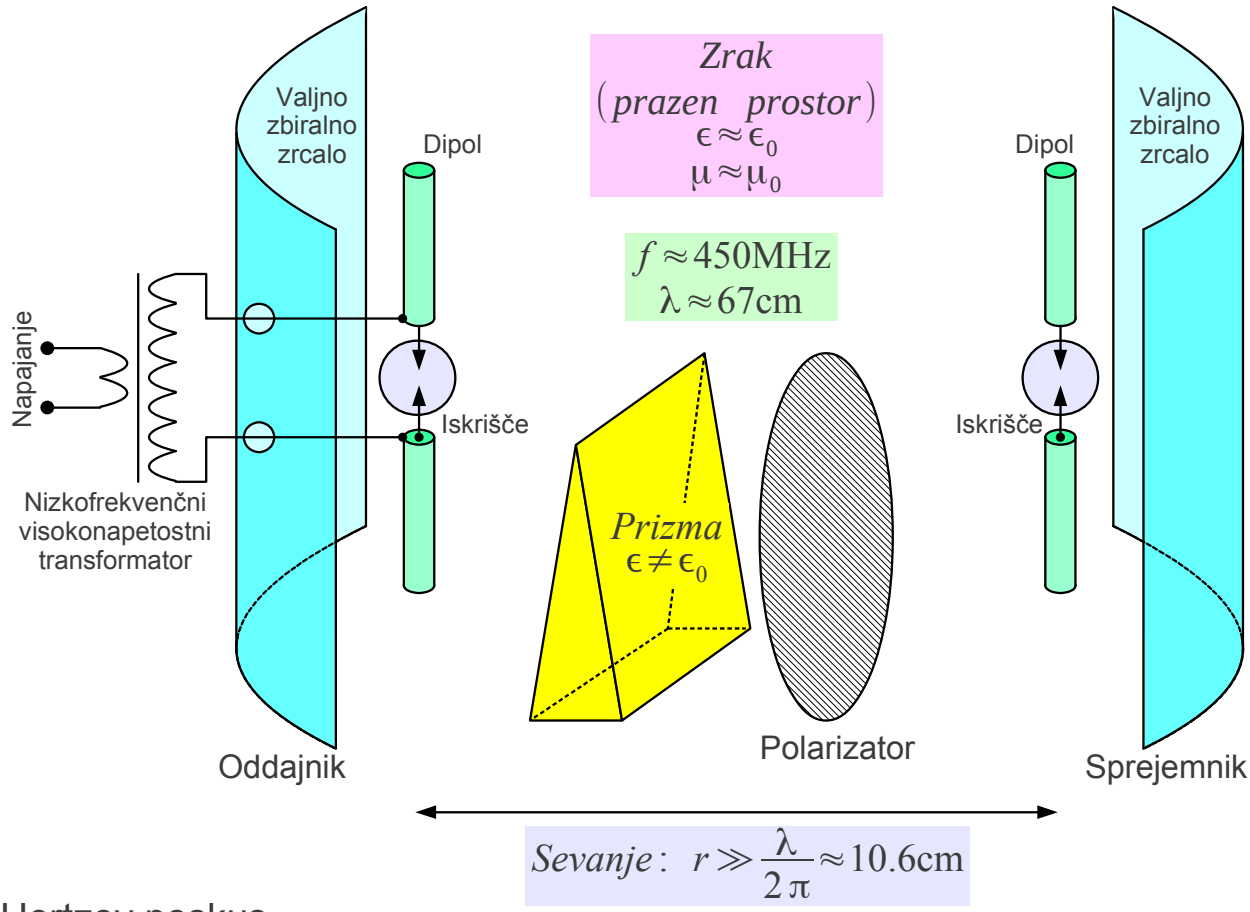
Skalarni potencial $V(\vec{r})$ in vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ omogočata izračun električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$ in magnetnega polja $\vec{H}(\vec{r})$ v točki s koordinatami $\vec{r}$ iz znanih virov, elektrin $\rho(\vec{r}\,')$ in tokov $\vec{J}(\vec{r}\,')$ na koordinatah $\vec{r}\,'$. Zakasnitev od vira do točke opazovanja opisuje zasuk faze $\phi = -k|\vec{r} - \vec{r}\,'|$.

Končno so Maxwellove enačbe napovedale tudi elektromagnetno valovanje oziroma povezavo med električnimi in magnetnimi pojavi ter svetlobo, kar je Heinrich Rudolf Hertz potrdil z različnimi poskusi v obdobju 1886-1889. S tehniko 19. stoletja so mehanski stroji lahko kvečjemu naredili silno počasno elektromagnetno valovanje z valovno dolžino nekaj tisoč kilometrov, daleč preveč za kakršenkoli laboratorijski poskus. Žarnice sicer proizvajajo vidno svetlobo z valovno dolžino manj kot mikrometer, ampak povezava med električnimi in svetlobnimi pojavi v žarnici ni samoumevna.

Heinrich Rudolf Hertz je bil za svoj čas izredno inovativen, da je našel pot okoli opisane navidez nepremostljive ovire. Izdelal je več različnih električnih rezonatorjev (nihajnih krogov) za frekvence v pasu $50\mathrm{MHz} < f < 500\mathrm{MHz}$. Kapacitivnost rezonatorja je najprej naelektril z nizkofrekvenčnim visokonapetostnim virom in nato pognal nihanje rezonatorja z električno iskro, ki nastane ob preboju. Iskra se pri tem obnaša kot izredno hitro stikalo, ki požene nihanje na več kot šest velikostnih razredov višji frekvenci.

Izkoristek takšne pretvorbe nizkofrekvenčne energije v visokofrekvenčno energijo je sicer slab. Ustvarjeno visokofrekvenčno nihanje je močno dušeno, torej kratkotrajno. Hertz je uporabil iskrišče tudi kot visokofrekvenčni detektor v rezonatorju (dipolu) sprejemnika. Domet svoje naprave je močno izboljšal z valjnima zbiralnima zrcaloma velikosti $2\mathrm{m}\times 1.2\mathrm{m}$ v oddajniku in sprejemniku ter tako pokazal odboj in razširjanje elektromagnetnega valovanja frekvence okoli $f\approx 450\mathrm{MHz}$.

Hertzovi poskusi so vsebovali pomembno podrobnost, ki je večina ni opazila. Hertz je kot prvi opazil elektromagnetno sevanje na dovolj velikih razdaljah $r\gg\lambda/2\pi$, ki se obnaša drugače od kapacitivnega oziroma induktivnega sklopa na nižjih frekvencah oziroma manjših razdaljah:



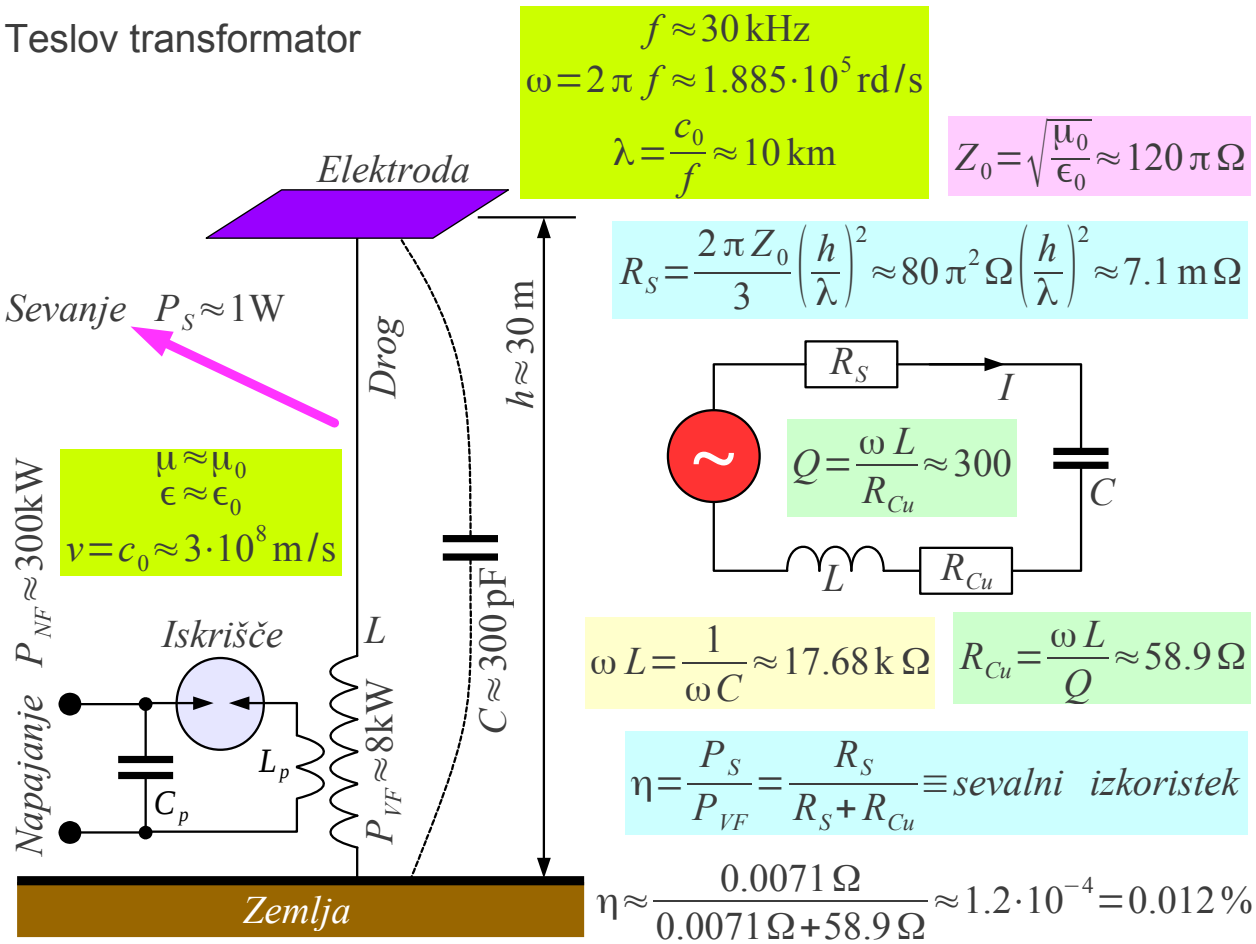
Hertzov poskus

Z obračanjem sprejemnika in oddajnika ter vstavljanjem različnih ovir (prizma iz dielektrika, polarizator iz vzporednih kovinskih žic) v radijsko pot je Hertz pokazal še polarizacijo in lom elektromagnetnega valovanja. Vsi Hertzovi poskusi so se natančno ujemali z Maxwellovo teorijo na eni strani ter z znanimi svetlobnimi pojavi na drugi strani. Povezava med svetlobo in električnimi pojavi ni bila več samo teorija, pač pa potrjena z laboratorijskim poskusom!

Heinrich Rudolf Hertz je umrl razmeroma mlad. Na prelomu stoletja so se številni izumitelji po vsem svetu lotili najrazličnejših poskusov s tako imenovanimi "Hertzovimi valovi", čeprav pogosto ni šlo za elektromagnetno valovanje v strogem pomenu besede. Izvirni Hertzovi poskusi so delovali na frekvencah vse do približno $f \approx 450\mathrm{MHz}$. Večina takratnih izumiteljev, tudi Nikola Tesla in Guglielmo Marconi, pa je v svojih poskusih uporabljala dosti nižje frekvence večinoma pod $f < 100\mathrm{kHz}$.

Nikola Tesla, Guglielmo Marconi in številni drugi izumitelji so v svojih poskusih uporabljali električno majhne naprave $h \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. V takšnih napravah ima elektromagnetno polje hkrati statične komponente, sevanje in še druge dinamične člene podobnih velikostnih razredov. Izumitelji večinoma niso imeli niti teoretskega znanja niti primernih merilnih inštrumentov, s katerimi bi lahko ločili med različnimi členi električnega in magnetnega polja električno majhne naprave.

Praktične izvedbe kratkih električnih dipolov so Teslovi transformatorji 1891-1900. Čeprav natančni podatki niso znani, iz razpoložljivih virov sklepamo, da je Nikola Tesla izdelal naprave vse do višine $h \approx 30\mathrm{m}$, ki so proizvajale izredno visoke napetosti na frekvencah pod $f \leq 30\mathrm{kHz}$:



Nikola Tesla je svoje naprave najverjetneje načrtoval za čim večje bližnje električno polje in čim močnejši statični električni (kapacitivni) sklop do sprejemnika. Sevanja niti sevalne upornosti verjetno ni nikoli opazil. Tesla je večino poskusov opravil na majhnih razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$. Sevalna upornost njegovih naprav je bila za štiri velikostne razrede nižja $R_S \ll R_{Cu}$ od upornosti navitja njegovega transformatorja. Tesla sevalne upornosti ni mogel opaziti, kaj šele izmeriti. Iz razpoložljivih podatkov sklepamo, da Tesla ni poznal razlike med bližnjim električnim poljem in sevanjem.

Daljinsko vodena ladjica Nikole Tesle iz leta 1898 je sicer predstavljala izum daleč pred svojim časom, ki pa je bil podobno kot ostali Teslovi poskusi zelo omejen z dometom. Nikola Tesla je sicer že uporabljal občutljivejši visokofrekvenčni sprejemnik: koherer. Koherer, ki ga je izumil Édouard Branly leta 1890, izkorišča preboj oksidirane površine med zrnci kovine, kar se zgodi pri več kot desetkrat nižji napetosti od preboja iskrišča v zraku $U \geq 100\mathrm{V}$.

Še občutljivejši detektor je izdelal indijski znanstvenik Jagdish Chandra Bose s kristalom svinčevega galenita PbS leta 1894 in z njim uspešno zaznal frekvence, ki jih danes imenujemo mikrovalovi. Tehnika na koncu 19. stoletja sicer ni bila naklonjena mikrovalovom in Bosejev polprevodniški detektor je moral počakati še pol stoletja do uporabe v radarju v drugi svetovni vojni. Nizozemec Christian Hülsmeyer je leta 1906 sicer uspešno zaznal ladjo skozi gosto meglo s pomočjo kohererja, kar velja za prvi uspešen poskus radarja.

Od vseh izumiteljev na prelomu iz 19. v 20. stoletje je bil poslovno daleč najuspešnejši italijanski inženir Guglielmo Marconi. Že od začetka je namreč izbral pravi cilj, vzpostaviti radijsko zvezo (komunikacijo) na čim večji razdalji. Brezžični prenos energije niti drugi fizikalni pojavi (iskre v velikem električnem polju) Marconija niso zanimali. Podobno kot drugi izumitelji tistega časa (Tesla) je tudi Marconi svoj cilj iskal z vztrajnim poizkušanjem brez globljega teoretskega predznanja. Povrhu je Marconi uspel združiti najboljše dosežke številnih drugih izumiteljev (tudi Tesle) v delujočo in praktično uporabno napravo.

Vztrajni poskusi s pravim ciljem so se obrestovali. Kmalu po prelomu stoletja je Guglielmo Marconi uspel vzpostaviti prvo čezoceansko radijsko zvezo. Pri tem je z manjšimi in cenejšimi napravami prehitel tudi ogromni, dragi, nikoli dokončani in neuspešni veliki oddajnik Nikole Tesle, stolp Wardenclyffe višine kar $h = 57\mathrm{m}$. Guglielmo Marconi in Karl Ferdinand Braun sta za svoje dosežke na področju radia leta 1909 prejela Nobelovo nagrado iz fizike. V tedanji javnosti je sicer bolj odmevala vloga Marconijevih naprav v brodolomu ladje Titanic leta 1912, v katerem je izgubil življenje tudi tesni Marconijev sodelavec.

Guglielmo Marconi je utemeljil tudi elektrotehnični izraz "antena". Antena je ime za napravo, ki pretvarja vodeno elektromagnetno valovanje v sevanje ali obratno. Marconi je novo napravo poimenoval iz podobnosti s tipalkami žuželk in drugih živali, ki se v latinščini imenujejo antene. Za razliko od Nikole Tesle, ki v svojih napravah ni videl sevanja, pač pa le statično polje kondenzatorja in je napravo poimenoval elektroda oziroma priključek (terminal).

Sočasno z Marconijevimi uspehi se je menjalo tudi ime valovanja in pripadajočih naprav. Izraz Hertzovi valovi je okoli leta 1910 zamenjal izraz radijski valovi. Pripadajoče naprave so dobile novo ime radio. Radijsko zvezo so poimenovali tudi brezvrvična zveza (angleško: wireless).

Nadaljnji razvoj radia je zaznamoval razvoj elektronike. Leta 1904 je John Ambrose Fleming razvil vakuumsko diodo, ki je občutljiv in zanesljiv detektor radijskih signalov. Lee De Forest je leta 1906 izumil vakuumsko triodo, prvi elektronski ojačevalnik. Američan Edwin Howard Armstrong in Avstrijec Alexander Meissner sta leta 1912 skoraj istočasno izdelala prve elektronske oscilatorje s triodo, ki se jih da uporabiti kot učinkovit radijski oddajnik oziroma kot izredno občutljiv regenerativni sprejemnik.

V obdobju druge svetovne vojne se je radijska tehnika tako razvila, da je poleg brezvrvične komunikacije omogočala tudi daljinsko zaznavanje, radiolokacijo in radijsko navigacijo. Vse velesile druge svetovne vojne: Velika Britanija, ZDA, Nemčija, Sovjetska Zveza, Japonska, Nizozemska, Francija, Italija so poznale bolj ali manj uspešen radar.

Po koncu druge svetovne vojne je radio izgledal najprimernejše sredstvo za komunikacijo velike zmogljivosti na velike razdalje, še posebno z izstrelitvijo prvega umetnega Zemljinega satelita in začetkom vesoljske tekme leta 1957. Radio je dobil pomembnega tekmeca pri visokih zmogljivostih na srednjih razdaljah šele leta 1970 z izdelavo uporabnega svetlobnega vlakna v tovarni Corning. Končno predstavlja pomemben mejnik še prvo radijsko paketno omrežje ALOHAnet Univerze Hawaii leta 1971.

Danes (2020) je svetlobno vlakno izpodrinilo radio na srednjih razdaljah pri najvišjih zmogljivostih. Eno samo svetlobno vlakno omogoča zvezo večje zmogljivosti od vsote zmogljivosti vseh do danes izstreljenih telekomunikacijskih umetnih satelitov. Radio ostaja nenadomestljiv pri največjih razdaljah v vesolju. Hkrati se radio uveljavlja neodvisno od razdalje povsod tam, kjer je kakršnakoli vrvica nezaželjena oziroma neuporabna.

Poštena primerjava razvoja radia upošteva teorijo informacije, ki jo je razvil Claude Shannon leta 1948. Poleg zmogljivosti zveze $C[\mathrm{bit/s}=\mathrm{bps}]$

je pomembna tudi spektralna učinkovitost $C/B[\mathrm{bit/s/Hz=bit}]$, saj je radiofrekvenčni spekter omejena naravna dobrina:

Zmogljivost radijske zveze

$$Informacija \quad I=\frac{1}{2}\cdot\log_2\left(1+\frac{W_S}{W_N}\right) \quad [\mathrm{bit}] \quad (Claude\ \ Shannon\ \ 1948)$$

$W_S \equiv energija\ \ signala$ $W_N \equiv energija\ \ šuma$ $T \equiv perioda\ \ signala$

$$Pasovna\ \ širina \quad B=\frac{1}{2T} \quad [\mathrm{Hz}] \quad (Harry\ \ Nyquist\ \ 1924)$$

$P_S \equiv moč\ \ signala$ $P_N \equiv moč\ \ šuma$ $N_0 \equiv spektralna\ \ gostota\ \ šuma$

$$Zmogljivost \quad C=m\cdot B\cdot\log_2\left(1+\frac{P_S}{P_N}\right)=m\cdot B\cdot\log_2\left(1+\frac{P_S}{B\cdot N_0}\right) \quad [\mathrm{bit/s=bps}]$$

$m \equiv število\ \ rodov$

$$Spektralna\ \ učinkovitost \quad C/B=m\cdot\log_2\left(1+\frac{P_S}{B\cdot N_0}\right) \quad [\mathrm{bit/s/Hz=bit}]$$

Leto	Vrsta radijske zveze	Pasovna širina B	Zmogljivost C	Spektralna učinkovitost C/B
~1910	Telegrafija s sprejemom na sluh	500Hz	10bit/s	0.02bit/s/Hz
~1950	Radioteleprinter	250Hz	50bit/s	0.2bit/s/Hz
~1990	GSM telefon	200kHz	271kbit/s	1.355bit/s/Hz
~2010	WiFi 802.11n (m=2)	40MHz	300Mbit/s	7.5bit/s/Hz

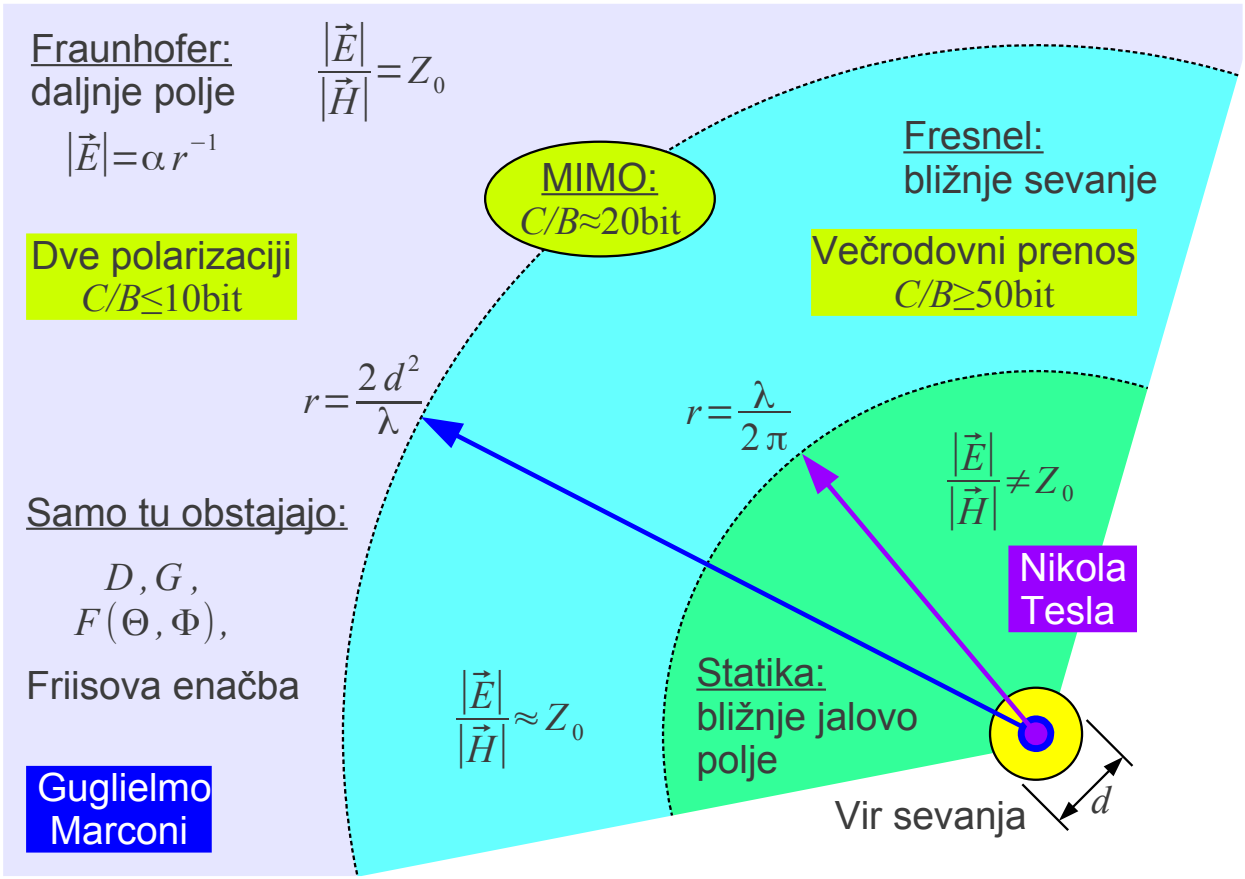
Brezstično daljinsko zaznavanje oziroma brezvrvično komunikacijo s pomočjo elektromagnetnih pojavov lahko razdelimo po načinu delovanja v tri velike skupine:

(1) bližnje jalovo (statično) polje (angleško: near-field region, reactive),

(2) Fresnelovo področje oziroma bližnje sevanje (angleško: near-field region, radiating) in

(3) Fraunhoferjevo področje oziroma daljnje polje (angleško: far-field region).

Meje med posameznimi področji niso ostre:



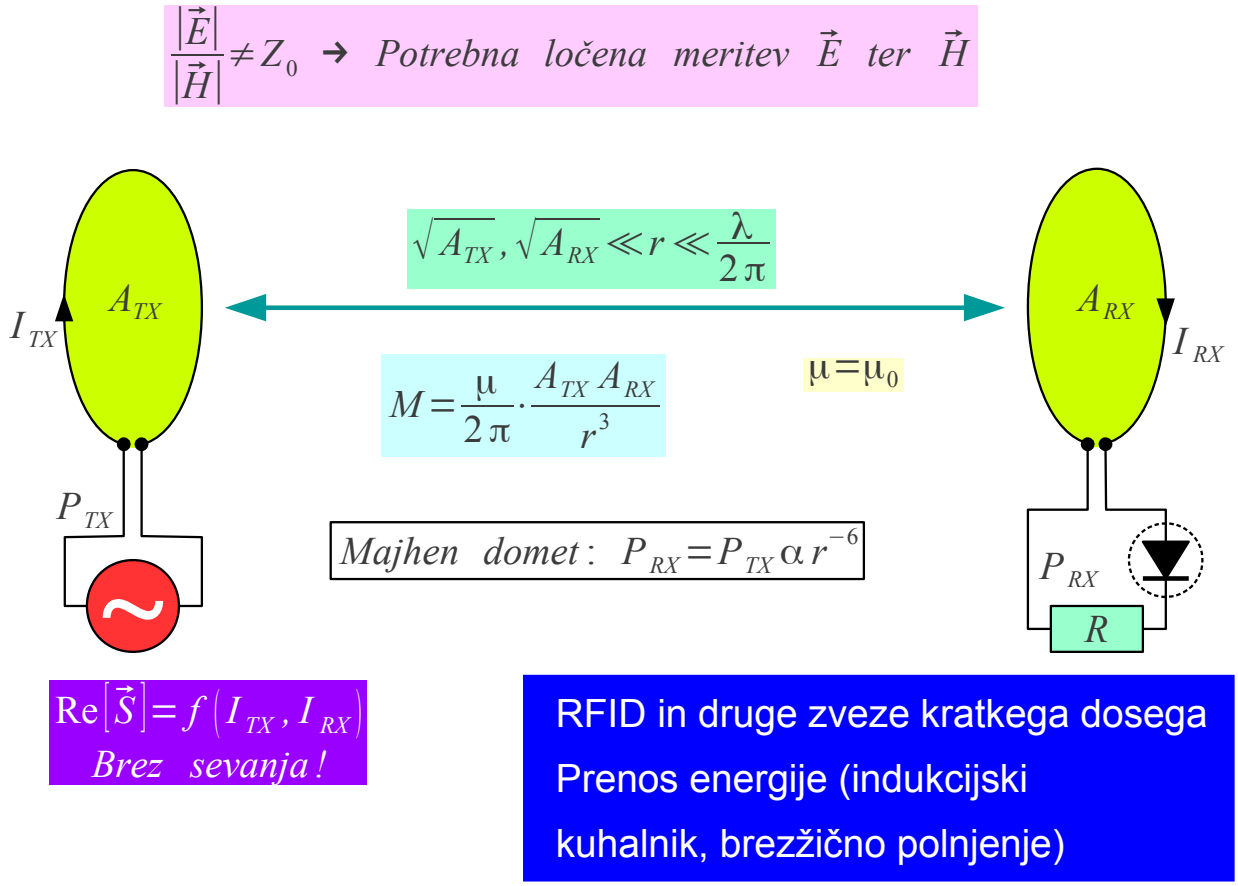
Statika, Fresnel in Fraunhofer

Bližnje jalovo polje prevladuje na razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$, ki so dosti manjše od valovne dolžine. V bližnjem jalovem polju sta električno polje $\vec{E}$ in magnetno polje $\vec{H}$ dve neodvisni veličini. Elektromagnetno sevanje je v bližnjem polju zanemarljivo majhno $|\vec{E}_{sevani}| \ll |\vec{E}_{statični}|$ in $|\vec{H}_{sevani}| \ll |\vec{H}_{statični}|$ v primerjavi s statičnim elektromagnetnim poljem. Bližnje jalovo polje zelo hitro upada s tretjo potenco razdalje $|\vec{E}_{statični}| = \alpha r^{-3}$ oziroma $|\vec{H}_{statični}| = \alpha r^{-3}$.

Zvezo v bližnjem polju popolnoma opiše kapacitivni oziroma induktivni sklop med oddajnikom in sprejemnikom. Na majhnih razdaljah $r \ll \lambda/2\pi$ je kakršenkoli fazni zasuk $\Delta\phi = 2\pi r/\lambda \ll 1\text{rd}$ izredno majhen, zato ne moremo govoriti o valovanju. Pravilnejši izraz je nihanje. Ker sta bližnje električno in magnetno polje v kvadraturi (medsebojni fazni zasuk $90°$), ima bližnje polje skoraj popolnoma jalov Poyntingov vektor $\text{Re}[\vec{S}] \to 0$. Brez prenosa delovne moči prav tako ne moremo govoriti o valovanju.

Nikola Tesla je v svojih poskusih večinoma uporabljal kapacitivni sklop v praznem prostoru med oddajnikom in sprejemnikom. Sodobne naprave, RFID in druge zveze kratkega dosega, uporabljajo v bližnjem polju večinoma

induktivni sklop. S stališča teorije sta kapacitivni in induktivni sklop sicer dva različna pojava, ki pa imata enako omejitev. Na velikih razdaljah $r \gg \sqrt{A_{TX}}, \sqrt{A_{RX}}$ sprejeta moč upada s šesto potenco razdalje $P_{RX} = P_{TX}\,\alpha\, r^{-6}$, zato je domet takšnih naprav majhen:



Induktivni sklop v bližnjem polju

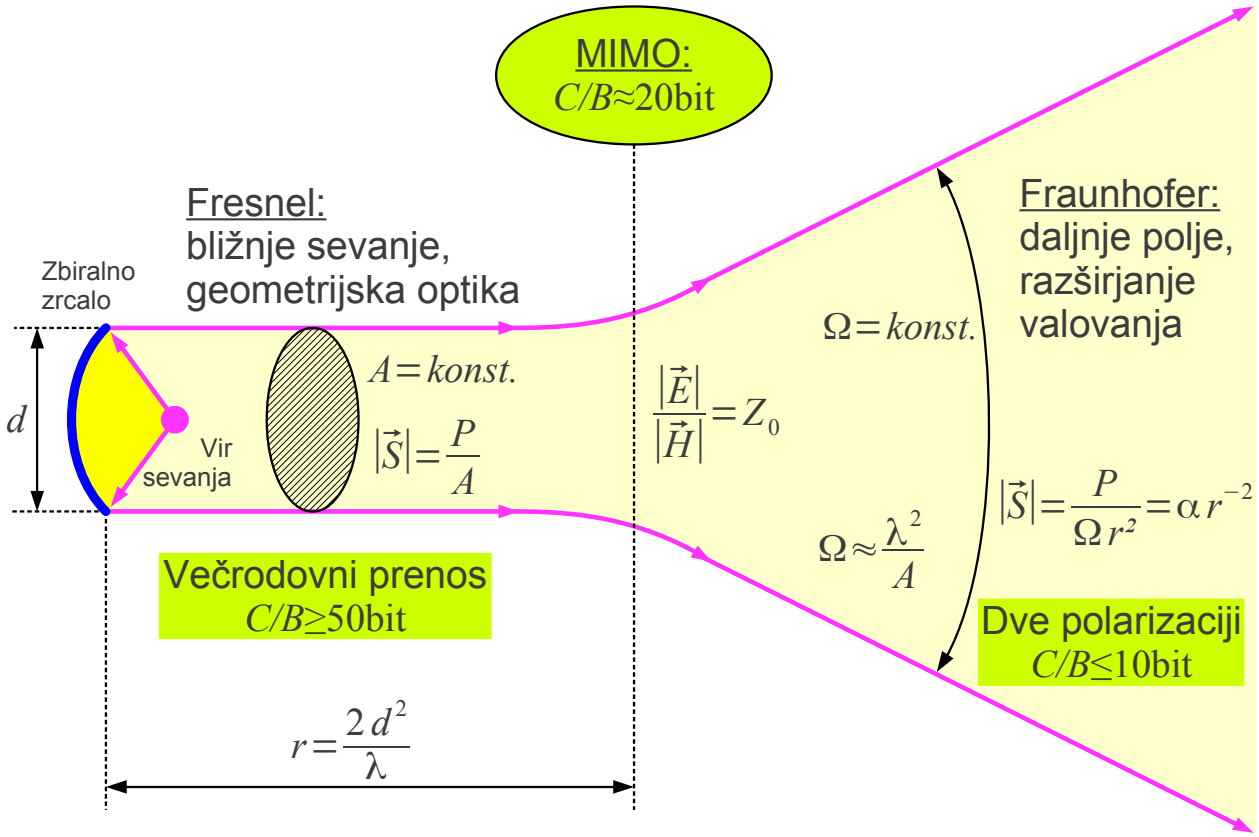
Ker je Poyntingov vektor samega oddajnika skoraj popolnoma jalov $\mathrm{Re}[\vec{S}] \to 0$, oddajnik skoraj nič ne seva. Delovna komponenta Poyntingovega vektorja $\mathrm{Re}[\vec{S}] \neq 0$ se pojavi šele takrat, ko sta tokova prisotna v obeh, I_{TX} v oddajniku in I_{RX} v sprejemniku in sta med sabo v kvadraturi! Ker se pri induktivnem oziroma kapacitivnem sklopu nič moči ne izgublja v prostor, je takšen prenos energije lahko zelo učinkovit, na primer v indukcijskem kuhalniku oziroma v brezžičnem polnilcu.

Pravo elektromagnetno valovanje je vedno prečno (transverzalno) valovanje, torej imata v krogelnih koordinatah sevano električno polje $\vec{E}_{sevani}$ in sevano magnetno polje $\vec{H}_{sevani}$ samo prečni komponenti $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$, ko se nahaja vir v koordinatnem izhodišču. Statično polje $\vec{E}_{statični}$ oziroma $\vec{H}_{statični}$ ima lahko tudi vzdolžno komponento $\vec{1}_r$ v krogelnih koordinatah, vendar to ni valovanje. Zabloda o vzdolžnem (longitudinalnem)

elektromagnetnem valovanju je živa še danes kljub temu, da ga fizikalni zakoni niti Maxwellove enačbe ne dopuščajo. Vzdolžno valovanje bi zahtevalo $\mathrm{div}\,\vec{E}\neq 0$ oziroma $\mathrm{div}\,\vec{H}\neq 0$ v praznem prostoru brez elektrin oziroma magnetnih nabojev. Vzdolžnega elektromagnetnega valovanja ni do danes še nihče zares izmeril!

Na večjih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$ postaneta električno in magnetno polje v praznem prostoru med sabo pravokotna, sofazna in njuno razmerje se približuje točni vrednosti $|\vec{E}|/|\vec{H}| \to Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$. Poyntingov vektor postane realen $\mathrm{Im}[\vec{S}] \to 0$ in predstavlja delovno moč P , ki se iz oddajnika širi v neskončnost v isti smeri, kamor valovanje potuje.

Elektromagnetno sevanje antene običajno dodatno razdelimo na dve področji: Fresnelovo področje in Fraunhoferjevo področje. V obeh področjih bližnje jalovo (statično) polje izgine. Razliko med Fresnelovim in Fraunhoferjevim področjem najlažje opišemo z zgledom zrcalne antene:



Rayleighjeva razdalja

Vir sevanja postavimo v gorišče zbiralnega zrcala. Takoj po odboju valovanja od zrcala so žarki vzporedni. Valovanje najprej potuje po snopu konstantnega preseka $A = konst.$. Na določeni razdalji se začne snop širiti.

Na velikih razdaljah se valovanje širi naprej v stožcu s konstantnim prostorskim kotom $\Omega = konst.$, ki je funkcija valovne dolžine in začetnega preseka snopa $\Omega \approx \lambda^2 / A$.

Mejo med geometrijsko (žarkovno) optiko in razširjanjem valovanja je postavil Lord Rayleigh leta 1891. Ker je prehod med obema področjema zvezen in zelo blag, je izbira meje odvisna od dopustne napake. Pri radijskih antenah običajno uporabljamo zelo strogo mejo za napako faze $\Delta\phi < \pi/8$, kar določa Rayleighjevo razdaljo $r = 2d^2/\lambda$.

Radijske antene običajno uporabljamo v Fraunhoferjevem področju daljnjega polja $r > 2d^2/\lambda$. V Fraunhoferjevem področju se valovanje razširja v konstanten prostorski kot $\Omega = konst.$. Gostota pretoka moči upada s kvadratom razdalje $|\vec{S}| = \alpha r^{-2}$.

Običajne definicije smernega diagrama antene $F(\Theta, \Phi)$, smernosti antene D in dobitka antene G so smiselne samo v daljnjem polju. Samo v daljnjem polju velja Friisova enačba za izračun slabljenja radijske zveze. V daljnjem polju lahko z anteno vzbudimo samo $m = 2$ dva neodvisna rodova, dve med sabo pravokotni polarizaciji prečnega elektromagnetnega valovanja.

Fresnelovo področje $r < 2d^2/\lambda$ si najlažje predstavljamo z geometrijsko (žarkovno) optiko. V Fresnelovem področju lahko z enim ali več zrcali prenašamo sliko, sestavljeno iz mnogih neodvisnih slikovnih točk (pikslov). Vsaka neodvisna slikovna točka podpira še dve neodvisni, med sabo pravokotni polarizaciji.

V Fresnelovem področju je torej možen prenos množice med sabo neodvisnih rodov $m \gg 2$, ki prenašajo neodvisne informacije. Spektralna učinkovitost večrodovnega prenosa C/B je lahko izredno visoka. Ker se v Fresnelovem področju snop valovanja še ne razširja, lahko sprejemnik ujame večino moči oddajnika P .

Od vseh opisanih brezvrvičnih zvez je Fresnelovo področje najtežje izvedljivo. Uporaben domet dosežemo z velikimi antenami pri visokih frekvencah (majhen $\lambda = c_0/f$). Sodobna tehnika (2020) komaj dosega mejni primer $r \approx 2d^2/\lambda$, kjer tehnika MIMO (Multiple-In-Multiple-Out) omogoča nekoliko boljšo spektralno učinkovitost C/B glede na zvezo v daljnjem polju.

Ta učbenik skuša odgovoriti na izziv, kako poučevati radijske antene in

razširjanje radijskih valov na sodoben način. Od vseh vrst elektromagnetnih brezvrvičnih zvez danes ostajajo najpomembnejše radijske zveze v daljnjem polju oziroma v Fraunhoferjevem področju. Na slednje so vezane številne definicije, ki jih moramo vzeti z razumevanjem, ko zaidemo v Fresnelovo področje ali celo v bližnje jalovo polje.

Antene in razširjanje valov zahtevajo dobro poznavanje osnov elektrotehnike in elektrodinamike. Jasne fizikalne slike nikakor ne more nadomestiti še tako dolgovezna in obremenjujoča matematična izpeljava. Računalniška simulacija je najslabša rešitev, ker ne uči teorije fizikalnega ozadja niti rezultatov ne preverja z meritvami.

Pri antenah in razširjanju valov postavlja fizika zahteve, ki pogosto niso skladne s smernicami sodobnega virtualnega sveta. Še najbolj samoumevna je primerjava radia z letalstvom. Letalo zahteva krila določenih izmer, da lahko preleti določeno pot. Radijska zveza zahteva antene določenih izmer, da lahko premosti določeno razdaljo.

Strogi zakoni fizike dopuščajo malo svobode. Višje od skromnih $h > 12\mathrm{km}$ nad površjem Zemlje (potniško letalo) je danes omogočeno le redkim izbrancem. Potovanje izven Sončnega sistema ostaja znanstvena fantastika. Radijske antene ne moremo stlačiti v mikročip z nobeno tehnologijo. Za radijsko zvezo ostajajo nekatere ovire za vedno nepremagljive.

Končno, ko elektronska naprava dobi radijsko anteno, se naenkrat znajde v resničnem svetu motenj in nepredvidenih medsebojnih vplivov z drugimi napravami. Pogosto ne gre za načrtovalsko napako antene, pač pa za načrtovalsko napako elektronike oziroma celo napako programske opreme. Elektromagnetna združljivost oziroma EMC (Electro-Magnetic Compatibility) zahteva dobro poznavanje anten in razširjanja valov.

Elektromagnetno združljivost sicer urejajo strogi predpisi, ki naj bi omogočali sobivanje različnih naprav. Po drugi strani elektromagnetna združljivost ne more popraviti pomanjkljivosti strojne in programske opreme naše lastne naprave. Poznavanje anten in razširjanja valov je zato potrebno dosti širšemu krogu inženirjev od ozkega področja načrtovanja samih anten.

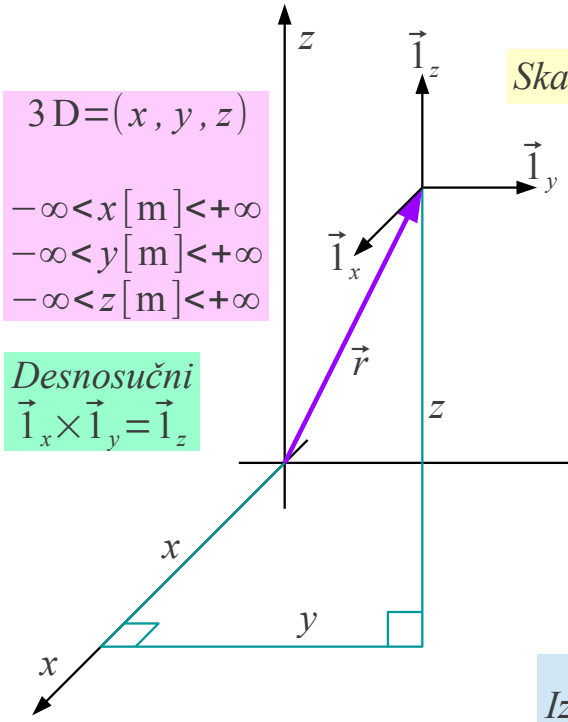
* * * * *

2. Krogelne koordinate

Večina nalog iz anten in razširjanje valov zahteva obravnavo v treh dimenzijah prostora. Tako skalarne kot tudi vektorske veličine so funkcije časa in vseh treh dimenzij prostora. Ozkopasovne signale $B \ll f$ radia največkrat smemo v izračunih ponazoriti s harmonskim signalom ene same krožne frekvence $\omega = 2\pi f$, kar poenostavi časovne odvode v $\partial / \partial t = j\omega$.

Računanje s skalarnimi in vektorskimi funkcijami treh dimenzij prostora je mogoče poenostaviti s koordinatnim sistemom, ki ima naslednje lastnosti:
1) tri dimenzije (3D),
2) pravokotnost med koordinatnimi osmi (pravokotni) in
3) vgrajeno pravilo desnega vijaka (desnosučni).
Od primernih koordinatnih sistemov je najpreprostejši kartezični koordinatni sistem:

Kartezične koordinate



$3\mathrm{D} = (x, y, z)$

$-\infty < x\,[\mathrm{m}] < +\infty$
$-\infty < y\,[\mathrm{m}] < +\infty$
$-\infty < z\,[\mathrm{m}] < +\infty$

Desnosučni $\vec{1}_x \times \vec{1}_y = \vec{1}_z$

Pravokotni $\vec{1}_x \perp \vec{1}_y \perp \vec{1}_z \perp \vec{1}_x$

Komponente
$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = \vec{1}_x A_x + \vec{1}_y A_y + \vec{1}_z A_z$$

Skalarni produkt $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$

Vektorski produkt
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{1}_x & \vec{1}_y & \vec{1}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Odvajanje
$$\nabla = \vec{1}_x \frac{\partial}{\partial x} + \vec{1}_y \frac{\partial}{\partial y} + \vec{1}_z \frac{\partial}{\partial z}$$

Vrtinčenje
$$\mathrm{rot}\,\vec{F} = \nabla \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \vec{1}_x & \vec{1}_y & \vec{1}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Izvornost
$$\mathrm{div}\,\vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

Smerni odvod
$$\mathrm{grad}\,T = \nabla T = \vec{1}_x \frac{\partial T}{\partial x} + \vec{1}_y \frac{\partial T}{\partial y} + \vec{1}_z \frac{\partial T}{\partial z}$$

Kartezični koordinatni sistem ima tri ravne koordinatne osi. Vse tri

koordinatne osi imajo merske enote razdalje, običajno so to metri $[m]$. Odvajanje po koordinatah torej pomeni neposredno odvajanje po razdaljah. Spoštovanje vrstnega reda pisanja koordinat (x, y, z) ohranja desnosučnost.

Posebnost kartezičnega koordinatnega sistema so konstantni enotni smerni vektorji (smerniki) $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$, ki so neodvisni od položaja v prostoru $\vec{r}=(x, y, z)$. Pri računanju odvodov se smerniki $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema obnašajo kot konstante, kar znatno poenostavi računanje.

Odvajanje vektorskih in skalarnih funkcij v prostoru lahko zapišemo z operatorjem ∇ (nabla), ki ima v kartezičnih koordinatah preprost zapis. Vrtinčenje vektorskega polja tedaj računamo kot vektorski produkt $\operatorname{rot}\vec{F}(\vec{r})=\nabla\times\vec{F}(\vec{r})$, izvornost vektorskega polja kot skalarni produkt $\operatorname{div}\vec{F}(\vec{r})=\nabla\cdot\vec{F}(\vec{r})$ in smerni odvod skalarnega polja kot produkt vektorja odvajanja s skalarjem $\operatorname{grad}T(\vec{r})=\nabla T(\vec{r})$.

Kartezični koordinatni sistem uporabimo tudi za opis oziroma definicijo vseh drugih 3D, pravokotnih in desnosučnih koordinatnih sistemov. Kartezični koordinatni sistem pogosto uporabljamo kot vmesno stopnjo pri pretvorbi poljubnega koordinatnega sistema v drugačen poljubni koordinatni sistem. Končno, ker so smerniki $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema konstantni vektorji, z njihovo pomočjo najbolj preprosto računamo odvode smernikov drugih koordinatnih sistemov.

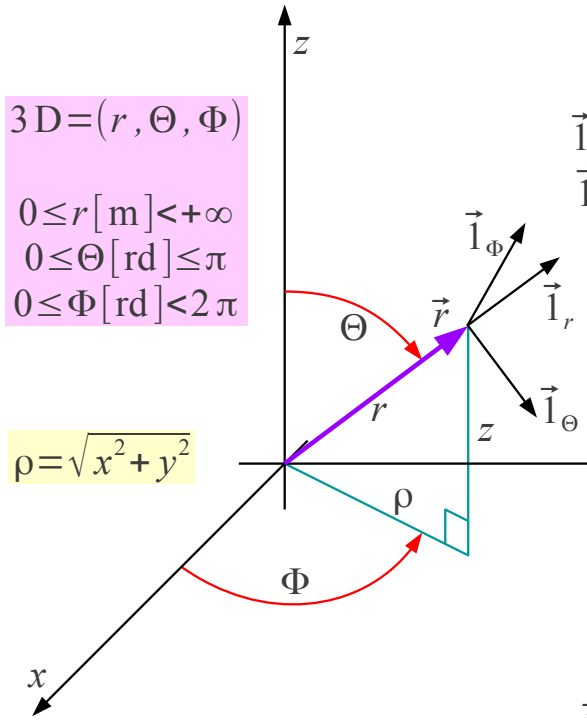
Kartezični koordinatni sistem žal ni najprimernejši za opis točkastih virov valovanja, na primer katerekoli antene na velikih razdaljah $r \gg d$. Za takšno nalogo je najprimernejši krogelni koordinatni sistem. Najbolj znan krogelni koordinatni sistem je zemljepisni koordinatni sistem. Koordinate zemljepisna dolžina $\lambda[^\circ]$, zemljepisna širina $\phi[^\circ]$ in nadmorska višina $h[m]$ tvorijo v zaporedju (λ, ϕ, h) 3D, pravokotni in desnosučni koordinatni sistem.

Zemljepisni koordinatni sistem ima nekaj pomanjkljivosti. Zapis koordinat v stopinjah $[^\circ]$ prinaša nerodnosti pri odvajanju kotnih funkcij. Nadmorski višini je treba vsaj prišteti polmer Zemlje, če slednjo smemo poenostaviti kot kroglo s polmerom $R_Z \approx 6378\mathrm{km}$.

Pri antenah pogosteje uporabljamo krogelni koordinatni sistem (r, Θ, Φ), kjer je $r[m]$ oddaljenost od izhodišča v enotah razdalje

(metri), $\Theta[\mathrm{rd}]$ je polarna razdalja (kot) v radianih in $\Phi[\mathrm{rd}]$ je zemljepisna dolžina (kot) v radianih. Krogelne koordinate, pisane v zaporedju (r,Θ,Φ), tvorijo 3D, pravokotni in desnosučni koordinatni sistem:

Krogelne koordinate (tečaj z)



$3\mathrm{D}=(r,\Theta,\Phi)$

$0\le r[\mathrm{m}]<+\infty$
$0\le\Theta[\mathrm{rd}]\le\pi$
$0\le\Phi[\mathrm{rd}]<2\pi$

$\rho=\sqrt{x^2+y^2}$

Pravokotni $\vec{1}_r\perp\vec{1}_\Theta\perp\vec{1}_\Phi\perp\vec{1}_r$

Desnosučni $\vec{1}_r\times\vec{1}_\Theta=\vec{1}_\Phi$

Pretvorba $(r,\Theta,\Phi)\rightarrow(x,y,z)$

$$x=r\sin\Theta\cos\Phi$$
$$y=r\sin\Theta\sin\Phi$$
$$z=r\cos\Theta$$
$$\vec{1}_x=\vec{1}_r\sin\Theta\cos\Phi+\vec{1}_\Theta\cos\Theta\cos\Phi-\vec{1}_\Phi\sin\Phi$$
$$\vec{1}_y=\vec{1}_r\sin\Theta\sin\Phi+\vec{1}_\Theta\cos\Theta\sin\Phi+\vec{1}_\Phi\cos\Phi$$
$$\vec{1}_z=\vec{1}_r\cos\Theta-\vec{1}_\Theta\sin\Theta$$

$0\le\Theta\le\pi \rightarrow \sin\Theta\ge 0$

Pretvorba $(x,y,z)\rightarrow(r,\Theta,\Phi)$

$$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$$
$$\Theta=\arccos\left(z/\sqrt{x^2+y^2+z^2}\right)$$
$$\Phi=\arctan(y/x)\quad(\textit{kvadrant?})$$
$$\vec{1}_r=\vec{1}_x\sin\Theta\cos\Phi+\vec{1}_y\sin\Theta\sin\Phi+\vec{1}_z\cos\Theta$$
$$\vec{1}_\Theta=\vec{1}_x\cos\Theta\cos\Phi+\vec{1}_y\cos\Theta\sin\Phi-\vec{1}_z\sin\Theta$$
$$\vec{1}_\Phi=-\vec{1}_x\sin\Phi+\vec{1}_y\cos\Phi$$

Severni tečaj $\Theta=0$ krogelnega koordinatnega sistema najpogosteje izberemo v smeri osi $+z$ kartezičnega koordinatnega sistema. Ekvatorialna ravnina krogelnega koordinatnega sistema $\Theta=\pi/2$ tedaj ustreza ravnini xy oziroma $z=0$ kartezičnega koordinatnega sistema. Oddaljenost od izhodišča $r\ge 0$ vzamemo vedno pozitivno ali enako nič. Polarna razdalja se giblje v mejah $0\le\Theta\le\pi$ od severnega do južnega tečaja.

Vsi krogelni koordinatni sistemi so krivočrtni koordinatni sistemi. Poldnevniki in vzporedniki so krožni loki. Vsi trije smerni vektorji $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$ pri premikanju vzdolž poldnevnikov oziroma vzporednikov spreminjajo svojo smer! Smernike krogelnega koordinatnega sistema $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$ kot tudi obojestransko povezavo s smerniki kartezičnega koordinatnega sistema $\vec{1}_x$, $\vec{1}_y$ in $\vec{1}_z$ je zato smiselno zapisati s kotnimi funkcijami polarne razdalje $\Theta[\mathrm{rd}]$ in zemljepisne dolžine $\Phi[\mathrm{rd}]$.

Ker smerniki krogelnega koordinatnega sistema $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$ niso konstante, operator odvajanja ∇ nima preprostega zapisa v krogelnih koordinatah. Poleg tega ∇ odvaja po razdaljah, koordinati $\Theta[\mathrm{rd}]$ in $\Phi[\mathrm{rd}]$ pa nimata merskih enot razdalje! Pri izračunu odvodov v poljubnem krivočrtnem koordinatnem sistemu (q_1, q_2, q_3) si pomagamo z Laméjevimi koeficienti oziroma faktorji skale h_1 , h_2 in h_3 :

Laméjevi koeficienti (q_1, q_2, q_3) $\quad h_i = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial q_i}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial q_i}\right)^2} \quad i = 1,2,3$

Krogelne koordinate (r, Θ, Φ) $\quad h_r = 1 \quad h_\Theta = r[\mathrm{m/rd}] \quad h_\Phi = r\sin\Theta[\mathrm{m/rd}]$

Smerni odvod

$$\mathrm{grad}\, T = \vec{1}_{q1}\frac{1}{h_1}\frac{\partial T}{\partial q_1} + \vec{1}_{q2}\frac{1}{h_2}\frac{\partial T}{\partial q_2} + \vec{1}_{q3}\frac{1}{h_3}\frac{\partial T}{\partial q_3} = \vec{1}_r\frac{\partial T}{\partial r} + \vec{1}_\Theta\frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial \Theta} + \vec{1}_\Phi\frac{1}{r\sin\Theta}\frac{\partial T}{\partial \Phi}$$

Izvornost

$$\mathrm{div}\,\vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3}\left[\frac{\partial(h_2 h_3 F_1)}{\partial q_1} + \frac{\partial(h_1 h_3 F_2)}{\partial q_2} + \frac{\partial(h_1 h_2 F_3)}{\partial q_3}\right] =$$

$$= \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\Theta}\frac{\partial(\sin\Theta F_\Theta)}{\partial \Theta} + \frac{1}{r\sin\Theta}\frac{\partial F_\Phi}{\partial \Phi}$$

Vrtinčenje

$$\mathrm{rot}\,\vec{F} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3}\begin{vmatrix} h_1\vec{1}_{q1} & h_2\vec{1}_{q2} & h_3\vec{1}_{q3} \\ \frac{\partial}{\partial q_1} & \frac{\partial}{\partial q_2} & \frac{\partial}{\partial q_3} \\ h_1 F_1 & h_2 F_2 & h_3 F_3 \end{vmatrix} = \frac{1}{r^2\sin\Theta}\begin{vmatrix} \vec{1}_r & r\vec{1}_\Theta & r\sin\Theta\vec{1}_\Phi \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \Theta} & \frac{\partial}{\partial \Phi} \\ F_r & rF_\Theta & r\sin\Theta F_\Phi \end{vmatrix}$$

Odvajanje v krogelnih koordinatah

V krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) je samo $h_r = 1$ neimenovana konstanta. Ostala dva Laméjeva koeficienta h_Θ in h_Φ sta funkciji koordinat in imata merske enote $[\mathrm{m/rd}]$, da pretvarjata radiane v metre.

Pretvorba merskih enot zadošča pri izračunu smernega odvoda. Pri izračunu izvornosti moramo odvajati tudi spreminjanje ploskvic v krivočrtnih koordinatah, pri izračunu vrtinčenja pa spreminjanje razdalj v krivočrtnih koordinatah. Pri izračunu izvornosti in vrtinčenja v krogelnih koordinatah zato odvajamo tudi Laméjeve koeficiente.

Pri praktični uporabi krogelnih koordinat skušamo zasukati koordinatni sistem tako, da je naloga rotacijsko simetrična okoli osi z oziroma

neodvisna od zemljepisne dolžine $\partial/\partial\Phi=0$. Računanje se v tem primeru poenostavi v 2D nalogo koordinat (r,Θ) . Rotacijska simetrija pri tem ne preprečuje, da vektorske veličine nimajo komponent vseh treh smereh $\vec{1}_r$, $\vec{1}_\Theta$ in $\vec{1}_\Phi$, le odvisnosti od tretje koordinate ni.

Inženir rešuje komplicirano nalogo tako, da jo razstavi v več manjših in preprostejših nalog. Rešitve slednjih na koncu sestavi v skupni rezultat. Večina preprostih nalog iz anten ima rotacijsko simetrijo, kar upoštevamo pri izbiri tečaja krogelnega koordinatnega sistema. Izbrani krogelni koordinatni sistem žal največkrat ne ustreza končnemu skupnemu rezultatu, ki mogoče nima nobene rotacijske simetrije.

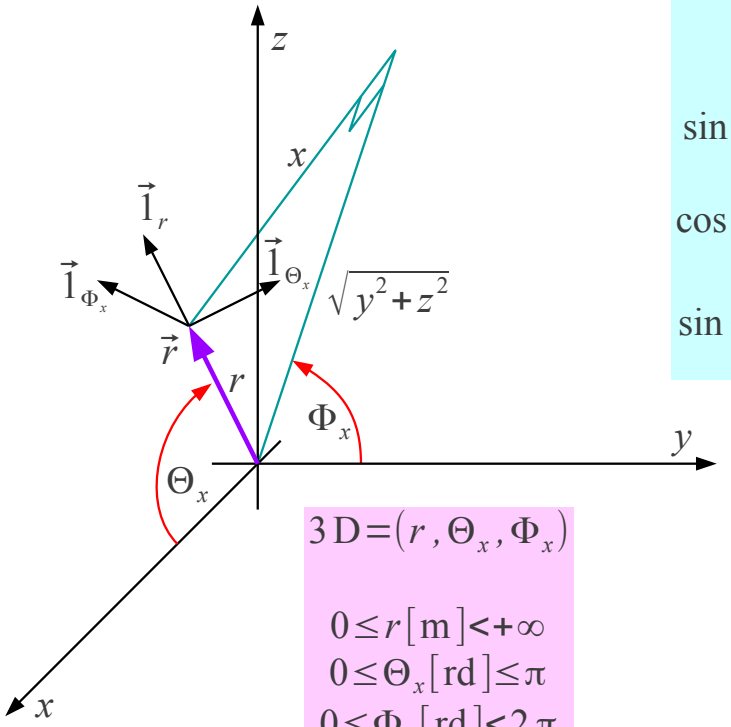
Reševanje sestavljenih nalog iz anten zahteva uporabo več različnih krogelnih koordinatnih sistemov, ki imajo večinoma sicer vsi skupno izhodišče, ampak različne tečaje. Tehnično zanimivi zgledi imajo osi rotacijske simetrije postavljene pod pravim kotom. Računanje torej potrebuje do tri različne krogelne koordinatne sisteme, ki imajo tečaje v smeri osi x oziroma y oziroma z .

Postopek reševanja opisanih nalog je naslednji. Krogelni koordinatni sistem (r,Θ,Φ) najprej zasukamo tako, da tečaj ustreza osi simetrije preproste antene. Preprosto nalogo rešimo v tem koordinatnem sistemu. Anteno nato zasukamo tako, kot to zahteva končna rešitev sestavljene naloge. Izračunano rešitev pretvorimo iz začasnih koordinat v dokončne koordinate.

Za reševanje praktičnih antenskih nalog je smiselno definirati dva nova krogelna koordinatna sistema (r,Θ_x,Φ_x) in (r,Θ_y,Φ_y) s severnim tečajem v smeri osi x oziroma y . V kartezičnih koordinatah opišemo isto s cikličnim zamikom koordinat (x,y,z) v (y,z,x) oziroma v (z,x,y) , kar ohranja desnosučnost!

Krogelni koordinatni sistem (r,Θ_x,Φ_x) ima severni tečaj v smeri osi $+x$ in ekvatorialno ravnino yz oziroma $x=0$. Polarno razdaljo $\Theta_x[\mathrm{rd}]$ merimo od osi $+x$ do smeri $\vec{r}$, zemljepisno dolžino $\Phi_x[\mathrm{rd}]$ pa od osi $+y$ do projekcije $\vec{r}$ na ravnino yz :

Krogelne koordinate - tečaj x



$$3\,\mathrm{D}=(r,\Theta_x,\Phi_x)$$

$$0\le r[\mathrm{m}]<+\infty$$
$$0\le\Theta_x[\mathrm{rd}]\le\pi$$
$$0\le\Phi_x[\mathrm{rd}]<2\pi$$

Pretvorba $(r,\Theta_x,\Phi_x)\rightarrow(r,\Theta,\Phi)$

$$\cos\Theta_x=\frac{x}{r}=\sin\Theta\cos\Phi$$

$$\sin\Theta_x=\frac{\sqrt{y^2+z^2}}{r}=\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}$$

$$\cos\Phi_x=\frac{y}{\sqrt{y^2+z^2}}=\frac{\sin\Theta\sin\Phi}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}}$$

$$\sin\Phi_x=\frac{z}{\sqrt{y^2+z^2}}=\frac{\cos\Theta}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}}$$

Smerniki

$$\vec{1}_r=\vec{1}_r$$

$$\vec{1}_{\Theta_x}=\frac{-\vec{1}_\Theta\cos\Theta\cos\Phi+\vec{1}_\Phi\sin\Phi}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}}$$

$$\vec{1}_{\Phi_x}=\frac{-\vec{1}_\Theta\sin\Phi-\vec{1}_\Phi\cos\Theta\cos\Phi}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}}$$

$$0\le\Theta_x\le\pi\ \rightarrow\ \sin\Theta_x=\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}\ge 0$$

Za koordinate (r,Θ_x,Φ_x) veljajo popolnoma enake zahteve kot za običajne krogelne koordinate (r,Θ,Φ), le smer tečaja je drugačna. Koordinata r in pripadajoči smernik $\vec{1}_r$ sta popolnoma enaka v vseh krogelnih koordinatnih sistemih s skupnim izhodiščem.

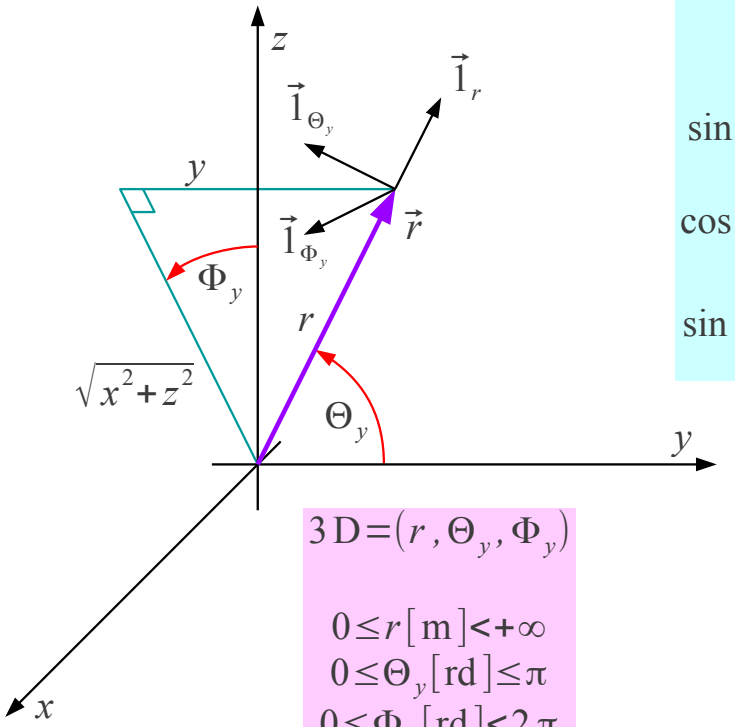
Pretvorba rešitve iz koordinat (r,Θ_x,Φ_x) v koordinate (r,Θ,Φ) torej zahteva le pretvorbo kotov Θ_x in Φ_x ter pripadajočih smernikov $\vec{1}_{\Theta_x}$ in $\vec{1}_{\Phi_x}$ v pripadajoče veličine ciljnega koordinatnega sistema. Ker poznamo oboje-smerno povezavo obeh krogelnih koordinatnih sistemov (r,Θ_x,Φ_x) in (r,Θ,Φ) s kartezičnim koordinatnim sistemom (x,y,z), koordinate in smernike v vmesnem koraku pretvorimo v pripadajoče kartezične veličine.

Rezultat antenske naloge (r,Θ_x,Φ_x) je običajno izražen s kotnimi funkcijami $\sin\Theta_x$, $\cos\Theta_x$, $\sin\Phi_x$ in $\cos\Phi_x$, zato je smiselno izraziti slednje s kotnimi funkcijami $\sin\Theta$, $\cos\Theta$, $\sin\Phi$ in $\cos\Phi$ ciljnih koordinat (r,Θ,Φ). Območje krogelnih koordinat zahteva $\sin\Theta_x=\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}\ge 0$, torej predznak korena ni vprašljiv! Podobno

je smiselno izraziti smernika $\vec{1}_{\Theta_x}$ in $\vec{1}_{\Phi_x}$ s smernikoma $\vec{1}_{\Theta}$ in $\vec{1}_{\Phi}$, saj ležijo vsi štirje omenjeni smerniki v isti ravnini, pravokotni na smer $\vec{1}_r$!

Krogelni koordinatni sistem (r,Θ_y,Φ_y) ima severni tečaj v smeri osi $+y$ in ekvatorialno ravnino xz oziroma $y=0$. Polarno razdaljo $\Theta_y[\mathrm{rd}]$ merimo od osi $+y$ do smeri $\vec{r}$, zemljepisno dolžino $\Phi_y[\mathrm{rd}]$ pa od osi $+z$ do projekcije $\vec{r}$ na ravnino xz :

Krogelne koordinate - tečaj y



Pretvorba $(r,\Theta_y,\Phi_y)\rightarrow(r,\Theta,\Phi)$

$$\cos\Theta_y=\frac{y}{r}=\sin\Theta\sin\Phi$$

$$\sin\Theta_y=\frac{\sqrt{x^2+z^2}}{r}=\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}$$

$$\cos\Phi_y=\frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}=\frac{\cos\Theta}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}}$$

$$\sin\Phi_y=\frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}}=\frac{\sin\Theta\cos\Phi}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}}$$

$$3\mathrm{D}=(r,\Theta_y,\Phi_y)$$

$$0\le r[\mathrm{m}]<+\infty$$
$$0\le\Theta_y[\mathrm{rd}]\le\pi$$
$$0\le\Phi_y[\mathrm{rd}]<2\pi$$

Smerniki

$$\vec{1}_r=\vec{1}_r$$

$$\vec{1}_{\Theta_y}=\frac{-\vec{1}_{\Theta}\cos\Theta\sin\Phi-\vec{1}_{\Phi}\cos\Phi}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}}$$

$$\vec{1}_{\Phi_y}=\frac{\vec{1}_{\Theta}\cos\Phi-\vec{1}_{\Phi}\cos\Theta\sin\Phi}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}}$$

$$0\le\Theta_y\le\pi\ \rightarrow\ \sin\Theta_y=\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}\ge 0$$

Koordinata r in pripadajoči smernik $\vec{1}_r$ sta popolnoma enaka v vseh krogelnih koordinatnih sistemih s skupnim izhodiščem (r,Θ_x,Φ_x), (r,Θ_y,Φ_y) in (r,Θ,Φ). Kotne funkcije $\sin\Theta_y$, $\cos\Theta_y$, $\sin\Phi_y$ in $\cos\Phi_y$ koordinat (r,Θ_y,Φ_y) je smiselno izraziti s kotnimi funkcijami $\sin\Theta$, $\cos\Theta$, $\sin\Phi$ in $\cos\Phi$ ciljnih koordinat (r,Θ,Φ).

Območje krogelnih koordinat zahteva $\sin\Theta_y=\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}\ge 0$, torej predznak korena ni vprašljiv! Podobno je smiselno izraziti smernika $\vec{1}_{\Theta_y}$ in $\vec{1}_{\Phi_y}$ s smernikoma $\vec{1}_{\Theta}$ in $\vec{1}_{\Phi}$, saj ležijo vsi štirje omenjeni

smerniki v isti ravnini, pravokotni na smer $\vec{1}_r$!

Končno, ko reševanje naloge zahteva dva različna krogelna koordinatna sistema z različnima izhodiščema, je edina smotrna pot preračunavanje preko vmesnih kartezičnih koordinat (x, y, z) .

* * * * *

3. Osnovni viri sevanja

Pojave mirujočih električnih nabojev opisuje elektrostatika. Relativistika zahteva dodatne pojave enakomerno gibajočih električnih nabojev, kar običajno imenujemo magnetostatika. Relativistika še dodatno zahteva, da pospešeni električni naboji sevajo elektromagnetno valovanje. Pospešeno gibanje vključuje tudi kroženje oziroma nihanje.

Gibanje elektrin predstavljata prevodniški tok oziroma konvektivni tok. Hitrost gibanja $\vec{v} \neq 0$ mora biti dovolj velika, da magnetne pojave sploh opazimo v ozadju elektrostatike. Preprost primer pospešenega gibanja sta izmenični prevodniški tok oziroma izmenični konvektivni tok. Frekvenca izmeničnega toka $\omega \neq 0$ mora biti dovolj visoka, da elektromagnetno sevanje sploh opazimo v ozadju elektrostatike in magnetostatike.

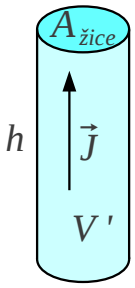
Pojav sevanja elektromagnetnega valovanja razložimo na preprostih osnovnih virih sevanja. Izbrani zgledi so sicer neučinkovite antene, ker so majhni $d \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino, na primer Teslov transformator ali feritna antena. Večje ter predvsem učinkovitejše antene sestavimo iz vsote številnih majhnih osnovnih virov sevanja oziroma integrala diferencialno majhnih osnovnih virov sevanja.

Preprosti zgledi električno majhnih anten so torej osnovni viri sevanja. Delovanje slednjih moramo natančno preučiti, da lahko razumemo delovanje vseh večjih anten. Osnovni vir sevanja postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) in ga zasukamo tako, da je obravnava najenostavnejša. Osnovni viri sevanja običajno omogočajo rotacijsko simetrijo $\partial / \partial \Phi = 0$, da so vse veličine funkcija samo preostalih dveh krogelnih koordinat r in Θ.

Zelo pomemben osnovni vir sevanja je tokovni element, to je kratek košček kovinske žice dolžine h s prevodniškim tokom I. Statično magnetno polje tokovnega elementa opisuje Biot-Savartov zakon. V njegovi izvirni obliki Jean-Baptiste Biot in Félix Savart leta 1820 nista upoštevala elektromagnetnega sevanja.

Točno magnetno polje tokovnega elementa izračunamo v elektrodinamiki preko računskega obrazca za zakasnjeni vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$. Tokovni element postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) in žico usmerimo v os z za rotacijsko simetrijo $\partial / \partial \Phi = 0$. Prevodniški tok I ponazorimo z vektorjem gostote toka

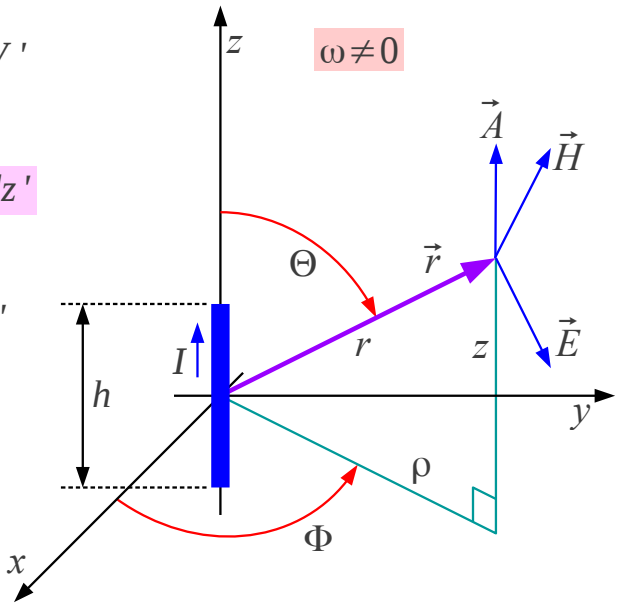
$\vec{J}(\vec{r}\,')$ v prostornini žice V' :



$$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu}{4\pi}\int_{V'}\vec{J}(\vec{r}\,')\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dV'$$

$$\vec{J}(\vec{r}\,')=\vec{1}_z\frac{I}{A_{žice}} \qquad dV'=A_{žice}\,dz'$$

$$\vec{A}(\vec{r})=\frac{\mu}{4\pi}\int_{-h/2}^{h/2}\vec{1}_z I\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dz'$$



Poenostavitve:

(1) $h\ll r$ → $\dfrac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\approx\dfrac{1}{r}$

(2) $h\ll\lambda=\dfrac{2\pi}{k}$ → $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\approx e^{-jkr}$

$$\vec{A}(\vec{r})=\vec{1}_z\frac{\mu I h}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}=\left(\vec{1}_r\cos\Theta-\vec{1}_\Theta\sin\Theta\right)\frac{\mu I h}{4\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$\vec{1}_z=\vec{1}_r\cos\Theta-\vec{1}_\Theta\sin\Theta$$

Sevanje

$$\vec{H}(\vec{r})=\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\vec{A}(\vec{r})=\vec{1}_\Phi\frac{I h}{4\pi}e^{-jkr}\left(\frac{jk}{r}+\frac{1}{r^2}\right)\sin\Theta$$

Biot-Savart

Tokovni element

Pri računu upoštevamo poenostavitve, da je žica h kratka in njen presek $A_{žice}$ še manjši. Tokovni element je kratek $h\ll r$ v primerjavi z oddaljenostjo točke opazovanja in hkrati kratek $h\ll\lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. Slednji pogoj omogoča doseganje skoraj konstantne gostote toka $\vec{J}(\vec{r}\,')=konst.$ tudi v praktični napravi. Znameniti Teslov transformator popolnoma ustreza vsem omenjenim zahtevam!

Poenostavitev $h\ll r$ dopušča, da pri integraciji zanemarimo spreminjanje amplitude v integralu. Poenostavitev $h\ll\lambda$ dopušča, da pri integraciji zanemarimo spreminjanje faze v integralu. Obe poenostavitvi skupaj dopuščata, da integral po prostornini žice V' zamenjamo s preprostim produktom veličin. V končnem rezultatu za vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ moramo samo še zamenjati smernik $\vec{1}_z$ kartezičnega koordinatnega sistema (x,y,z) s smerniki krogelnega koordinatnega sistema (r,Θ,Φ) .

Magnetno poljsko jakost $\vec{H}(\vec{r})=1/\mu\operatorname{rot}\vec{A}(\vec{r})$ dobimo po definiciji z

izračunom vrtinčenja vektorskega potenciala. Končni rezultat pogosto imenujemo tudi razširjeni oziroma dopolnjeni Biot-Savartov zakon. Poleg samoumevne zakasnitve e^{-jkr} omejene hitrosti svetlobe in statičnega člena $1/r^2$ izvirnega Biot-Savartovega zakona vsebuje točen rezultat še sevalni člen jk/r v elektrodinamiki!

V magnetostatiki $\omega=0$ izgineta oba: fazni zasuk zakasnitve in sevalni člen zaradi $k=\omega\sqrt{\mu\epsilon}=0$. Izvirni Biot-Savartov zakon torej natančno velja v magnetostatiki in ostaja uporaben pri nizkih frekvencah na majhnih razdaljah. Pri visokih frekvencah oziroma na velikih razdaljah postane sevalni člen jk/r znatno večji od statičnega člena $1/r^2$.

Izvirni Biot-Savartov zakon velja samo v primeru, ko več odsekov žice sestavimo v sklenjeno zanko, saj električni tok ne more izvirati iz nič niti ponirati v nič. Izvirni Biot-Savartov zakon nič ne govori o električnem polju $\vec{E}(\vec{r})$, saj to ni stvar magnetostatike. Izračun $\vec{E}(\vec{r})=1/j\omega\epsilon\,\mathrm{rot}\,\vec{H}(\vec{r})$ po Ampèrovem zakonu v okolici žice brez tokov $\vec{J}(\vec{r})=0$ daje rezultat:

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{j\omega\epsilon}\,\mathrm{rot}\,\vec{H}=\frac{I\,h}{4\pi\,j\omega\epsilon}e^{-jkr}\left[\vec{1}_r\left(\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)2\cos\Theta+\vec{1}_\Theta\left(-\frac{k^2}{r}+\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)\sin\Theta\right]$$

Zveznost toka/elektrine $I=j\omega Q$

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{Q\,h}{4\pi\epsilon}e^{-jkr}\left[\vec{1}_r\left(\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)2\cos\Theta+\vec{1}_\Theta\left(-\frac{k^2}{r}+\frac{jk}{r^2}+\frac{1}{r^3}\right)\sin\Theta\right]$$

Sevanje

Točkasti statični električni dipol

$$\frac{1}{\omega\epsilon}=\frac{1}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}=\frac{Z}{k}$$

$$\vec{S}(\vec{r})=\frac{1}{2}\vec{E}(\vec{r})\times\vec{H}(\vec{r})^*=\frac{|I|^2h^2Z}{32\pi^2k}\left[\vec{1}_r\left(\frac{k^3}{r^2}-\frac{j}{r^5}\right)\sin^2\Theta+\vec{1}_\Theta\left(\frac{jk^2}{r^3}+\frac{j}{r^5}\right)2\cos\Theta\sin\Theta\right]$$

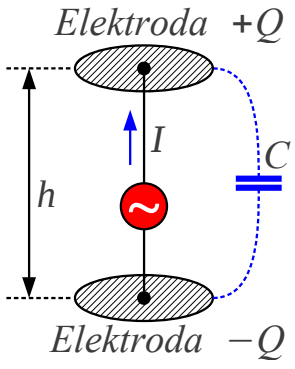
Sevanje

$$P=\oiint_{r\to\infty}\vec{S}(\vec{r})\cdot\vec{1}_r r^2\sin\Theta\,d\Theta\,d\Phi=\frac{|I|^2h^2Zk^2}{12\pi}$$

$$R_s=\frac{2P}{|I|^2}=\frac{Zk^2h^2}{6\pi}=\frac{2\pi Z}{3}\left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

Dinamični električni dipol

$$h\ll\lambda\ \rightarrow\ R_S\ll\frac{1}{\omega C}$$



V točni obravnavi elektrodinamike zveznost toka in elektrine zahteva, da izvor toka povzroči primanjkljaj elektrine, ponor toka pa kopičenje elektrine

na koncu žice $I = dQ/dt = j\,\omega\,Q$. Če v izpeljanem izrazu za električno polje nadomestimo tok s pripadajočo elektrino na koncu žice, dobimo polje točkastega električnega dipola. V neposredni bližini naprave sta statična člena polja električnega dipola izredno velika.

Električno polje $|\vec{E}(\vec{r})| \gg Z\,|\vec{H}(\vec{r})|$ je v bližini vira dosti večje od magnetnega polja v merilu valovne impedance prostora $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Čeprav izpeljava začenja z Biot-Savartovim zakonom za magnetno polje, je tokovni element v resnici točkasti dinamični električni dipol. Poskus potrjuje teorijo: Teslov transformator proizvaja v svoji neposredni okolici ogromno električno polje in čudovite iskre.

Kaj pomenijo različni členi električnega in magnetnega polja, nam nazorno opiše Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$. Sevalni členi električnega in magnetnega polja dajejo od nič različno $\mathrm{Re}[\vec{S}(\vec{r})] \neq 0$ realno komponento Poyntingovega vektorja. Slednja pomeni delovno moč, ki se iz vira širi v prostor v neskončnost.

Elektrostatika oziroma magnetostatika dopuščata samo jalovo moč, električno oziroma magnetno energijo, ki niha v okolici naprave. Opisana delovna moč $P(r \to \infty)$, ki se širi v neskončnost in se nikoli več ne vrne, nima razlage niti v elektrostatiki niti v magnetostatiki. Novi pojav imenujemo elektromagnetno sevanje in je posledica pospešenega gibanja elektrin.

Praktično napravo izdelamo tako, da oba konca žice zaključimo na kovinskih elektrodah ("kapa" Teslovega transformatorja). Kapacitivnost med elektrodama omogoča, da po žici poženemo tok z izmeničnim generatorjem. Tudi če izdelamo žico iz superprevodnika brez električne upornosti, generator občuti poleg reaktivne impedance kondenzatorja $X_C = -1/\omega C$ tudi povsem delovno sevalno upornost $R_S > 0$. Slednja ne pomeni pretvarjanja električne moči v toploto, pač pa zagotavlja moč elektromagnetnemu sevanju, ki se širi v prostor v neskončnost.

Pri majhnih napravah $h \ll \lambda$ je sevalna upornost $R_S \ll |X_C|$ zelo majhna v primerjavi z jalovo impedanco kondenzatorja. Nikola Tesla je kapacitivnost kompenziral z induktivnostjo sekundarnega navitja transformatorja na rezonančni frekvenci $\omega = 1/\sqrt{L\,C}$. Upornost navitja $R_{Cu} \gg R_S$ je za več velikostnih razredov višja od sevalne upornosti, zato slednje ni moč opaziti, kaj šele izmeriti. Teslov transformator večino električne moči pretvori v toploto v navitjih oziroma jo odda porabnikom v neposredni bližini preko kapacitivnega sklopa, seva pa zelo malo!

Nekoliko drugačen osnovni vir sevanja je majhna $\sqrt{A'} \ll \lambda$ krožna tokovna zanka iz kovinske žice s prevodniškim tokom I. Točno magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ tokovne zanke izračunamo v elektrodinamiki po računskem obrazcu za zakasnjeni vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$. Krožno zanko postavimo v izhodišče krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) v ravnino xy tako, da os zanke sovpada z osjo z za rotacijsko simetrijo $\partial/\partial\Phi = 0$. Prevodniški tok I ponazorimo z vektorjem gostote toka $\vec{J}(\vec{r}\,')$ v prostornini žice V':

Tokovna zanka $$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi}\int_{V'} \vec{J}(\vec{r}\,')\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}dV'$$

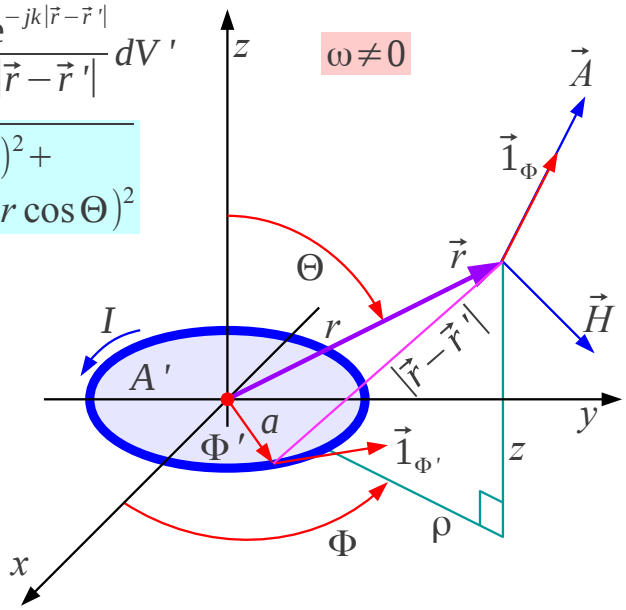
$$|\vec{r}-\vec{r}\,'| = \sqrt{\begin{matrix}(r\sin\Theta\cos\Phi - a\cos\Phi')^2 + \\ +(r\sin\Theta\sin\Phi - a\sin\Phi')^2 + (r\cos\Theta)^2\end{matrix}}$$

$$\vec{J}(\vec{r}\,') = \vec{1}_{\Phi'}\frac{I}{A_{žice}} \qquad dV' = A_{žice}\,a\,d\Phi'$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi}\int_0^{2\pi} \vec{1}_{\Phi'} I \frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}a\,d\Phi'$$

$$\vec{1}_{\Phi'} = -\vec{1}_x\sin\Phi' + \vec{1}_y\cos\Phi'$$

$$-\vec{1}_x\sin\Phi + \vec{1}_y\cos\Phi = \vec{1}_\Phi$$



Površina zanke $A' = \pi a^2$

Poenostavitve:

(1) $a \ll r$ → $$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \approx \frac{1}{r}\left[1 + \frac{a}{r}\sin\Theta\cos(\Phi-\Phi')\right]$$

(2) $a \ll \lambda$ → $$e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \approx e^{-jkr}\left[1 + jka\sin\Theta\cos(\Phi-\Phi')\right]$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \vec{1}_\Phi\frac{\mu}{4\pi}I(\pi a^2)e^{-jkr}\left(\frac{jk}{r}+\frac{1}{r^2}\right)\sin\Theta = \vec{1}_\Phi\frac{\mu}{4\pi}I\,A'\,e^{-jkr}\left(\frac{jk}{r}+\frac{1}{r^2}\right)\sin\Theta$$

Pri računu upoštevamo poenostavitve, da je krožna zanka polmera a majhna in presek žice $A_{žice}$ še manjši. Tokovna zanka je kratka $a \ll r$ v primerjavi z oddaljenostjo točke opazovanja in hkrati kratka $a \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. Slednji pogoj omogoča doseganje skoraj konstantne gostote toka $\vec{J}(\vec{r}\,') = konst.$ tudi v praktični napravi.

Poenostavitev $a \ll r$ dopušča, da pri integraciji poenostavimo spreminjanje amplitude v integralu na dva največja člena vrste. Poenostavitev $a \ll \lambda$ dopušča, da pri integraciji poenostavimo spreminjanje faze v

integralu na dva največja člena vrste. Smernik $\vec{1}_{\Phi'} = -\vec{1}_x \sin\Phi' + \vec{1}_y \cos\Phi'$ zapišemo s konstantnima smernikoma kartezičnega koordinatnega sistema (x, y, z), da vse integrirane veličine vsebujejo le kotne funkcije integracijske spremenljivke Φ'.

V končnem rezultatu integracije se največji členi natančno izničijo. Rezultat pretvorimo iz kartezičnih smernikov $-\vec{1}_x \sin\Phi + \vec{1}_y \cos\Phi = \vec{1}_\Phi$ nazaj na smernik zemljepisne dolžine Φ krogelnih koordinat. Ko veljata obe poenostavitvi $a \ll r$ in $a \ll \lambda$ ter je tok v zanki $I = konst.$ konstanten, je končni rezultat za vektorski potencial $\vec{A}(\vec{r})$ odvisen le od površine zanke $A' = \pi a^2$, popolnoma nič pa od njene oblike. Krožna, kvadratna, trikotna ali šest-oglata zanka enake površine dajejo enak rezultat!

Magnetno poljsko jakost $\vec{H}(\vec{r}) = 1/\mu \, \mathrm{rot}\, \vec{A}(\vec{r})$ dobimo po definiciji z izračunom vrtinčenja vektorskega potenciala. Rezultat ustreza polju točkastega dinamičnega magnetnega dipola:

$$\vec{H}(\vec{r}) = \frac{1}{\mu}\,\mathrm{rot}\,\vec{A}(\vec{r}) = \frac{IA'}{4\pi} e^{-jkr}\left[\vec{1}_r \left(\frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3}\right) 2\cos\Theta + \vec{1}_\Theta \left(-\frac{k^2}{r} + \frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3}\right)\sin\Theta\right]$$

Sevanje

Točkasti statični magnetni dipol

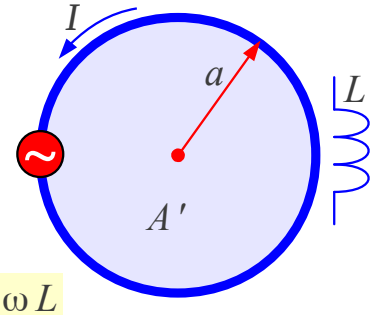
$$\rho(\vec{r}\,') = 0 \;\rightarrow\; grad\, V(\vec{r}) = 0 \;\rightarrow\; \vec{E}(\vec{r}) = -j\omega \vec{A}(\vec{r}) \qquad \omega\mu = \omega\sqrt{\mu\epsilon}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = kZ$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{1}_\Phi \frac{j\omega\mu I A'}{4\pi} e^{-jkr}\left(\frac{jk}{r} + \frac{1}{r^2}\right)\sin\Theta = \vec{1}_\Phi \frac{ZIA'}{4\pi} e^{-jkr}\left(\frac{k^2}{r} - \frac{jk}{r^2}\right)\sin\Theta$$

$$\vec{S}(\vec{r}) = \frac{|I|^2 (A')^2 Z}{32\pi}\left[\vec{1}_r \left(\frac{k^4}{r^2} + \frac{jk}{r^5}\right)\sin^2\Theta - \vec{1}_\Theta \left(\frac{jk^3}{r^3} + \frac{jk}{r^5}\right) 2\cos\Theta\sin\Theta\right]$$

Sevanje

$$P = \oiint_{r\to\infty} \vec{S}(\vec{r}) \cdot \vec{1}_r r^2 \sin\Theta \, d\Theta \, d\Phi = \frac{|I|^2 (A')^2 Z k^4}{12\pi}$$



$$R_s = \frac{2P}{|I|^2} = \frac{Zk^4 (A')^2}{6\pi} = \frac{8\pi^3 Z}{3}\left(\frac{A'}{\lambda^2}\right)^2$$

Dinamični magnetni dipol $\qquad \sqrt{A'} \ll \lambda \;\rightarrow\; R_S \ll \omega L$

Ker v sklenjeni zanki konstanten tok nikjer ne izvira niti ne ponira, na zanki ni mirujočih elektrin. Smerni odvod skalarnega potenciala

$\mathrm{grad}\, V(\vec{r}) = 0$ je povsod v prostoru enak nič. Električno poljsko jakost $\vec{E}(\vec{r}) = -j\omega\vec{A}(\vec{r})$ preprosto dobimo zgolj iz vektorskega potenciala tokovne zanke.

Magnetno polje $|\vec{H}(\vec{r})| \gg |\vec{E}(\vec{r})|/Z$ je v bližini vira dosti večje od električnega polja v merilu valovne impedance prostora $Z = \sqrt{\mu/\epsilon}$. Kaj pomenijo različni členi električnega in magnetnega polja, nam tudi v primeru zanke nazorno opiše Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$. Statična člena magnetnega polja opisujeta magnetno energijo, ki niha v neposredni okolici naprave.

Sevalni členi električnega in magnetnega polja dajejo od nič različno $\mathrm{Re}[\vec{S}(\vec{r})] \neq 0$ realno komponento Poyntingovega vektorja. Delovna moč $P(r \to \infty)$, ki se iz vira širi v prostor v neskončnost, zahteva od nič različno sevalno upornost $R_S > 0$ tokovne zanke. Majhna $\sqrt{A'} \ll \lambda$ tokovna zanka ima razmeroma veliko induktivno reaktivno impedanco $\omega L \gg R_S$ v primerjavi s sevalno upornostjo.

Praktično napravo izdelamo kot tuljavo velikega preseka A' z N ovoji. Sevalna upornost $R_S = N^2 R_{S1}$ se pri tem povečuje s kvadratom števila ovojev. Induktivna reaktanca tuljave $X_L = \omega L = N^2 \omega L_1$ se prav tako povečuje s kvadratom števila ovojev.

Višja induktivnost tuljave omogoča uporabo manjšega nastavljivega kondenzatorja za uglaševanje na rezonančno frekvenco $\omega = 1/\sqrt{LC}$. Ker je upornost navitja tuljave $R_{Cu} = N R_{Cu1}$ le premo-sorazmerna številu ovojev, z večanjem števila ovojev narašča kvaliteta tuljave $Q = \omega L / R_{Cu} \approx N Q_1$. Z večanjem števila ovojev narašča tudi sevalni izkoristek $\eta = R_S/(R_{Cu} + R_S)$.

V obdobju med obema svetovnima vojnama v 20. stoletju se je uveljavila okvirna antena za sprejem srednjevalovnih oddajnikov. Okvirna antena je velika tuljava $A' \approx 1\mathrm{m}^2$, ki hkrati deluje kot prvi nihajni krog, frekvenčno sito v preprostem sprejemniku z vakuumskimi elektronkami. Ker je okvirna antena magnetni dipol, je manj občutljiva na električno polje motilcev v neposredni bližini.

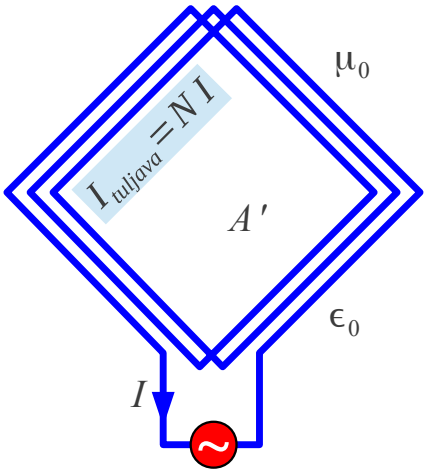
Pri sprejemu pokončno polariziranega elektromagnetnega valovanja ima okvirna antena dva ostra in točno določena minimuma (ničli) sprejema v vodoravni ravnini. Slednji pojav lahko koristno uporabimo tako, da z

obračanjem antene izločimo motnje neželjenega oddajnika. Z okvirno anteno se začenja tudi radiolokacija, iskanje skritega oddajnika in radionavigacija z radijskim kompasom:

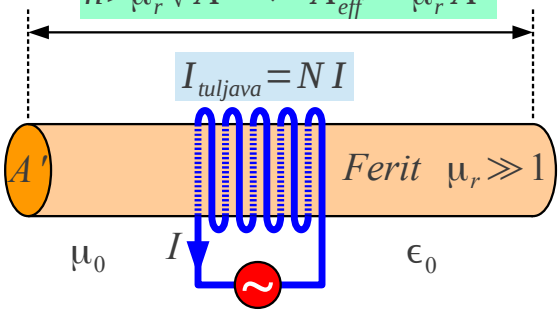
$$R_s = \frac{Z k^4 (N A')^2}{6\pi} = \frac{8\pi^3 Z}{3}\left(\frac{N A'}{\lambda^2}\right)^2$$

$f \approx 300\text{kHz}$
$A' \approx 1\text{m}^2$
$N \approx 10$

Zrak
$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377\,\Omega$
$\lambda = c_0 / f = 1\text{km}$
$R_S \approx 3.1\,\mu\Omega$



Okvirna antena ~1930



Feritna antena ~1970

$$R_s = \frac{Z k^4 (\mu_r N A')^2}{6\pi} = \frac{8\pi^3 Z}{3}\left(\frac{\mu_r N A'}{\lambda^2}\right)^2$$

$f \approx 1\text{MHz}$
$A' \approx 1\text{cm}^2$
$h \approx 20\text{cm}$
$\mu_r \approx 100$
$N \approx 30$

Zrak
$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377\,\Omega$
$\lambda = c_0 / f = 300\text{m}$
$R_S \approx 0.35\,\mu\Omega$

Sodobna izvedba okvirne antene za srednje valove je feritna antena v tranzistorskih radijskih sprejemnikih. V frekvenčnem področju srednjih valov razpoložljivi feriti dosegajo relativno permeabilnost $\mu_r \approx 100$, kar omogoča 100-krat manjšo površino zanke.

Sevalna upornost tokovne zanke je izredno majhna, saj upada kar s četrto potenco valovne dolžine $R_S = \alpha \lambda^{-4}$. Sevalna upornost praktične okvirne antene oziroma praktične feritne antene je v razredu $[\mu\Omega]$. Kljub slabemu sevalnemu izkoristku je okvirna antena uporabna za sprejem srednjih valov, saj je v tem frekvenčnem pasu naravni šum za več velikostnih razredov večji od šuma vakuumskih elektronk. Polprevodniki imajo še nižji šum od vakuumskih elektronk, kar omogoča uporabo še manjše feritne sprejemne antene s še slabšim sevalnim izkoristkom od okvirne antene.

Tokovni element in tokovna zanka sta dualna zgleda. Električno polje tokovnega elementa ima zelo podobno obliko magnetnemu polju tokovne

zanke. Oba vsebujeta člene velikosti k^2/r (sevanje), k/r^2 in $1/r^3$ (statika) v merskih enotah $[\mathrm{m}^{-3}]$. Na majhnih razdaljah $kr \ll 1$ oziroma $r \ll 1/k = \lambda/2\pi = c_0/\omega$ je največji statični člen $1/r^3$. Tokovni element se na majhnih razdaljah obnaša kot točkasti statični električni dipol. Tokovna zanka se na majhnih razdaljah obnaša kot točkasti statični magnetni dipol.

Magnetno polje tokovnega elementa ima zelo podobno obliko električnemu polju tokovne zanke. Oba vsebujeta člene velikosti k/r (sevanje) in $1/r^2$ (Biot-Savart) v merskih enotah $[\mathrm{m}^{-2}]$. Na razdalji $kr = 1$ oziroma $r = 1/k = \lambda/2\pi = c_0/\omega$ postanejo vsi členi poljubnega polja obeh osnovnih virov enako veliki.

Pri omrežni frekvenci $f = 50\mathrm{Hz}$ z valovno dolžino $\lambda = 6000\mathrm{km}$ v praznem prostoru postanejo členi enako veliki na razdalji $r = 955\mathrm{km}$. V elektroenergetiki večinoma povsem zadošča računanje s statičnimi členi. Vsi ostali členi vključno s sevanjem so zanemarljivo majhni.

Pri frekvenci vidne (zelene) svetlobe $f = 600\mathrm{THz}$ z valovno dolžino $\lambda = 0.5\,\mu\mathrm{m}$ v praznem prostoru postanejo členi enako veliki na razdalji $r = 80\mathrm{nm}$. V optiki večinoma povsem zadošča računanje s sevanjem. Vsi ostali členi vključno s statiko so zanemarljivo majhni.

Pri frekvenci radijske zveze $f = 900\mathrm{MHz}$ z valovno dolžino $\lambda = 33\mathrm{cm}$ v praznem prostoru postanejo vsi členi enako veliki na razdalji $r = 5.3\mathrm{cm}$. Pri mobilnem telefonu moramo biti previdni, kdaj smemo uporabljati samo sevanje, kdaj smemo uporabljati samo statiko oziroma kdaj moramo uporabljati točen izračun elektromagnetnega polja z vsemi členi!

Na velikih razdaljah $kr \gg 1$ oziroma $r \gg 1/k = \lambda/2\pi = c_0/\omega$ prevladuje sevanje kateregakoli osnovnega vira. Vsi ostali členi postanejo zanemarljivo majhni. Poenostavitve za sevanje niso zgolj matematični artefakt, pač pa imajo globlji fizikalni pomen in so nujne za razumevanje delovanja anten in pojavov pri razširjanju radijskih valov.

Elektromagnetno sevanje računamo preko enačb v diferencialni obliki, ki vsebujejo odvajanja v prostoru v obliki smernih odvodov, izvornosti in vrtinčenj. Kako praktično računamo odvode v krogelnih koordinatah (r, Θ, Φ) na velikih razdaljah $r \gg \lambda/2\pi$?

Točen zapis potencialov oziroma polja vsebuje člene oblike $r^{-n}\mathrm{e}^{-jkr}$, kjer je eksponent $n = 1,2,3$. Na velikih razdaljah prevladajo členi z $n = 1$. Členi z $n \geq 2$ ali več tam postanejo zanemarljivo majhni. Odvajanje po

razdalji prinese:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^{-n}\mathrm{e}^{-jkr}\right)=-n\,r^{-(n+1)}\mathrm{e}^{-jkr}-jk\,r^{-n}\mathrm{e}^{-jkr}\approx-jk\,r^{-n}\mathrm{e}^{-jkr}$$

Pri točnem izračunu odvoda produkta smemo prvi člen zanemariti, saj upada z razdaljo bistveno hitreje od drugega člena. Na velikih razdaljah $r\gg\lambda/2\pi$ se odvajanje po razdalji poenostavi v $\partial/\partial r\approx-jk$.

Odvajanje po smereh Θ oziroma Φ sicer ni enako nič. Pri izračunu smernega odvoda, izvornosti oziroma vrtinčenja odvajamo po razdaljah v smereh vseh treh koordinat. Laméjevi koeficienti h_Θ in h_Φ tedaj dodajo člen $1/r$ vsem odvodom po smereh. Odvodi po smereh zato postanejo na velikih razdaljah $r\gg\lambda/2\pi$ zanemarljivo majhni v primerjavi z odvodom po razdalji!

Fizikalna razlaga opisanih pojavov z matematičnimi odvodi je naslednja. Pri antenah in razširjanju valov imamo največkrat opraviti s kazalčno vsoto prispevkov istega velikostnega razreda. Pri tem se na velikih razdaljah $r\gg\lambda/2\pi$ amplituda posameznih prispevkov spreminja zelo počasi, saj so relativne spremembe razdalje zelo majhne v primerjavi z absolutno razdaljo.

Obratno se faza tudi na velikih razdaljah $r\gg\lambda/2\pi$ lahko hitro spreminja z razdaljo $\Delta\phi=k\,\Delta r=(2\pi/\lambda)\Delta r$, saj je hitrost spreminjanja odvisna od valovne dolžine, ne pa od absolutne vrednosti razdalje. V nalogah anten in razširjanja valov je spreminjanje faze daleč najpomembnejši podatek. Spreminjanje amplitude smemo pogosto zanemariti!

Smerni odvod, izvornost in vrtinčenje računamo s simboličnim vektorjem odvajanja ∇ , ki žal ima enostaven zapis samo v kartezičnih koordinatah (x,y,z) . Pri upoštevanju poenostavitev na velikih razdaljah $r\gg\lambda/2\pi$ se odvajanje silno poenostavi celo v krogelnih koordinatah (r,Θ,Φ) . Odličen približek za simbolični vektor odvajanja postane preprosto $\nabla=\vec{1}_r(-jk)$, kar je še dosti bolj enostavno od kartezičnih koordinat (x,y,z) :

Poenostavitve za sevanje

$$k=\omega\sqrt{\mu\epsilon}$$

$$r\gg\frac{1}{k}=\frac{\lambda}{2\pi}\ \rightarrow\ \frac{\partial}{\partial r}\approx -jk\qquad \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\Theta}\approx 0\qquad \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\Phi}\approx 0\qquad \nabla\approx\vec{1}_r(-jk)$$

$$\vec{H}=\frac{1}{\mu}\operatorname{rot}\vec{A}=\frac{1}{\mu}\nabla\times\vec{A}\approx-\frac{jk}{\mu}\vec{1}_r\times\vec{A}=-\frac{j\omega}{Z}\vec{1}_r\times\vec{A}=\vec{1}_\Theta\frac{j\omega}{Z}A_\Phi-\vec{1}_\Phi\frac{j\omega}{Z}A_\Theta$$

$$\textit{Lorenz}\quad j\omega\mu\epsilon V+\operatorname{div}\vec{A}=0\ \rightarrow\ V=\frac{j}{\omega\mu\epsilon}\nabla\cdot\vec{A}\approx\frac{j}{\omega\mu\epsilon}(-jk)A_r=\frac{kA_r}{\omega\mu\epsilon}=\frac{A_r}{\sqrt{\mu\epsilon}}$$

$$\vec{E}=-j\omega\vec{A}-\nabla V\approx-j\omega\vec{A}+jk\vec{1}_r\frac{A_r}{\omega\mu\epsilon}=-j\omega\left[\vec{A}-\vec{1}_r\left(\vec{1}_r\cdot\vec{A}\right)\right]=-j\omega\left[\vec{1}_\Theta A_\Theta+\vec{1}_\Phi A_\Phi\right]$$

$$\textit{Gauss}\quad\frac{\rho}{\epsilon}=0=\nabla\cdot\vec{E}\approx-jk\vec{1}_r\cdot\vec{E}=-jkE_r\qquad 0=\nabla\cdot\vec{H}\approx-jk\vec{1}_r\cdot\vec{H}=-jkH_r$$

$$\textit{Sevano}\quad\textit{polje}\quad\vec{1}_r\perp\vec{H}\perp\vec{E}\perp\vec{1}_r\qquad E_r=0\qquad H_r=0\qquad\frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|}=Z=\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\qquad\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\approx 377\,\Omega$$

$$\textit{Faraday}\quad\vec{H}=\frac{j}{\omega\mu}\operatorname{rot}\vec{E}=\frac{j}{\omega\mu}\nabla\times\vec{E}\approx\frac{j}{\omega\mu}(-jk)\vec{1}_r\times\vec{E}=\frac{\vec{1}_r\times\vec{E}}{Z}=-\vec{1}_\Theta\frac{E_\Phi}{Z}+\vec{1}_\Phi\frac{E_\Theta}{Z}$$

$$\textit{Poynting}\quad\vec{S}=\frac{1}{2}\vec{E}\times\vec{H}^*\approx\frac{\vec{E}\times\left(\vec{1}_r\times\vec{E}\right)^*}{2Z}=\vec{1}_r\frac{\vec{E}\cdot\vec{E}^*}{2Z}=\vec{1}_r\frac{|\vec{E}|^2}{2Z}=\vec{1}_z\frac{|\vec{E}_{eff}|^2}{Z}\qquad\vec{E}_{eff}=\frac{\vec{E}}{\sqrt{2}}$$

S preprostim simboličnim vektorjem odvajanja se izračun sevanja silno poenostavi. Pri izračunih magnetnega polja $\vec{H}(\vec{r})$ in električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$ ugotovimo, da sevano polje nima vzdolžne komponente. Isto zahteva tudi Gaussov zakon za električno polje $E_r=0$ in magnetno polje $H_r=0$.

Na velikih razdaljah $r\gg\lambda/2\pi$ so električno polje $\vec{E}(\vec{r})$, magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ in smer potovanja valovanja $\vec{1}_r$ med sabo pravokotni. Električno polje in magnetno polje sta v točnem razmerju valovne impedance $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})|=Z=\sqrt{\mu/\epsilon}$. V praznem prostoru znaša valovna impedanca približno $Z_0=\sqrt{\mu_0/\epsilon_0}\approx 377\,\Omega\approx 120\,\pi\,\Omega$. Na velikih razdaljah torej zadošča, da navedemo samo eno polje, na primer samo električno polje $\vec{E}(\vec{r})$, saj lahko iz njega preprosto določimo magnetno polje $\vec{H}(\vec{r})$ in obratno.

Sevano električno polje in pripadajoče magnetno polje sta sofazna, zato je Poyntingov vektor gostote moči popolnoma realen. Poyntingov vektor sevanja kaže v smeri potovanja valovanja $\vec{1}_r$ in ga lahko izračunamo zgolj

iz znanega električnega polja $\vec{E}(\vec{r})$.

Pri računu gostote pretoka moči moramo biti pozorni na merske enote. V teoretskih izpeljavah običajno uporabljamo vršno vrednost harmonske veličine $|\vec{E}|$ v merskih enotah $[\mathrm{V/m}]$. Merilni inštrumenti pogosto uporabljajo efektivno vrednost harmonske veličine $|\vec{E}_{eff}|$ v merskih enotah $[\mathrm{V_{eff}/m}]$. Za harmonske veličine velja znana povezava $|\vec{E}_{eff}|=|\vec{E}|/\sqrt{2}$.

V radijskih zvezah na velike razdalje uporabljamo elektromagnetno sevanje. Pri tem je popolnoma vseeno, ali imajo uporabljene antene v neposredni bližini zelo močno električno ali pa zelo močno magnetno polje oziroma nič od navedenega. V zvezi s sevanjem na velike razdalje lahko uporabimo različne vrste anten na obeh koncih zveze. Sevanje pomeni $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})|=Z$.

V zvezah na kratke razdalje lahko uporabimo tudi kapacitivni sklop ali pa induktivni sklop. Niti kapacitivni sklop niti induktivni sklop ne uporabljata sevanja. Na obeh koncih zveze moramo uporabiti enako vrsto antene. Na primer dva točkasta električna dipola $|\vec{E}(\vec{r})|\gg Z|\vec{H}(\vec{r})|$ za kapacitivni sklop ali pa dva točkasta magnetna dipola $|\vec{E}(\vec{r})|\ll Z|\vec{H}(\vec{r})|$ za induktivni sklop.

V praktični zvezi je na ovire najbolj občutljivo statično električno polje. Povrhu lahko statično električno polje proži nevarne iskre. Obratno prodre statično magnetno polje skozi večino ovir. V zvezah na kratke razdalje in za prenos energije se danes večinoma uporablja induktivni sklop.

Strogi predpisi elektromagnetne združljivosti (EMC) morajo upoštevati vse tri pojave: kapacitivni sklop, induktivni sklop in sevanje. Motnje merimo na predpisani razdalji od naprave, običajno $r=10\mathrm{m}$. Pri visokih frekvencah $k\,r=(\omega/c_0)\,r\gg 1$ pri tem zadošča meritev gostote pretoka moči $|\vec{S}|(\vec{r})$ oziroma efektivne vrednosti električnega polja $|\vec{E}_{eff}(\vec{r})|$. Pri nizkih frekvencah $k\,r=(\omega/c_0)\,r\ll 1$ predpisi zahtevajo ločeni meritvi efektivne vrednosti električnega polja $|\vec{E}_{eff}(\vec{r})|$ in efektivne vrednosti magnetnega polja $|\vec{H}_{eff}(\vec{r})|$.

* * * * *

4. Brezvrvična zveza

Brezvrvično zvezo skušamo izdelati tako, da sta oba oddajnik $d_{TX} \ll r$ in sprejemnik $d_{TX} \ll r$ dosti manjša od razdalje, ki jo skušamo premostiti. V nasprotnem primeru bi bila kakršnakoli vrvica zagotovo cenejša rešitev. V brezvrvični zvezi lahko uporabimo elektromagnetne pojave. Največji domet in največjo zmogljivost brezvrvične zveze omogoča uporaba elektromagnetnega sevanja.

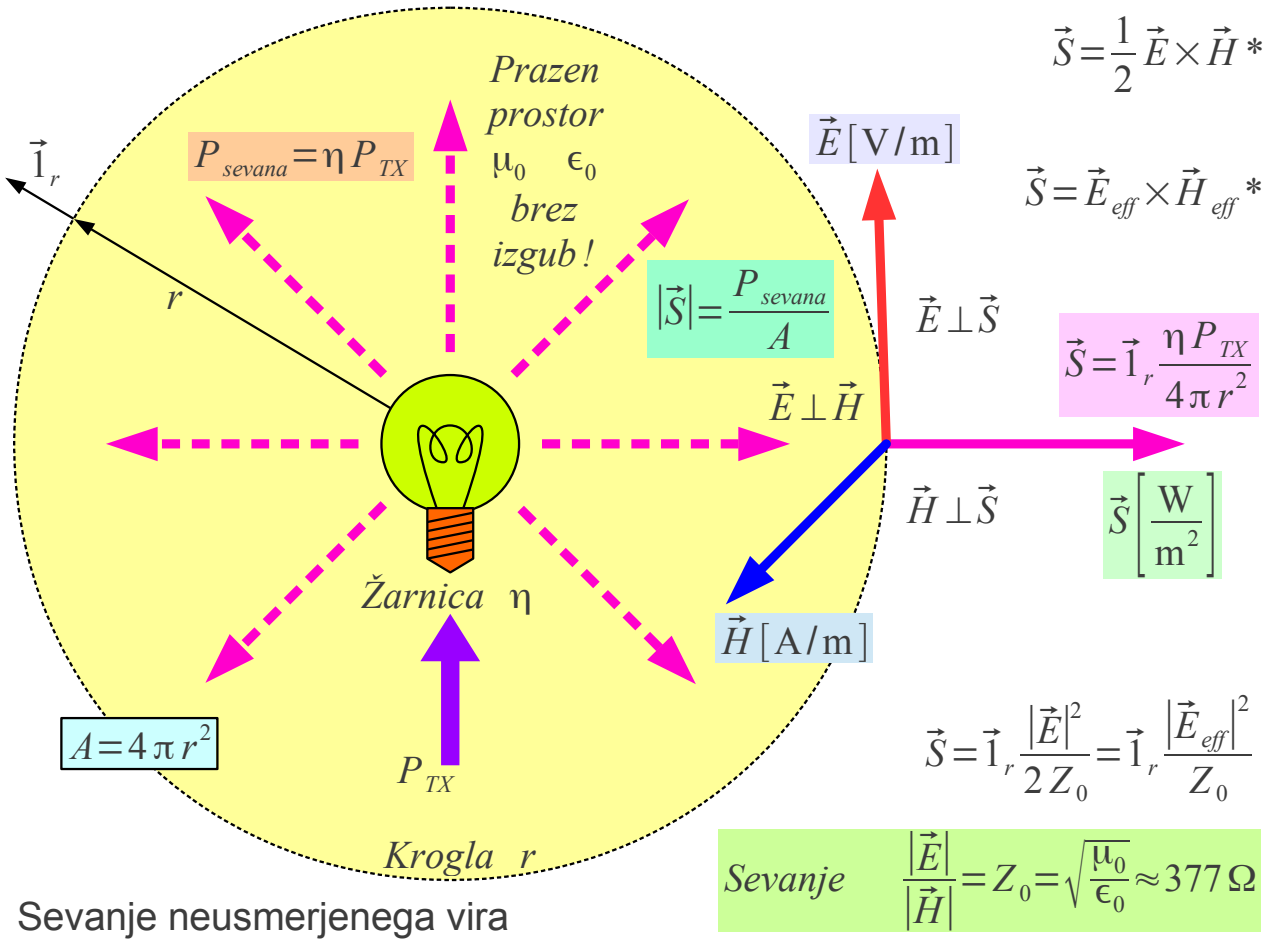
Elektromagnetno sevanje prevladuje na velikih razdaljah $r \gg 1/k = 2\pi/\lambda$ od oddajne antene. Sevanje kakršnekoli antene v koordinatnem izhodišču krogelnega koordinatnega sistema (r, Θ, Φ) se lahko poenostavi v:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_E \alpha I \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta, \Phi) \qquad \vec{H}(\vec{r}) = \vec{1}_H \frac{\alpha I}{Z_0} \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta, \Phi)$$

Oba električno in magnetno polje vsebujeta isto sorazmernostno konstanto α, jakost toka I v anteni in zakasnitev e^{-jkr} končne hitrosti svetlobe. Oba električno in magnetno polje upadata obratno-sorazmerno razdalji $1/r$ in sta lahko odvisna od smeri $F(\Theta, \Phi)$. Sevano električno in magnetno polje sta med sabo pravokotna vektorja $\vec{1}_E \perp \vec{1}_H$, sofazna in v točnem razmerju $|\vec{E}(\vec{r})|/|\vec{H}(\vec{r})| = Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ valovne impedance v praznem prostoru.

Poytningov vektor: $\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2 Z_0 r^2} |F(\Theta, \Phi)|^2$ je popolnoma realen, je pravokoten na oba $\vec{1}_r \perp \vec{1}_E$ električno in $\vec{1}_r \perp \vec{1}_H$ magnetno polje, kaže proč od oddajnika $\vec{1}_r$ v smeri potovanja valovanja in upada s kvadratom razdalje $1/r^2$. Sevana moč $P = \oiint \vec{S} \cdot \vec{1}_r \, dA$ se v praznem prostoru nikjer ne izgublja. Vrednost integrala po katerikoli sklenjeni ploskvi, ki zajema oddajnik, je vedno konstantna.

Za neusmerjeno anteno $F(\Theta, \Phi) = konst.$ preprosto izračunamo vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \eta P_{TX}/(4\pi r^2)$ iz moči oddajnika, ki se porazdeli po površini krogle z anteno v središču ob upoštevanju sevalnega izkoristka η neidealne antene (žarnice):



Sevanje neusmerjenega vira

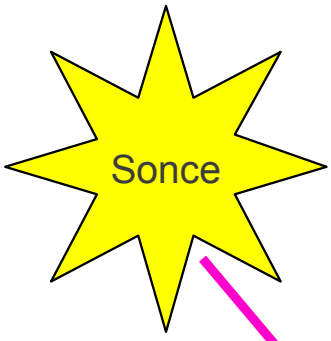
Glede na vrsto oddajne antene lahko oba vektorja električnega in magnetnega polja nihata v določeni smeri ali pa se sukata okoli smeri razširjanja. Slednji pojav imenujemo polarizacija valovanja. Polarizacija je lastnost vseh prečnih valovanj vključno z elektromagnetnim valovanjem, njegova natančna obravnava sledi v pripadajočem poglavju kasneje.

Nalogo sevanja poenostavi uporaba efektivnih veličin, saj sta velikosti efektivnih vrednosti $|\vec{E}_{eff}|$ in $|\vec{H}_{eff}|$ neodvisni od polarizacije valovanja, kar je v preprosti obravnavi silno ugodno. V primeru nihanja polja v eni sami smeri in harmonskih veličin preprosto dobimo efektivni vrednosti $\vec{E}_{eff}=\vec{E}/\sqrt{2}$ oziroma $\vec{H}_{eff}=\vec{H}/\sqrt{2}$ iz vršnih vrednosti (veličini brez indeksov).

Ob lepem jasnem dnevu dosega svetloba Sonca na površini Zemlje gostoto pretoka moči $|\vec{S}|\approx 1\mathrm{kW/m^2}$. Slednja ustreza efektivni električni poljski jakosti $|\vec{E}_{eff}|\approx 614\mathrm{V_{eff}/m}$. Toplotni učinek svetlobe zaznamo še pri desetkrat nižji gostoti pretoka moči $|\vec{S}|\approx 100\mathrm{W/m^2}$. Stokrat nižja gostota moči $|\vec{S}|\approx 10\mathrm{W/m^2}$ oziroma desetkrat nižje električno polje

$|\vec{E}|=61\mathrm{V_{eff}/m}$ od naravnega sevanja Sonca se smatra povsem varna in neškodljiva meja za neionizirajoče sevanje.

Fotoni neionizirajočega sevanja imajo dovolj majhno energijo $W=hf$, kjer je $h=6.626\cdot10^{-34}\,\mathrm{Js}$ Planckova konstanta, da je sproščena toplota edini učinek elektromagnetnega sevanja. Praktično to pomeni, da so vidna svetloba in vsa elektromagnetna sevanja z valovno dolžino večjo od približno $\lambda>400\mathrm{nm}$ oziroma s frekvenco nižjo od približno $f<750\mathrm{THz}$ neionizirajoča sevanja. Zakonodajalec je predpisal mejo neionizirajočih sevanj z električno poljsko jakostjo $|\vec{E}_{eff}|\le6\mathrm{V_{eff}/m}$, kar je desetkrat nižja poljska jakost od varne meje oziroma deset-tisočkrat nižja gostota pretoka moči $|\vec{S}|\approx0.1\mathrm{W/m^2}$ od sončne svetlobe:



Učinek sevanja	*Gostota pretoka moči* $\lvert\vec{S}\rvert$		*Jakost polja* $\lvert\vec{E}_{eff}\rvert$
Sončna svetloba	$1\mathrm{kW/m^2}$	$100\mathrm{mW/cm^2}$	$614\mathrm{V_{eff}/m}$
Zaznaven učinek	$100\mathrm{W/m^2}$	$10\mathrm{mW/cm^2}$	$194\mathrm{V_{eff}/m}$
Varna meja	$10\mathrm{W/m^2}$	$1\mathrm{mW/cm^2}$	$61\mathrm{V_{eff}/m}$
Zakonska omejitev	$0.1\mathrm{W/m^2}$	$10\mu\mathrm{W/cm^2}$	$6\mathrm{V_{eff}/m}$

Prazen prostor
μ_0 ϵ_0
brez izgub!

$|\vec{E}|=\sqrt{2Z_0|\vec{S}|}$ $|\vec{E}_{eff}|=\sqrt{Z_0|\vec{S}|}$

$|\vec{S}|\approx1\,\mathrm{kW/m^2}$
(na površini Zemlje)



$A_{maček}\approx0.05\,\mathrm{m^2}$

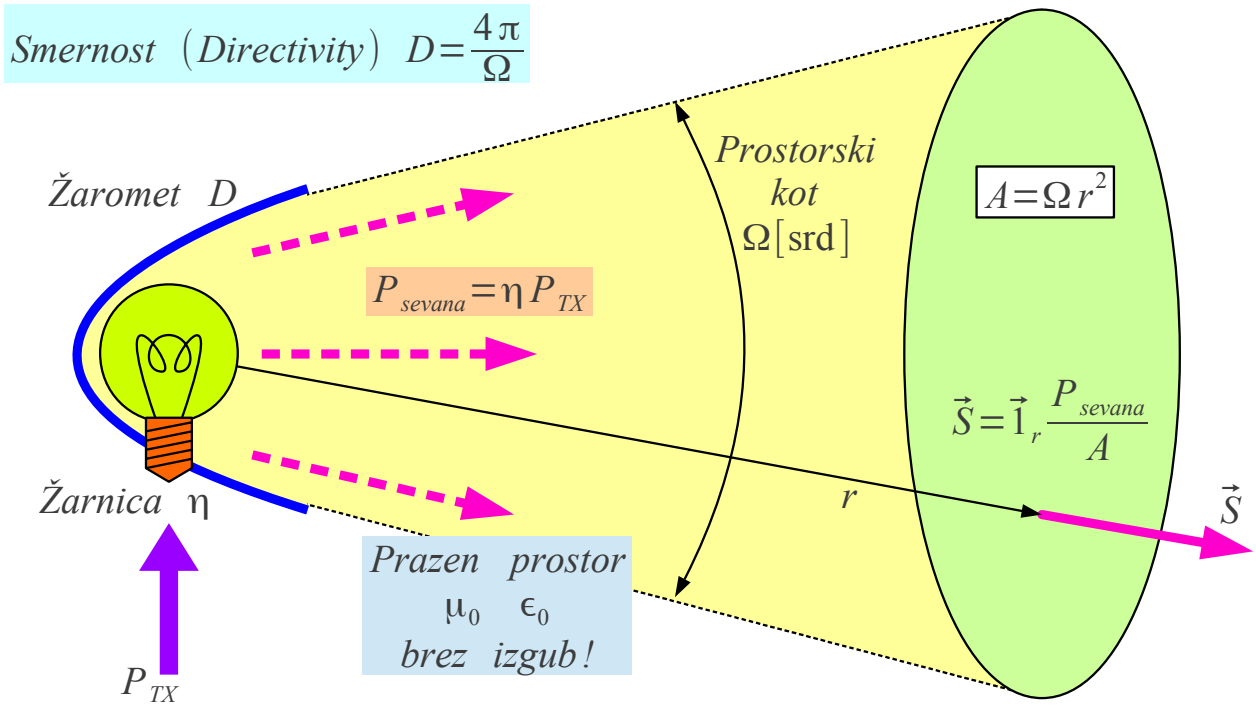
$P_{RX}\approx50\,\mathrm{W}$

$P_{RX}=\vec{S}\cdot\vec{1}_n A_{maček}\left(1-|\Gamma|^2\right)$

Toplotni učinki sevanja

Domači maček nima preglavic s človeškimi predpisi. Nevarni, ionizirajoči, kratkovalovni del sevanja Sonca večinoma zaustavi že ozračje Zemlje. Črni maček skoraj ne odbija $\Gamma\approx0$ svetlobe Sonca, pač pa črna dlaka vso prispelo moč elektromagnetnega valovanja pretvori v toploto. Prispela moč je sorazmerna projekciji površine mačka na smer vpadne svetlobe. Maček torej dobro razume brezžični prenos električne energije, ko se na Soncu greje!

Sonce je neusmerjen naravni vir elektromagnetnega sevanja zelo velike moči. Moč umetnih virov, radijskih oddajnikov, je zelo omejena. Domet brezvrvične zveze skušamo povečati tako, da antena ne seva v vse smeri, pač pa sevanje usmerimo v stožec proti sprejemniku. Na primer, žaromet usmeri sevanje žarnice v prostorski kot $\Omega<4\pi$, ki je manjši od polnega prostorskega kota:



Sevanje usmerjenega izvora

Učinkovitost žarometa opisuje pojem smernost (angleško: directivity). Smernost $D=\left|\vec{S}_{usmerjen}\right|/\left|\vec{S}_{neusmerjen}\right|\geq 1$ je razmerje med gostoto moči usmerjenega vira v primerjavi z gostoto moči neusmerjenega vira, ko oba vira sevata enako moč. Usmerjen vir osvetljuje z enako močjo na isti razdalji manjšo površino $A=\Omega r^2$ od neusmerjenega vira, kar daje višjo gostoto moči. Smernost preprosto zapišemo s prostorskim kotom sevanja vira $D=4\pi/\Omega$.

V izračunu gostote pretoka moči nastopata sevalni izkoristek oddajne antene in smernost iste naprave v produktu. $G=\eta D$ je zato smiselna definicija dobitka (angleško: gain) antene. Slednjo pogosto napačno prevajajo v ojačanje antene. Antena ničesar ne ojačuje, pač pa samo pretvarja vodeno

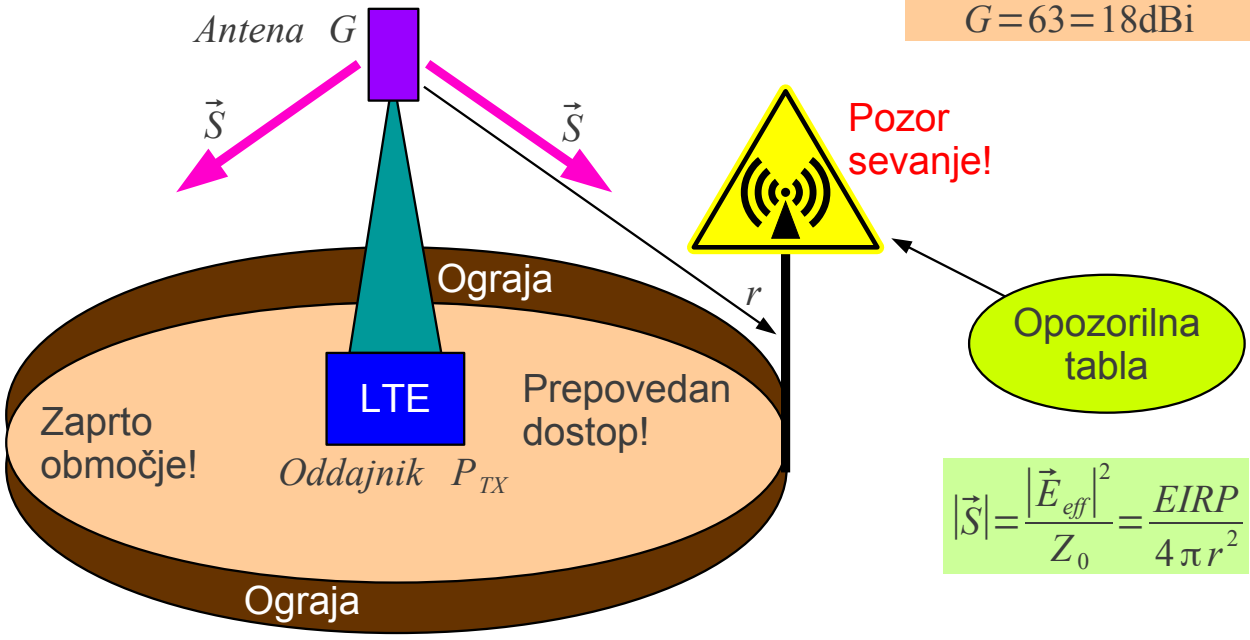
elektromagnetno valovanje v sevanje in usmerja nastalo sevanje.

Sevanje radijskega oddajnika pogosto navajamo kot efektivno izotropno sevano moč $EIRP = G\,P_{TX}$ (angleško: Effecitve Isotropic Radiated Power), to je zmnožkom dobitka antene in moči oddajnika. Vse veličine pogosto navajamo v logaritemskih merskih enotah. Neimenovana razmerja D in G pogosto navajamo v $[\mathrm{dBi}]$, decibelih glede na neusmerjeno (izotropno) anteno. Moč oddajnika P_{TX} in efektivno sevano moč $EIRP$ pogosto navajamo v $[\mathrm{dBm}]$, decibelih glede na 1mW.

Praktičen zgled je bazna postaja omrežja LTE. Izhodna moč oddajnika lahko doseže $P_{TX} = 100\mathrm{W} = 50\mathrm{dBm}$. Antena pokriva sektor v vodoravni ravnini in njen dobitek lahko doseže $G = 63 = 18\mathrm{dBi}$. Efektivna sevana moč doseže $EIRP = 6.3\mathrm{kW} = 68\mathrm{dBm}$:

$EIRP = 68\,\mathrm{dBm} = 10^{(68/10)} \cdot 1\,\mathrm{mW} = 6.3\,\mathrm{kW}$

Zgled
$P_{TX} = 100\mathrm{W} = 50\mathrm{dBm}$
$G = 63 = 18\mathrm{dBi}$



$|\vec{S}| = \frac{|\vec{E}_{eff}|^2}{Z_0} = \frac{EIRP}{4\pi r^2}$

EU zakonodaja
$|\vec{E}_{eff}| \le 6\,\mathrm{V_{eff}/m}$

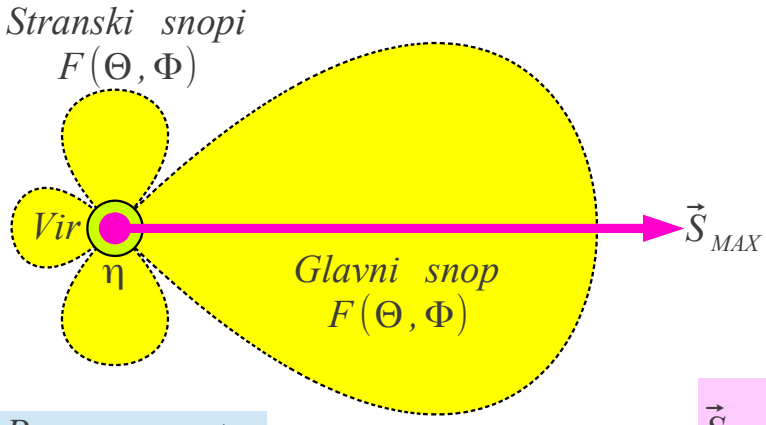
$r \ge \sqrt{\frac{Z_0\,EIRP}{4\pi |\vec{E}_{eff}|^2}} = 72.5\,\mathrm{m}$

Ograja okoli vira sevanja

Iz podatkov o moči oddajnika in dobitku antene lahko izračunamo razdaljo $r = 72.5\mathrm{m}$, pri kateri efektivna električna poljska jakost doseže mejo $|\vec{E}_{eff}| = 6\mathrm{V_{eff}/m}$. Slednja je mišljena kot varna meja za ljudi ter druga živa bitja in hkrati upošteva elektromagnetno združljivost drugih elektronskih naprav za domačo uporabo, ki v premočnem polju oddajnika ne bi mogle

pravilno delovati. Javnosti je smiselno preprečiti dostop na izračunani razdalji $r = 72.5\mathrm{m}$ od antene s primerno ograjo in postaviti opozorilne table.

Antena, ki seva samo v stožec s ploskim temenom v prostorski kot Ω in nikamor drugam, je sicer privlačen zgled za razlago, je pa v praksi težko izvedljiv. Sevano polje večine resničnih anten opisujeta polarizacija $\vec{1}_E$ in smerni diagram sevanja $F(\Theta,\Phi) \neq konst.$ Slednji opisuje spreminjanje amplitude in faze sevanega polja glede na smer v prostoru. Smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$ resnične antene ima več snopov. Teme glavnega snopa običajno ni plosko, $F(\Theta,\Phi)$ je razgibana funkcija:



$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_E \alpha I \frac{e^{-jkr}}{r} F(\Theta,\Phi)$$

$F(\Theta,\Phi) \equiv smerni\ \ diagram$

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2 Z_0}$$

$$\vec{S}(\vec{r}) = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2 Z_0 r^2} |F(\Theta,\Phi)|^2$$

$$\vec{S}_{MAX} = \vec{1}_r \frac{|\alpha I|^2}{2 Z_0 r^2} |F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})|^2$$

Prazen prostor
$\mu_0 \quad \epsilon_0$
brez izgub!

$$P_{sevana} = \oiint_{4\pi} \vec{S}(\vec{r}) \cdot \vec{1}_r r^2 d\Omega = \frac{|\alpha I|^2}{2 Z_0} \oiint_{4\pi} |F(\Theta,\Phi)|^2 d\Omega$$

$$D = \frac{|\vec{S}_{MAX}|}{\left(\frac{P_{sevana}}{4\pi r^2}\right)} = \frac{\frac{|\alpha I|^2}{2 Z_0 r^2} |F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})|^2}{\frac{1}{4\pi r^2} \frac{|\alpha I|^2}{2 Z_0} \oiint_{4\pi} |F(\Theta,\Phi)|^2 d\Omega}$$

Smernost oddajne antene

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})|^2}{\oiint_{4\pi} |F(\Theta,\Phi)|^2 d\Omega}$$

$$d\Omega = \sin\Theta \, d\Theta \, d\Phi$$

Smernost antene s poljubnim smernim diagramom $F(\Theta,\Phi)$ izračunamo tako, da gostoto pretoka moči $\vec{S}(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})$ v smeri največjega sevanja delimo z gostoto pretoka moči neusmerjene antene $P_{SEVANA}/4\pi r^2$ enake sevane moči v isti točki opazovanja. Sevano moč dobimo s seštevanjem (integracijo) gostote pretoka moči $\vec{S}(\Theta,\Phi)$ v vseh smereh.

Rezultat izpeljave takoj preizkusimo na zgledu Teslovega

transformatorja oziroma okvirne antene, ki imata oba smerni diagram $F(\Theta,\Phi)=\sin\Theta$ in največje sevanje v ravnini xy oziroma pri $\Theta_{MAX}=\pi/2$:

$$D=\frac{4\pi\left|F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})\right|^2}{\oiint_{4\pi}\left|F(\Theta,\Phi)\right|^2 d\Omega}=\frac{4\pi\left|\sin\Theta_{MAX}\right|^2}{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\left|\sin\Theta\right|^2\sin\Theta\,d\Theta\,d\Phi}=$$

$$=\frac{4\pi\left|\sin(\pi/2)\right|^2}{2\pi\int_0^{\pi}\left(1-\cos^2\Theta\right)\sin\Theta\,d\Theta}=\frac{2}{\int_{-1}^{1}(1-u^2)\,du}=\frac{2}{4/3}=1.5=1.76\text{dBi}$$

Čeprav smernost preprostih anten ni velika, je nekoliko večja $D=1.5>1$ od enote. Pravo neusmerjeno anteno, ki bi sevala popolnoma enako $F(\Theta,\Phi)=konst.$ v vse smeri prostora, je sploh težko izdelati! Dobitek Teslovega transformatorja oziroma okvirne antene je zelo majhen $G=\eta D\ll 1$ zaradi slabega sevalnega izkoristka.

Smerni diagram antene lahko zapišemo na različne načine:

$Smerni\ \ diagram\ \ (kompleksna\ \ skalarna\ \ funkcija):\ \ F(\Theta,\Phi)$

$$F(\Theta,\Phi)=A(\Theta,\Phi)\,e^{j\phi(\Theta,\Phi)}$$

$Amplitudni\ \ smerni\ \ diagram:\ \ A(\Theta,\Phi)=\pm\left|F(\Theta,\Phi)\right|\quad(običajno\ +)$

$$Fazni\ \ smerni\ \ diagram:\ \ \phi(\Theta,\Phi)=\arctan\frac{\text{Im}\left[F(\Theta,\Phi)\right]}{\text{Re}\left[F(\Theta,\Phi)\right]}\quad(kvadrant?)$$

$$Normirani\ \ smerni\ \ diagram:\ \ F_N(\Theta,\Phi)=\frac{F(\Theta,\Phi)}{F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})}$$

$$Močnostni\ \ smerni\ \ diagram:\ \ \left|F(\Theta,\Phi)\right|^2$$

$$Logaritemski\ \ smerni\ \ diagram:\ \ F_{\text{dB}}(\Theta,\Phi)=20\log_{10}\left|\frac{F(\Theta,\Phi)}{F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})}\right|$$

$$Smernost\ \ v\ \ poljubni\ \ smeri:\ \ D(\Theta,\Phi)=\frac{4\pi\left|F(\Theta,\Phi)\right|^2}{\oiint_{4\pi}\left|F(\Theta',\Phi')\right|^2 d\Omega'}$$

Smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$ je kompleksna skalarna funkcija, torej ne vsebuje polarizacije. Smerni diagram je neimenovano razmerje, torej nima

merskih enot. Kompleksno funkcijo $F(\Theta,\Phi)$ lahko zapišemo z realnima funkcijama amplitude $A(\Theta,\Phi)$ in faze $\phi(\Theta,\Phi)$. Čeprav je strogo gledano edino $A(\Theta,\Phi)$ amplitudni smerni diagram, pogosto imenujemo kar $F(\Theta,\Phi)$ amplitudni smerni diagram, da ga razlikujemo od močnostnega smernega diagrama.

Smerni diagram običajno ni normiran. Na primer, $F_1(\Theta,\Phi)=\sin\Theta$, $F_2(\Theta,\Phi)=j3.14\sin\Theta$ in $F_3(\Theta,\Phi)=16547\sin\Theta$ so trije enakovredni smerni diagrami. Nekatere izpeljave se poenostavijo, nekatere druge pa zapletejo v primeru uporabe normiranega smernega diagrama, ki ima maksimum $F_N(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})=1$ vedno enak enoti.

Močnostni smerni diagram $|F(\Theta,\Phi)|^2$ pogosto uporabljamo tam, kjer faze ne moremo meriti, na primer v optiki. Močnostni smerni diagram nastopa v predstavljenem izračunu smernosti. V močnostnem smernem diagramu se izgubi informacija o fazi sevanega polja.

Smerni diagram pogosto merimo in izrišemo v logaritemskem merilu $F_{\mathrm{dB}}(\Theta,\Phi)$ v decibelih. Tudi tu se informacija o fazi izgubi. Logaritemski smerni diagram je običajno normiran $F_{\mathrm{dB}}(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})=0\mathrm{dB}$.

Končno lahko definiramo smernost antene $D(\Theta,\Phi)$ v poljubni smeri. Drugače povedano gre za močnostni smerni diagram normiran na tak način, da opisuje smernost antene. Informacija o fazi se tudi tu izgubi. Običajna definicija smernosti pomeni $D=D(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})$ v tem primeru.

Nalogo načrtovanja antene najbolje opisuje definicija dobitka antene $G=\eta D$. Antena mora imeti dober sevalni izkoristek in zahtevani smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$, ki določa smernost antene. Heinrich Hertz je dosegel oboje: polvalovni odprti rezonator učinkovito seva elektromagnetno valovanje, ki ga je Hertz usmeril z valjnim paraboličnim zrcalom. Oboje je bilo nujno potrebno za uspeh Hertzovih poskusov s silno neobčutljivim sprejemnikom (iskriščem).

Pogoj za dober sevalni izkoristek $\eta=P_{SEVANA}/P_{TX}$ je zapisan že v izrazih za sevano moč tokovnega elementa oziroma zanke. Sevana moč tokovnega elementa narašča sorazmerno kvadratu dolžine žice $P_{SEVANA}=C_{ŽICA}(h/\lambda)^2$, sevana moč zanke pa sorazmerno kvadratu površine zanke $P_{SEVANA}=C_{ZANKA}(A'/\lambda^2)^2$. Obe enačbi sicer veljata le za kratke žice $h\ll\lambda$ in majhne zanke $A'\ll\lambda^2$, ampak jasno kažeta na to,

da dober sevalni izkoristek zahteva izmere antene, ki so vsaj primerljive z valovno dolžino.

Delovanje zbiralnega zrcala opišemo z dodatnimi viri sevanja v samem zrcalu. Ko sevanje osnovnega izvora osvetli kovinsko površino zrcala, v slednji požene ploskovni električni tok $\vec{K}$, ki zadosti prestopnim pogojem električnega in magnetnega polja na površini dobrega prevodnika. Ploskovni tok $\vec{K}$ v zrcalu je izmenični električni tok, ki seva. Osvetljeno zrcalo se obnaša kot množica novih virov sevanja. Obliko zbiralnega zrcala izbiramo tako, da se kazalci posameznih prispevkov sevanja seštevajo sofazno v željeni smeri.

Prispevki množice virov sevanja se lahko seštevajo na različne načine. Če vse vire napajamo z enim samim izmeničnim generatorjem, je faza posameznih virov natančno določena. Skupno sevanje koherentne oddaje je kazalčna vsota prispevkov posameznih virov. Če so izmere koherentne skupine virov $\sqrt{A_{TX}} \geq \lambda$ primerljive oziroma večje od valovne dolžine, je kazalčna vsota odvisna od izbrane smeri. V določeni smeri se kazalci seštevajo sofazno, v drugih smereh se kazalci med sabo odštevajo. Koherentna skupina virov ima lahko kompliciran smerni diagram $F(\Theta, \Phi)$.

Obratno, če vsak posamezni vir napajamo s svojim lastnim izmeničnim generatorjem in slednji med sabo niso sinhronizirani, pač pa se malenkost razlikujejo v frekvenci, medsebojna faza posameznih virov ni določena. Skupno sevanje nekoherentne oddaje je preprosto vsota sevane moči posameznih virov. Niti pri veliki skupini nekoherentnih virov $\sqrt{A_{TX}} \geq \lambda$ ne opazimo nobenih interferenčnih pojavov. Smerni diagram nekoherentne skupine je popolnoma enak smernemu diagramu posameznega vira.

Praktični zgledi vključujejo obe vrsti skupin virov. Toplotno sevanje elektromagnetnega valovanja (žarnica z nitko) oziroma svetleče diode (LED) so zgledi nekoherentnih virov sevanja. Več virov sicer več seva, ampak smer sevanja se ne spremeni. V nekoherentni skupini ostaja razmerje med gostoto pretoka moči $\vec{S}_{MAX} / P_{TX} = konst.$ in močjo oddajnika nespremenjeno. Nekoherentna skupina prav nič ne povečuje smernosti $D_{SKUPINE} \approx D_{VIRA}$.

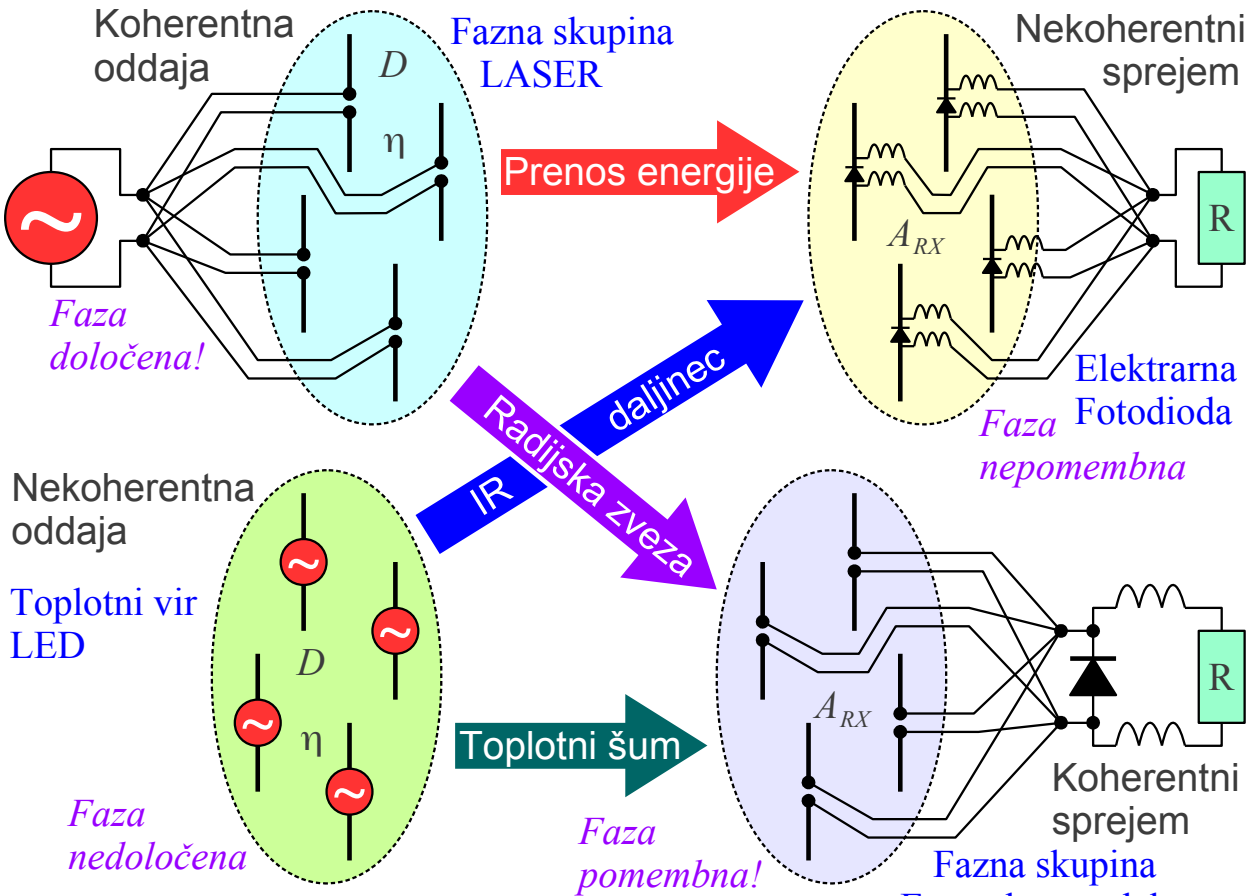
Fazne skupine radijskih anten oziroma LASERji, ki nihajo na enem samem rodu, so zgledi koherentnih skupin virov sevanja. V koheretni skupini N virov lahko dosežemo sofazno seštevanje kazalcev posameznih prispevkov polja v izbrani smeri. Električno polje skupine v izbrani smeri dosega $\vec{E}_{SKUPINE} = N \vec{E}_{VIRA}$. Gostota pretoka moči v izbrani smeri gre s kvadratom polja $\vec{S}_{SKUPINE} = N^2 \vec{S}_{VIRA}$, torej s kvadratom števila virov N

koherentne skupine.

Ko so razdalje med posameznimi viri dovolj velike, da so medsebojni vplivi med viri zanemarljivi, narašča moč skupine $P_{SKUPINE} = N\,P_{VIRA}$ sorazmerno številu virov N. Smernost skupine N koherentnih virov na dovolj velikih medsebojnih razdaljah znaša:

$$D_{SKUPINE} = \frac{|\vec{S}_{SKUPINE}| / |\vec{S}_{VIRA}|}{P_{SKUPINE} / P_{VIRA}}\, D_{VIRA} = \frac{N^2}{N}\, D_{VIRA} = N\, D_{VIRA}$$

Koherentna skupina velikega števila virov na dovolj velikih medsebojnih razdaljah lahko doseže visoko smernost in kompliciran smerni diagram:



Nekoherentna in koherentna oddaja in sprejem

Nekaj zelo podobnega se dogaja tudi na sprejemni strani brezvrvične zveze. Sprejemno anteno lahko gradimo kot nekoherentno ali pa kot koherentno skupino sprejemnikov valovanja.

V nekoherentni skupini sprejemnikov vsebuje vsak sprejemnik svoj lastni usmernik. Na bremenu se seštejejo enosmerni tokovi vseh usmernikov. Nekoherentna skupina enako dobro sprejema katerokoli valovanje iz poljubne

smeri, saj medsebojne faze posameznih sprejemnikov niso pomembne. Podatek o medsebojni fazi se izgubi v usmernikih.

V koherentni skupini sprejemnikov vse posamezne sprejemnike povežemo na en sam skupni usmernik. Slednji dobi kazalčno vsoto posameznih prispevkov. Povsem enakovreden primer je en sam mali sprejemnik z usmernikom v gorišču zbiralne leče ali zbiralnega zrcala. V koherentni skupini sprejemnikov je faza prispevkov pomembna.

Če so izmere koherentne skupine sprejemnikov $\sqrt{A_{RX}} \geq \lambda$ primerljive oziroma večje od valovne dolžine, je kazalčna vsota odvisna od smeri prihoda valovanja. Iz določene smeri se kazalci seštevajo sofazno, iz drugih smeri se kazalci med sabo odštevajo. Tedaj smemo tudi v primeru sprejemnika uvesti pojem smernega diagrama $F(\Theta', \Phi')$, običajno zapisan s koordiantami (r', Θ', Φ') s sprejemnikom v koordinatnem izhodišču. V primeru koherentnega sprejema je $F(\Theta', \Phi')$ lahko zelo kompliciran.

Praktični zgledi vključujejo obe vrsti skupin sprejemnikov. Nekoherentni sprejem uporabljamo za brezvrvični prenos energije s poljem številnih malih sprejemnih anten, kjer ima vsaka svoj lastni usmernik (angleško: rectifier+antenna="rectenna"). Fotodioda je povsem enakovreden zgled na svetlobnih frekvencah.

Koherentni sprejem vključuje poleg zbiralnih leč in zbiralnih zrcal tudi fazne skupine anten. Primer koheretnega sprejema v optiki je vstop svetlobe v enorodovno svetlobno vlakno. Sklopni izkoristek nekoheretnega vira (LED) v jedro enorodovnega vlakna je izredno slab!

Koherentna oddaja in koherentni sprejem imata skupno lastnost zapisano v obratnem vrstnem redu. Smernost koherentne oddajne antene D_{TX} zahteva določeno velikost oddajne antene A_{TX} . Velikost koherentne sprejemne antene A_{RX} določa smerni diagram sprejemne antene $F(\Theta', \Phi')$, iz katerega lahko izračunamo smernost D_{RX} , čeprav za slednjo veličino še nimamo definicije.

Fizikalni zakoni razširjanja valovanja dajejo točno povezavo med smernostjo D in velikostjo A katerekoli kohernetne antene, oddajne ali sprejemne, za katerokoli vrsto valovanja, vzdolžno ali prečno. V primeru velikih smernosti $D \gg 1$ se povezava glasi:

$$D = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{eff} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \eta_0 A$$

Zvočnik z membrano efektivne površine A_{eff} ima povsem določeno smernost D za vzdolžno zvočno valovanje. Zvočnik se obnaša recipročno: isti smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$ dobimo tudi takrat, ko zvočnik uporabljamo kot mikrofon. Stroga izpeljava opisanega fizikalnega zakona za antene sledi v poglavju o elektromagnetnem Huygensovem izvoru.

Efektivna površina antene $A_{eff}=\eta_0 A$ je povezana z dejansko površino antene preko izkoristka osvetlitve odprtine. Slednji je enak enoti $\eta_0=1$, ko je vsa površina antene enakomerno in sofazno osvetljena oziroma ko vsi deli membrane zvočnika nihajo sofazno z enako amplitudo.

Izkoristka osvetlitve odprtine η_0 ne smemo zamenjati s sevalnim izkoristkom η, to sta dva zelo različna pojma! Izkoristek osvetlitve η_0 pove, kako dobro antena izkorišča svojo velikost A za doseganje smernosti, pri tem pa se prav nič moči valovanja ne pretvarja v toploto. Sevalni izkoristek η pove, kolikšen delež privedene električne moči se pretvori v sevanje oddajne antene, preostala moč pa se pretvarja v toploto v ohmski upornosti antene oziroma vezja za prilagoditev impedance.

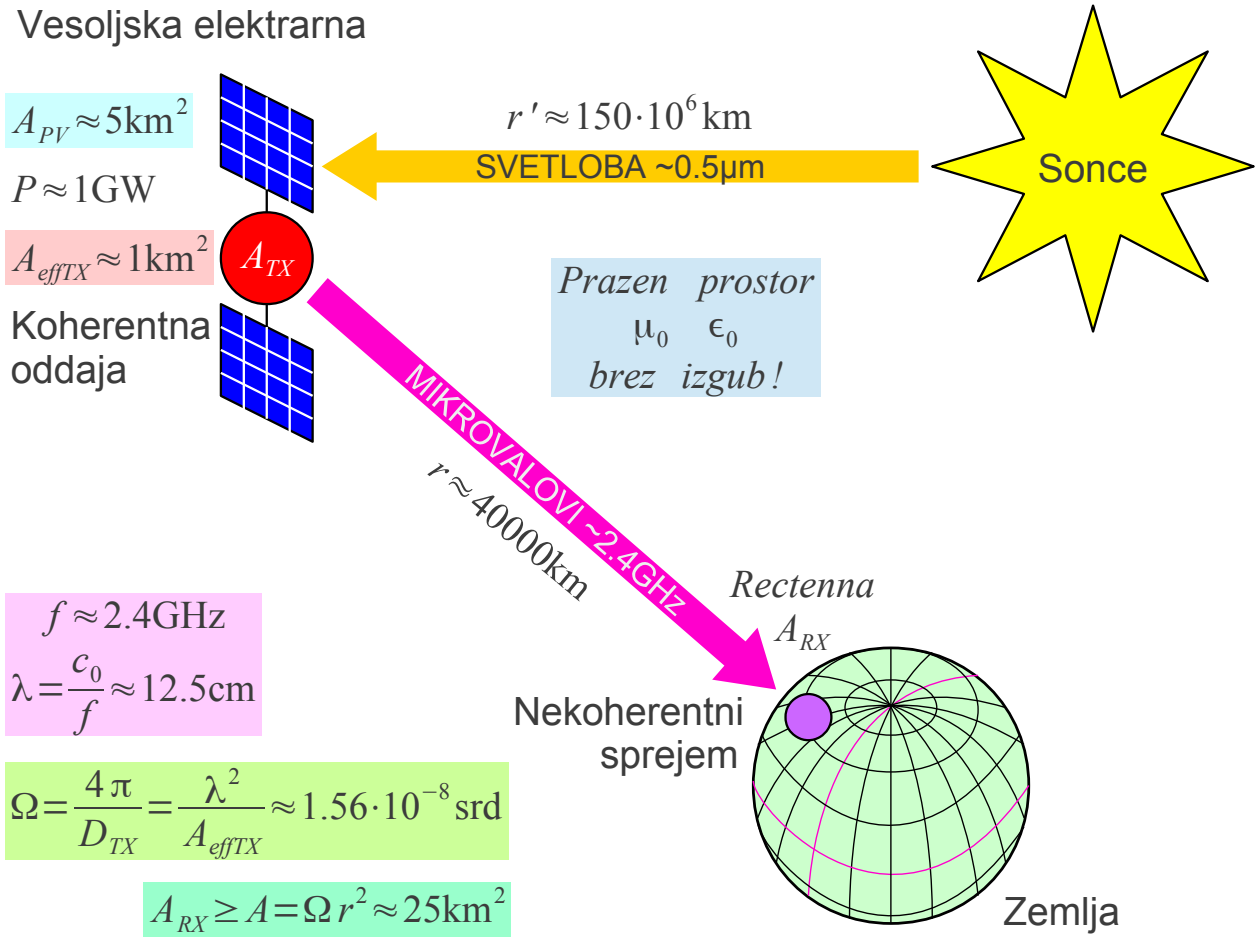
V praksi srečamo vse štiri možne kombinacije koherentne/nekoherentne oddaje in koherentnega/nekoherentnega sprejema. Nekoherentno oddajo in nekoherenten sprejem se pogosto uporablja v preprostih optičnih zvezah: oddajnik je svetleča dioda (LED), sprejemnik pa PIN fotodioda. Oba imata izredno veliko površino $A_{TX}\approx A_{RX}\approx 1\mathrm{mm}^2\approx 10^6\lambda^2$ v primerjavi z valovno dolžino. Kljub temu je sevanje LED neusmerjeno, sprejem fotodiode IR daljinca je prav tako neusmerjen.

Koherentno oddajo in nekoherenten sprejem je smiselno uporabiti v primeru prenosa električne energije. Ker se na Zemlji Sonce pogosto skrije za oblake, ponoči pa celo za obzorje, bi bilo bolj učinkovito postaviti fotovoltaično elektrarno v vesolje. V geostacionarni tirnici Sonce le redko zaide v senco Zemlje ob enakonočjih in še to se zgodi samo okoli polnoči, ko je poraba električne energije na Zemlji na pripadajoči zemljepisni dolžini majhna.

Stalno in zanesljivo električno energijo iz vesolja lahko pripeljemo na zemljo s pomočjo takšnih radijskih valov, kjer je vpliv zemeljskega ozračja najmanjši. Smiselna izbira je frekvenca okoli $f\approx 2.4\mathrm{GHz}$ oziroma valovna dolžina $\lambda\approx 12.5\mathrm{cm}$, kjer povrhu znamo izdelati oddajnike in sprejemnike z visokim izkoristkom. Razmeroma velika valovna dolžina zahteva velike antene tako za oddajnik kot tudi za sprejemnik.

Predlog iz sedemdesetih let 20. stoletja, ko je bila vesoljska tekma na vrhuncu, opisuje vesoljsko elektrarno moči $P\approx 1\mathrm{GW}$, ki bi potrebovala

približno $A_{PV} \approx 5\text{km}^2$ fotovoltaičnih panelov. Sorazmerna oddajna antena bi imela efektivno površino $A_{effTX} \approx 1\text{km}^2$. Na razdalji $r \approx 40000\text{km}$ se sevanje oddajne antene razširi na površino $A = 25\text{km}^2$:

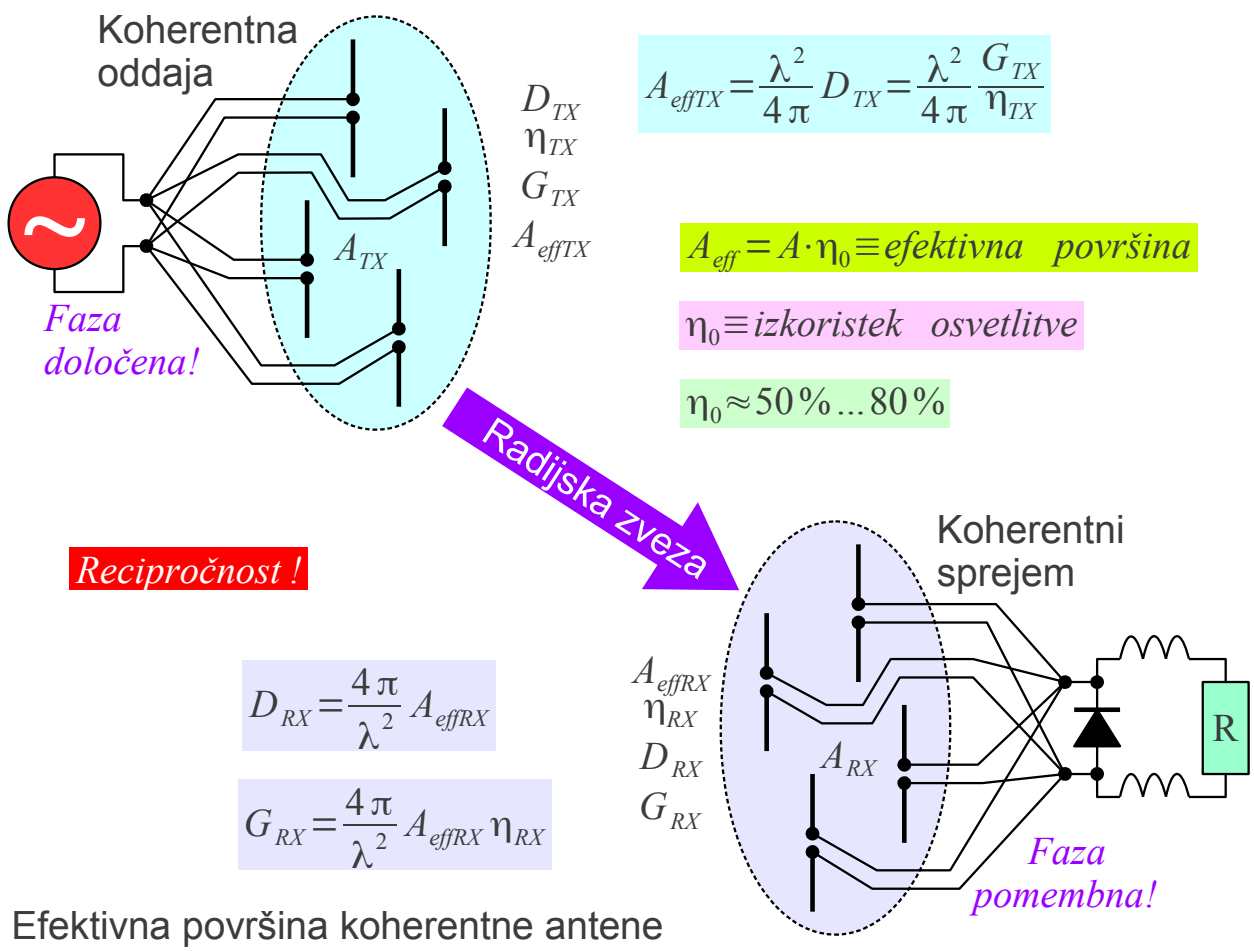


Na Zemlji je smiselno zgraditi nekoherentni sprejemnik z nekoliko večjo površino $A_{RX} \geq A$, da ujame skoraj vso moč oddajnika. Nekoherentni sprejemnik sprejema mikrovalovno energijo iz poljubne smeri. Neusmerjen sprejemnik ne zahteva nobenega nastavljanja, ko tirnica vesoljske elektrarne odstopa od nazivne. Neusmerjen sprejemnik hkrati omogoča sprejem energije več vesoljskih elektrarn na različnih mestih na nebu. Nadgradnja je preprosta, ko se v sistem doda nova elektrarna na drugačnem mestu v vesolju.

Domet brezvrvične zveze za prenos informacije omejujejo toplotni šum in motnje. Toplotno sevanje je po definiciji nekoherentna oddaja. Večje število motilcev običajno ni sinhronizirano med sabo, zato se skupaj obnašajo kot nekoherentni oddajnik. Toplotni šum in motnje torej obravnavamo kot nekoherentno oddajo in koherentni sprejem.

V brezvrvični zvezi za prenos informacije je pogosto zaželjen usmerjen

sprejem, da se izognemo toplotnemu šumu in drugim motnjam iz drugih smeri. V radijski zvezi najpogosteje uporabljamo koherentno oddajo in koherenten sprejem. Recipročnost sicer velja v vseh opisanih primerih brezvrvičnih zvez, ampak jo je najlažje pokazati prav pri koherentni oddaji in koherentnem sprejemu:



Efektivna površina koherentne antene

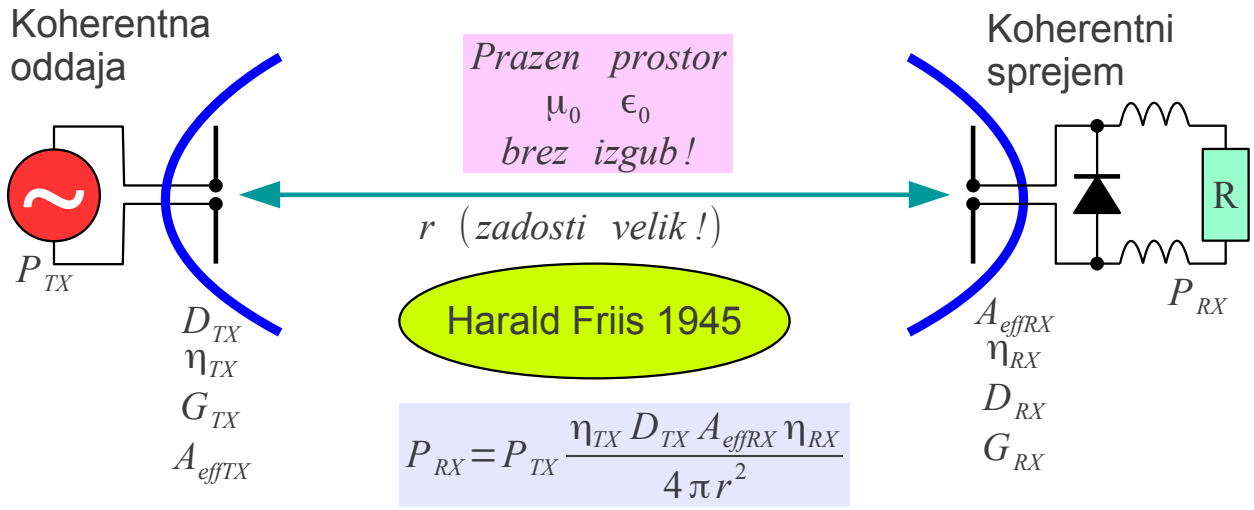
Z večanjem smernosti oddajne antene in sprejemne antene se povečuje moč sprejetega signala P_{RX} . Pogosto se pri tem raven toplotnega šuma in motenj bistveno ne spreminja, saj so motilci več ali manj enakomerno razporejeni po smereh prihoda signalov. V nekaterih primerih se z usmerjenim sprejemom celo izognemo določenim motilcem oziroma znižamo raven toplotnega šuma.

Gostoto pretoka moči $\vec{S}=\vec{1}_r P_{TX} G_{TX}/4\pi r^2$ izračunamo iz moči oddajnika, dobitka oddajne antene in razdalje. Sprejeto moč $P_{RX}=|\vec{S}|\,A_{effRX}\,\eta_{RX}$ dobimo iz gostote moči, velikosti sprejemne antene in njenega izkoristka. Opisana preprosta izpeljava velja za katerokoli brezvrvično zvezo v praznem prostoru brez ovir, s koherentno ali nekoherentno oddajo in s koherentnim ali nekoherentnim sprejemom:

$$P_{RX} = P_{TX} \frac{G_{TX} A_{effRX} \eta_{RX}}{4 \pi r^2}$$

Edina omejitev za veljavnost izraza je dovolj velika razdalja, da se na mestu sprejema valovanje oddajnika razširi na dosti večjo površino $A = \Omega r^2 \gg A_{TX}, A_{RX}$ od velikosti oddajne oziroma sprejemne antene. Praktično to pomeni $P_{RX} \ll P_{TX}$, izraz torej ne velja za vesoljsko elektrarno! V zvezi s koherentno oddajo in koherentnim sprejemom recipročnost dodatno zahteva, da pogoj $A = \Omega r^2 \gg A_{TX}, A_{RX}$ velja tudi v primeru, ko oddajno in sprejemno anteno zamenjamo med sabo!

V zvezi s koherentno oddajo in koherentnim sprejemom lahko Friisovo enačbo zapišemo na različne načine: samo z dobitkoma G_{TX} in G_{RX} obeh anten ali pa samo z efektivnima površinama A_{effTX} in A_{effRX} obeh anten:



$$P_{RX} = P_{TX} \frac{\eta_{TX} D_{TX} A_{effRX} \eta_{RX}}{4 \pi r^2}$$

Zapis z dobitki anten: $P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \left(\frac{\lambda}{4 \pi r} \right)^2$

Recipročnost !

Zapis s površinami anten: $P_{RX} = P_{TX} \frac{\eta_{TX} A_{effTX} A_{effRX} \eta_{RX}}{\lambda^2 r^2}$

Friisova enačba za domet koherentne zveze

Friisova enačba ne daje preprostega odgovora, katera frekvenca oziroma valovna dolžina bi bila za radijsko zvezo najprimernejša. Zapisana z dobitkom oddajne antene G_{TX} in velikostjo sprejemne antene A_{effRX} je

neodvisna od valovne dolžine, primer gretja mačka na Soncu. Zapisana z dobitkoma obeh anten G_{TX} in G_{RX} je sprejeta moč sorazmerna kvadratu valovne dolžine. Zapisana s površinama obeh anten A_{effTX} in A_{effRX} je sprejeta moč obratno sorazmerna kvadratu valovne dolžine.

V radijski zvezi točka-točka si lahko privoščimo poljubno visoko smernost anten na obeh koncih zveze. Omejitev predstavlja velikost anten. Friisova enačba z efektivnima površinama A_{effTX} in A_{effRX} obeh anten predlaga uporabo čim manjših valovnih dolžin oziroma čim višjih frekvenc v praznem prostoru. Zahteve po usmerjanju anten, naravne ovire in slabljenje ozračja omejujejo najvišjo uporabno frekvenco.

V mobilni radijski zvezi je smernost anten D_{TX} in D_{RX} na obeh koncih zveze omejena. Friisova enačba z dobitkoma G_{TX} in G_{RX} obeh anten predlaga uporabo čim večjih valovnih dolžin oziroma čim nižjih frekvenc. Zahteve po pasovni širini $B \ll f$ in sprejemljivih sevalnih izkoristkih η_{TX} in η_{RX} anten dopustnih izmer omejujejo najnižjo uporabno frekvenco.

V radiodifuzni zvezi en oddajnik napaja množico sprejemnikov. Zemljepisno pokrivanje določa smerni diagram oddajnika $F(\Theta,\Phi)$. Na drugem koncu zveze je omejena velikost sprejemnih anten A_{effRX} . V odsotnosti drugih zahtev: pasovna širina $B \ll f$, slabljenje ozračja in ovir, Friisova enačba za radiodifuzno zvezo ni odvisna od valovne dolžine.

Veličine v Friisovi enačbi pogosto pišemo v logaritemskih enotah. Moči izražamo v decibelih glede na miliwatt $[\mathrm{dBm}]$ ali glede na watt $[\mathrm{dBW}]$ ali celo glede na mikrovolt $[\mathrm{dB\mu V_{eff}}]$ (pri kateri $Z_K = ?$). Smernosti in dobitke anten izražamo v decibelih glede na izotropni vir $[\mathrm{dBi}]$ ali glede na polvalovni dipol $[\mathrm{dBd}]$.

V logaritemskih merskih enotah seštevanje decibelov nadomešča množenje, odštevanje decibelov pa deljenje v Friisovi enačbi. Logaritemske merske enote pripeljejo tudi kakšno novo definicijo, na primer slabljenje praznega prostora (angleško: free-space propagation loss) $a[\mathrm{dB}]$:

$$P[\mathrm{dBm}]=10\log_{10}(P/1\mathrm{mW})=P[\mathrm{dBW}]+30\mathrm{dB}$$
$$P[\mathrm{dBW}]=10\log_{10}(P/1\mathrm{W})=P[\mathrm{dBm}]-30\mathrm{dB}$$

dBm ≡ dB glede na 1mW

dBW ≡ dB glede na 1W

$$D[\mathrm{dBi}]=10\log_{10}D$$
$$G[\mathrm{dBi}]=10\log_{10}G$$

dBi ≡ dB glede na neusmerjen (izotropni) vir

$$D[\mathrm{dBd}]=D[\mathrm{dBi}]-2.15\,\mathrm{dB}$$
$$G[\mathrm{dBd}]=G[\mathrm{dBi}]-2.15\,\mathrm{dB}$$

dBd ≡ dB glede na polvalovni dipol

Friisova enačba

$$P_{RX}=P_{TX}G_{TX}G_{RX}\left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)^2$$

$$P_{RX}[\mathrm{dBm}]=P_{TX}[\mathrm{dBm}]+G_{TX}[\mathrm{dBi}]+G_{RX}[\mathrm{dBi}]+$$
$$+20\log_{10}\lambda[\mathrm{m}]-20\log_{10}r[\mathrm{m}]-21.98\,\mathrm{dB}$$

$$20\log_{10}(4\pi)=21.98\mathrm{dB}$$

Slabljenje praznega prostora

$$a[\mathrm{dB}]=20\log_{10}\left(\frac{\lambda}{4\pi r}\right)$$

$$P_{RX}[\mathrm{dBm}]=P_{TX}[\mathrm{dBm}]+G_{TX}[\mathrm{dBi}]+G_{RX}[\mathrm{dBi}]-$$
$$-20\log_{10}f[\mathrm{MHz}]-20\log_{10}r[\mathrm{m}]+27.55\,\mathrm{dB}$$

Logaritemske merske enote

$$\lambda[\mathrm{m}]\approx 299.7/f[\mathrm{MHz}]\quad (zrak\quad n=1.0003)$$

Resnici na ljubo je treba povedati, da logaritemske merske enote najpogosteje privedejo nepopisno zmešnjavo v poročila meritev, članke, učbenike, standarde in predpise, saj pisci pogosto sploh ne navajajo uporabljenih merskih enot. Čeprav so logaritemske merske enote silno priljubljene v praksi, ta učbenik skuša uporabljati neimenovana razmerja oziroma moči v $[\mathrm{W}]$ v izogibanje zmešnjavi z decibeli z neznano osnovo oziroma z napetostmi na neznani karakteristični impedanci, kjerkoli je to možno.

* * * * *

5. Meritve anten

Gradnike brezvrvične zveze: oddajnik, sprejemnik in pripadajoče antene, običajno načrtujemo tako, da bo zveza delovala pri največjem zahtevanem dometu r_{MAX} . Na manjših razdaljah $r<r_{MAX}$ od največjega zahtevanega dometa zveze si lahko privoščimo celo znižanje moči oddajnika oziroma moramo zmanjšati občutljivost sprejemnika. Na manjših razdaljah preprosto skušamo uporabljati iste, nespremenjene antene.

Antene skoraj vedno načrtujemo za največji domet zveze, torej jih ostrimo (fokusiramo) v neskončnost. Nižje slabljenje razširjanja valovanja na manjših razdaljah prinese dosti večje povečanje sprejetega signala od izgube ostrenja (fokusa) anten. Na zelo majhnih razdaljah pogosto pride celo do izpada zveze zaradi prekrmiljenja sprejemnika s premočnim signalom.

Resnična radijska zveza vsebuje veliko spremenljivk, še posebno v primeru ovir na poti radijskih valov. Večine spremenljivk ne poznamo zadosti dobro, da bi v resnični zvezi lahko natančno preizkušali oddajnike, sprejemnike in antene. Radijski oddajniki in sprejemniki imajo priključke za vodeno elektromagnetno valovanje, torej jih lahko preizkušamo in umerjamo z običajnimi elektronskimi merilnimi inštrumenti v poljubno majhnem laboratoriju.

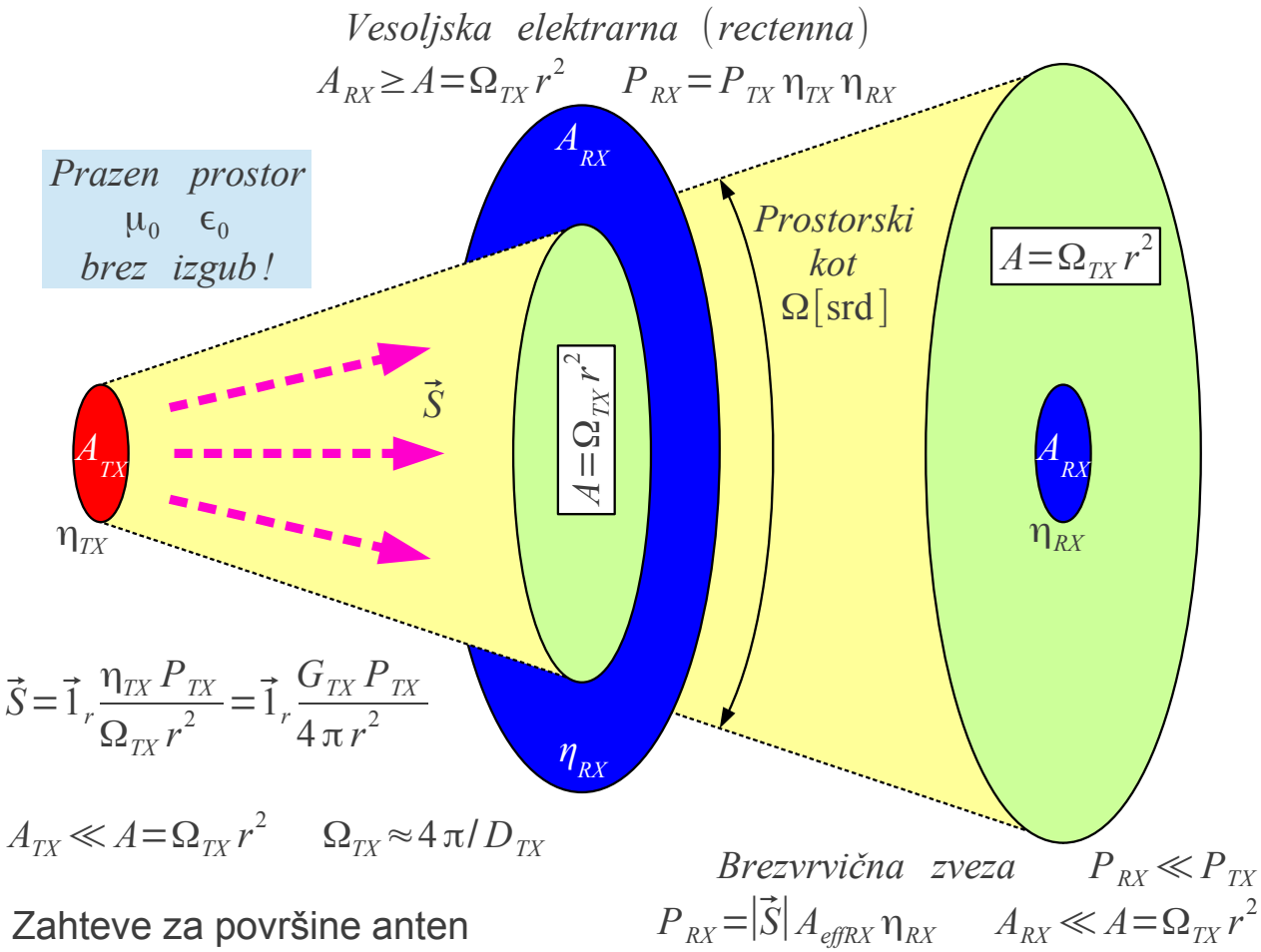
Antene v vsakem primeru sevajo v prostor oziroma od tam sprejemajo elektromagnetno sevanje. Meritev anten zahteva poleg primernih merilnih inštrumentov tudi zadosti prostora za razširjanje elektromagnetnega valovanja. Anten običajno ne moremo preizkušati pri največjem zahtevanem dometu zveze r_{MAX} , ker nimamo tako velikega laboratorija, kaj šele, da bi v njemu zadosti natančno poznali pojave pri razširjanju valovanja, kot so razna slabljenja, sipanja, ukloni in odboji valovanja.

Razdaljo merilne radijske zveze, na kateri merimo lastnosti neznane antene, moramo skrbno izbrati. Bližnjemu polju se izognemo na dovolj veliki razdalji $r \gg \lambda/2\pi$. Povrhu se na premajhni razdalji antena obnaša drugače, saj resnična zveza zahteva ostrenje (fokusiranje) v neskončnost. Na preveliki razdalji bo težje ovrednotiti oziroma izločiti neželjene pojave razširjanja valovanja: slabljenja, sipanja, uklone in odboje.

V prejšnjem poglavju je bilo razloženo, da antene za različne vrste brezvrvičnih zvez načrtujemo na različne načine. Pri brezvrvičnem prenosu električne energije želimo s sprejemnikom ujeti skoraj vso moč oddajnika, kar

zahteva sprejemno anteno $A_{RX} \geq A = \Omega_{TX} r^2$ večjo od preseka snopa oddajnika. Izgubo moči predstavljajo kvečjemu izgube v oddajni anteni $\eta_{TX} < 1$ in v sprejemni anteni $\eta_{RX} < 1$.

Pri brezvrvičnem prenosu informacije običajno uporabljamo manjše in cenejše antene, saj si lahko privoščimo $P_{RX} \ll P_{TX}$. Antena za sprejem informacije je običajno dosti manjša $A_{RX} \ll A = \Omega_{TX} r^2$ od preseka snopa oddajnika:



Zahteve za površine anten

Friisova enačba za domet radijske zveze velja na dovolj veliki razdalji od oddajnika, kjer gostota sevane moči $\vec{S} = \vec{1}_r P_{sevana} / 4\pi r^2$ upada s kvadratom razdalje. Na dovolj veliki razdalji je presek snopa sevanja $A = \Omega_{TX} r^2 \gg A_{TX}$ dosti večji od oddajne antene. V primeru koherentne oddaje lahko izračunamo pogoj za razdaljo iz velikosti oddajne antene:

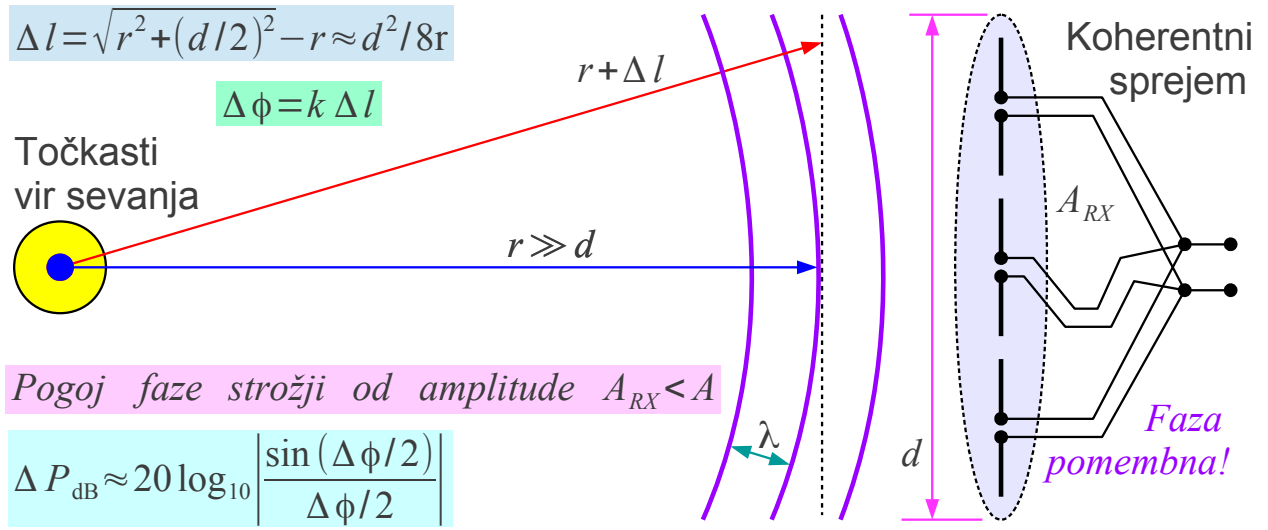
$$D_{TX} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{effTX} = \rightarrow \Omega_{TX} = \frac{4\pi}{D_{TX}} = \frac{\lambda^2}{A_{effTX}} \rightarrow A = \Omega_{TX} r^2 = \frac{\lambda^2 r^2}{A_{effTX}}$$

$$A_{TX} \gg A = \frac{\lambda^2 r^2}{A_{effTX}} \approx \frac{\lambda^2 r^2}{A_{TX}} \quad \rightarrow \quad r \gg \frac{A_{TX}}{\lambda}$$

V majhni sprejemni anteni $A_{RX} \ll A = \Omega_{TX} r^2$ je v primerjavi s presekom snopa oddajnika sprejeta moč preprosto $P_{RX} = |\vec{S}| A_{effRX} \eta_{RX}$. V primeru koherentne oddaje in koherentnega sprejema velja preprosta recipročnost: oddajno anteno in sprejemno anteno smemo zamenjati med sabo. V tem primeru mora veljati oboje:

$$r \gg \frac{A_{TX}}{\lambda} \quad \text{in} \quad r \gg \frac{A_{RX}}{\lambda}$$

V primeru koherentnega sprejema lahko določimo natančnejšo mejo iz napake faze. Koherentna sprejemna antena je ostrena v neskončnost, torej prirejena za sprejem ravnih valovnih front. Na premajhni razdalji r ukrivljenost valovnih front povzroči napako faze. Napaka faze znižuje kazalčno vsoto prispevkov v sprejemni anteni:



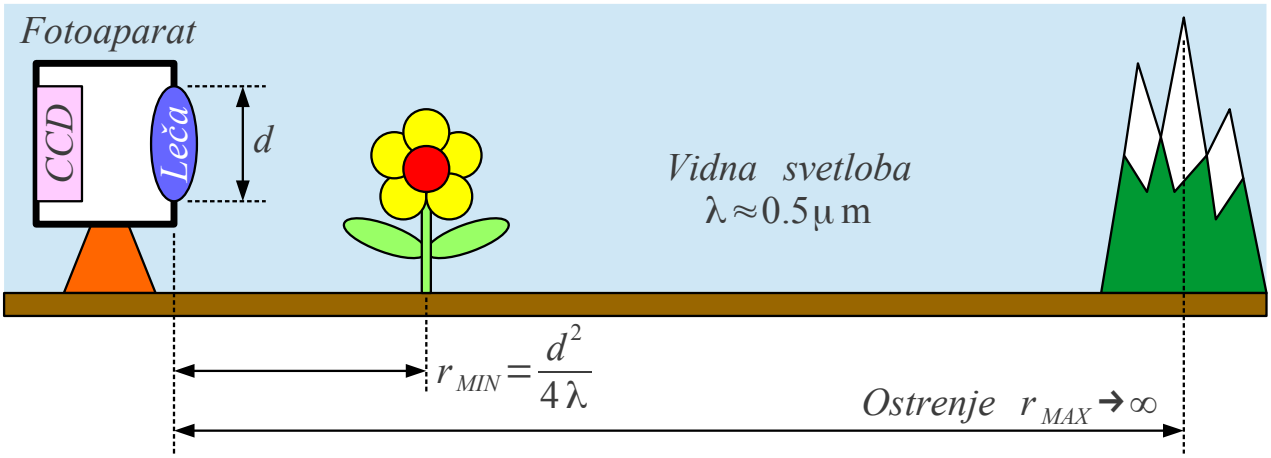
Δl	$\Delta\phi$[rd]	ΔP[dB]	$r \geq$	Uporaba
$\lambda/2$	π	−3.922	$d^2/4\lambda$	Globinska ostrina fotoaparata
$\lambda/4$	$\pi/2$	−0.912	$d^2/2\lambda$	Lord Rayleigh 1891
$\lambda/8$	$\pi/4$	−0.224	d^2/λ	
$\lambda/16$	$\pi/8$	−0.056	$2d^2/\lambda$	Meritev radijskih signalov

Fraunhoferjev pogoj (Rayleighjeva razdalja)

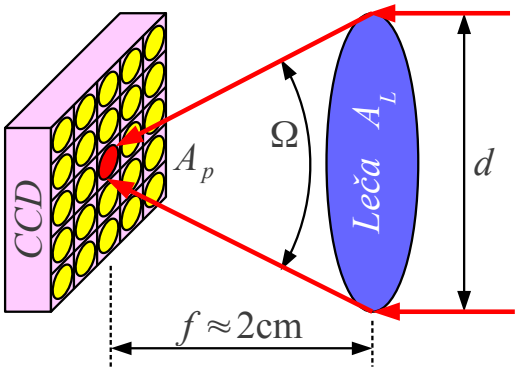
Pojav, ki ga je najprej opisal Lord Rayleigh leta 1891, pri meritvah anten običajno imenujemo Fraunhoferjev pogoj. V tabeli je izračunano relativno

znižanje sprejete moči $\Delta P[\mathrm{dB}]$ iz odstopanja faze na robu enakomerno vzbujane sprejemne odprtine krožne oblike premera d . Fotoaparat je natančno takšna koherentna sprejemna antena za svetlobne frekvence. Leča objektiva poskrbi, da se vsi prispevki seštejejo sofazno na enem samem slikovnem elementu (pixel) CCD tipala.

V primeru izračuna globinske ostrine fotoaparata dopuščamo razmeroma velik upad moči $\Delta P \approx 4\mathrm{dB}$. Pri nastavitvi ostrenja fotoaparata v neskončnost dobimo ostro sliko vse do razdalje $r \geq r_{MIN} = d^2/4\lambda$:



$$\Omega \approx \frac{\lambda^2}{A_p} = \frac{\lambda^2}{\pi (d_p/2)^2} \qquad A_L = \pi (d/2)^2 \approx \Omega f^2 \qquad d_p \approx \frac{4\lambda f}{\pi d}$$



Premer d	Razdalja r_{MIN}	Odprtina f/d	Ločljivost d_p
1cm	50m	2:1	1.3μm
1mm	0.5m	20:1	13μm

Globinska ostrina fotoaparata

Veliko globinsko ostrino dobimo z majhno odprtino objektiva premera komaj $d = 1\mathrm{mm}$ (objektiv "pinhole"). Majhna odprtina omogoča celo fiksni fokus fotoaparata na razdaljo $r_0 = d^2/4\lambda = 50\mathrm{cm}$, ki daje ostro sliko v območju $r_0/2 = 25\mathrm{cm} < r < \infty$. Majhna odprtina objektiva žal dobro deluje samo podnevi na prostem, saj zbere zelo malo vpadne svetlobe.

Z večanjem premera objektiva se področje globinske ostrine hitro krči. Leča premera $d = 1\mathrm{cm}$ daje ostro sliko šele od $r_{MIN} = d^2/4\lambda = 50\mathrm{m}$ naprej, ko je fotoaparat ostren v neskončnost. Kje je potem smisel velikih

objektivov, ko je že leča premera $d=1\mathrm{cm}$ komaj uporabna?

Razloga za velike odprtine sta dva: velik objektiv zbere več vpadne svetlobe in sliko na CCD tipalu ostri z večjo ločljivostjo. "Pinhole" premera $d=1\mathrm{mm}$ z goriščnico $f=2\mathrm{cm}$ zbere svetlobo točkastega vira v svetlo liso premera $d_p=13\mu\mathrm{m}$ na površini CCD tipala. Leča desetkrat večjega premera $d=1\mathrm{cm}$ z enako goriščnico $f=2\mathrm{cm}$ zbere svetlobo točkastega vira v svetlo liso desetkrat manjšega premera $d_p=1.3\mu\mathrm{m}$.

Če uporabimo isto CCD tipalo slabše ločljivosti $d_p\approx 13\mu\mathrm{m}$, primerne za majhen objektiv, z večjimi objektivi oziroma z večjo odprtino zaslonke ločljivost fotografije omejuje tipalo! Zahteve za globinsko ostrino so v tem primeru dosti manj stroge od Rayleighjeve razdalje velikih odprtin z majhnim f/d !

Antene za radijske zveze na velike razdalje običajno ostrimo v neskončnost. Pri meritvah anten smo dosti bolj natančni kot v fotografiji. Če zahtevamo skupni pogrešek meritve pod $\Delta P<0.1\mathrm{dB}$, kot Rayleighovo razdaljo oziroma Fraunhoferjev pogoj izberemo:

$$r>r_{MIN}=\frac{2d^2}{\lambda}$$ kar je natančneje od $$r\gg\frac{\pi(d/2)^2}{\lambda}=\frac{A_{TX}}{\lambda}$$

Dodatna razlika med radijsko zvezo in fotografijo je v frekvenčni pasovni širini signalov. Fotografija deluje z belo svetlobo, ki ima zelo veliko pasovno širino $B\approx f_0$ v velikostnem razredu osrednje frekvence, kar ustreza vzdolžni koherenčni dolžini $l=c_0/B\approx 1\mu\mathrm{m}$. Odbiti valovi in drugi pojavi razširjanja svetlobe v fotografiji ne povzročajo interferenčnih pojavov, saj so razlike poti dosti večje od vzdolžne koherenčne dolžine. Seštevajo se samo moči signalov. Medsebojna faza prispevkov je nepomembna.

V radijski zvezi uporabljamo ozkopasovne signale $B\ll f_0$ v primerjavi z osrednjo frekvenco. Vzdolžna koherenčna dolžina je izredno velika $l=c_0/B\gg 10\mathrm{m}$. Pojavi v radijski zvezi so podobni fotografiji z ozkopasovno svetlobo laserja, kjer interferenčni pojavi povzročijo migotanje (angleško: speckle). Odboji in drugi pojavi razširjanja radijskih valov se seštevajo kot kazalci, ko so razlike poti dosti manjše od vzdolžne koherenčne dolžine. Medsebojna faza prispevkov je bistvena. Vpliv motečih pojavov je drugačen in večji kot pri beli svetlobi.

Odboje in druge moteče pojave pri meritvah anten se običajno da omejiti tako, da antene merimo na najmanjši razdalji, ki jo dopušča vsota

Fraunhoferjevih pogojev za oddajno in sprejemno anteno:

$$r_{merilni} \approx \frac{2\,d_{TX}^2}{\lambda} + \frac{2\,d_{RX}^2}{\lambda}$$

Dobitek antene s površino $A = \pi (d/2)^2$ z dobrim sevalnim izkoristkom $\eta \approx 1$ in dobrim izkoristkom osvetlitve odprtine $\eta_O \approx 1$ znaša približno $G \approx 4\pi A/\lambda^2 = (\pi d/\lambda)^2$. Slabljenje radijske zveze med dvema enakima antenama $d_{TX} = d_{RX} = d$ na medsebojni razdalji $r_{merilni} \approx 4d^2/\lambda$ znaša po Friisovi enačbi:

$$\frac{P_{TX}}{P_{RX}} = \frac{1}{G_{TX} G_{RX}} \left(\frac{4\pi r_{merilni}}{\lambda} \right)^2 \approx \frac{1}{\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda}\right)^2} \left(\frac{16\pi d^2}{\lambda^2} \right)^2 = \frac{256}{\pi^2} \approx 25.94$$

$$a_{MIN}[\mathrm{dB}] = -10 \log_{10} \frac{P_{TX}}{P_{RX}} \approx -10 \log_{10} 25.94 \approx -14.14\mathrm{dB}$$

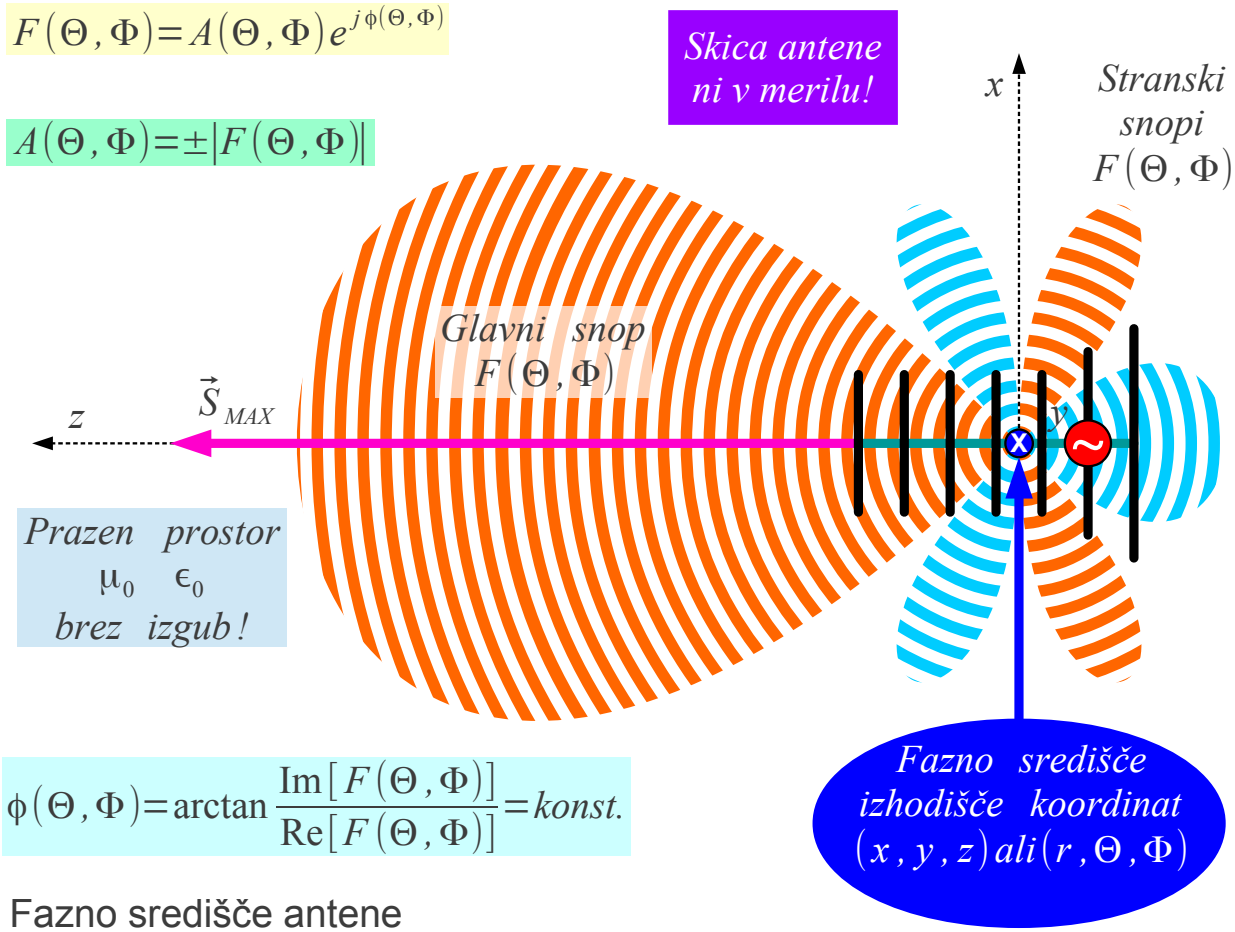
V praktični meritvi anteni na obeh koncih merilne zveze nista nujno enaki med sabo. S stališča pogreškov odbojev in drugih motečih pojavov je sicer smiselno uporabljati podobni anteni na obeh koncih zveze. Referenčno anteno na enem koncu merilne zveze izberemo čimbolj podobno merjencu na drugem koncu.

Iz previdnosti pogosto merimo na malenkost večji razdalji od najmanjše dovoljene iz Fraunhoferjevega pogoja. Skupno slabljenje takšne merilne zveze je običajno v razponu $a_{MIN} \approx -20\mathrm{dB} \ldots -30\mathrm{dB}$, ko sta anteni usmerjeni ena v drugo.

Pri določanju lastnosti anten moramo natančno poznati razdaljo med oddajno in sprejemno anteno. V resnični radijski zvezi je razdalja $r \gg d_{TX}, d_{RX}$ dosti večja od izmer oddajne oziroma sprejemne antene. V resnični radijski zvezi je zato vseeno, od katere točke oddajne antene do katere točke sprejemne antene merimo razdaljo.

V merilni radijski zvezi je razdalja $r_{merilni} \approx d_{TX}, d_{RX}$ istega velikostnega razreda kot izmere oddajne oziroma sprejemne antene. V merilni zvezi ni vseeno, od katere točke oddajne antene do katere točke sprejemne antene merimo razdaljo. Ko merimo smerni diagram, ni vseeno, okoli katere točke vrtimo merjeno anteno.

Smerni diagram antene $F(\Theta,\Phi)$ je kompleksna funkcija, ki jo lahko razstavimo v dve realni funkciji, amplitudo $A(\Theta,\Phi)$ in fazo $\phi(\Theta,\Phi)$. Če skrbno izberemo izhodišče koordinatnega sistema, pri večini anten uspemo doseči, da se faza ne spreminja $\phi(\Theta,\Phi)=konst.$ Skrbno izbrano točko imenujemo fazno središče antene. Valovanje navidezno izhaja iz faznega središča:



Fazno središče antene

Antena na sliki ni narisana v merilu, pač pa je približno 16-krat prevelika v primerjavi z valovnimi frontami. Slika hoče pokazati, da fazno središče običajno ne sovpada s kakšno značilno točko antene, na primer s točko napajanja. Ko anteno vrtimo okoli faznega središča, se faza sevanega valovanja ne spreminja. Izjema so obrati faze $A(\Theta,\Phi)=\pm|F(\Theta,\Phi)|$ za pol periode v smereh ničel smernega diagrama.

Za meritev anten na majhni medsebojni razdalji $r_{merilni}\approx 4d^2/\lambda$ moramo obvezno poznati položaj faznih središč obeh anten. Razdaljo merimo od faznega središča oddajne antene do faznega središča sprejemne antene. Pri merjenju smernega diagrama merjenec obvezno vrtimo okoli njegovega faznega središča, da se razdalja do referenčne antene in z njo slabljenje praznega prostora med vrtenjem merjenca ne spreminjajo.

Če položaja faznega središča natančno ne poznamo, moramo meriti na dovolj velikih razdaljah, da nedoločenost faznega središča ne kvari rezultata meritve. Nekatere antene sploh nimajo faznega središča. V slednjem primeru moramo meriti na še večji razdalji $r_{merilni} \gg d$, da nedoločenost faznega središča v velikostnem razredu izmer antene ne kvari rezultata meritve.

Če smernost D računamo iz izmerjenega smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$, moramo meriti smerni diagram dovolj natančno v dovolj velikem razponu moči $\Delta P_{\mathrm{dB}} \gg D_{\mathrm{dB}}$, da pravilno seštejemo sevano moč stranskih snopov antene. Za točnost meritve 1% mora biti razpon meritve moči vsaj 100-krat večji od pričakovane smernosti merjenca oziroma $\Delta P_{\mathrm{dB}} \geq D_{\mathrm{dB}} + 20\mathrm{dB}$. Končno moramo pri praktični izvedbi meritev upoštevati, da je tako na prostem kot tudi v kakovostni gluhi sobi težko dušiti neželjene odboje za več kot $-40\mathrm{dB}$.

V merilni radijski zvezi merimo vstavitveno slabljenje oziroma prevajalno funkcijo četveropola $S_{21} = S_{12}$ (recipročni S parametri), ki ga predstavljajo priključki oddajne in sprejemne antene. Najmanjše slabljenje v razponu $a_{MIN} \approx -20\mathrm{dB} \ldots -30\mathrm{dB}$ z antenama usmerjenima ena v drugo ter razpon moči $\Delta P \approx 40\mathrm{dB} \ldots 50\mathrm{dB}$ za meritev smernega diagrama skupaj zahtevata meritev slabljenja v razponu $a \approx -20\mathrm{dB} \ldots -80\mathrm{dB}$.

Običajni komunikacijski radijski oddajniki in sprejemniki za zveze na velike razdalje v opisani meritvi niso uporabni. Komunikacijski radijski oddajniki imajo previsoko izhodno moč. Komunikacijski radijski sprejemniki ne merijo jakosti sprejetega signala dovolj natančno niti v dovolj velikem razponu moči. Končno niti komunikacijski oddajniki niti sprejemniki niso vedno dovolj oklopljeni za laboratorijske meritve, saj sami sevajo oziroma sprejemajo sevanje brez priključene antene.

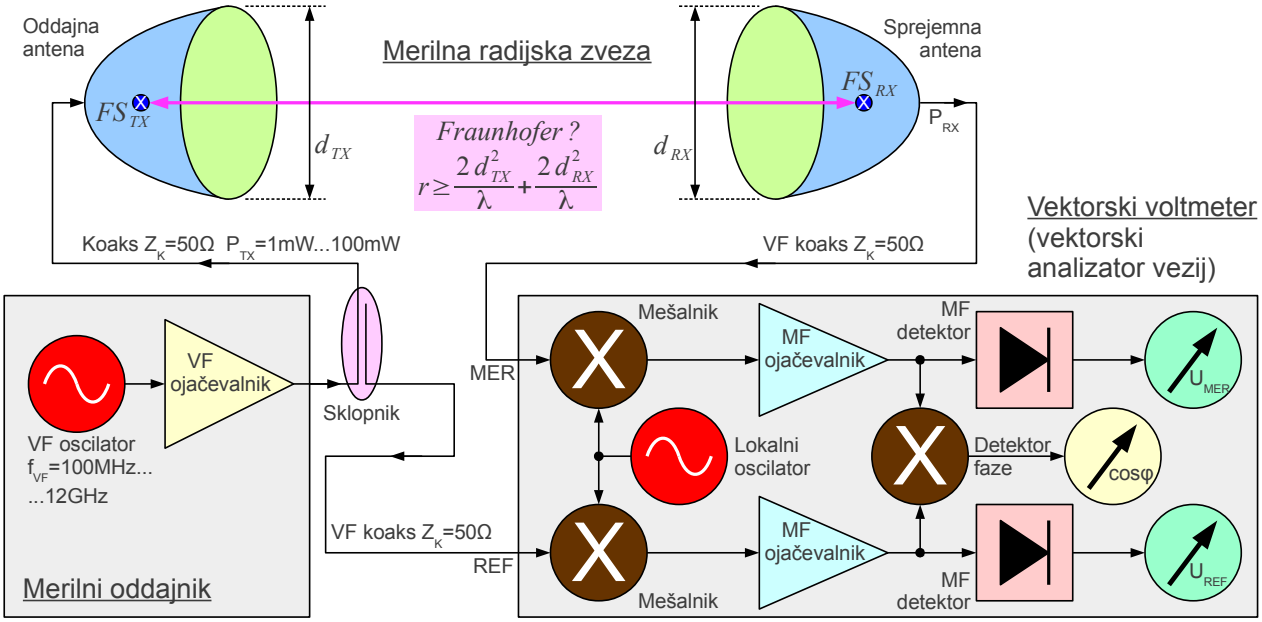
Kot antenski merilni oddajnik običajno zadošča laboratorijski visokofrekvenčni vir izhodne moči v razredu $P_{TX} \approx 10\mathrm{mW} = +10\mathrm{dBm}$. Laboratorijski visokofrekvenčni spektralni analizator sicer zmore dovolj velik razpon moči kot merilni sprejemnik. Natančnost merjenja moči s spektralnim analizatorjem običajno žal ne zadošča za meritev anten. Oba laboratorijski visokofrekvenčni vir in spektralni analizator sta dovolj oklopljena, da sama ne sevata oziroma ne sprejemata sevanja brez priključene antene.

Kot antenski merilni sprejemnik je najbolj uporaben vektorski (točneje kazalčni) voltmeter oziroma vektorski analizator vezij. Kazalčni merilniki zmorejo primeren razpon moči s primerno natančnostjo. Kazalčni merilniki merijo amplitudo in fazo prevajalne funkcije. S pomočjo kazalčnega merilnika

preprosto poiščemo fazno središče neznane antene.

Kazalčni merilniki so koherentni sprejemniki. Odzivajo se samo na signale, ki so natančno sinhronizirani z referenco oddajnika. Kazalčni merilniki so v primeru meritev na prostem manj občutljivi na motnje drugih oddajnikov.

Glavna pomanjkljivost kazalčnih merilnikov je zahteva po primernih visokofrekvenčnih kablih od merilnega oddajnika do oddajne antene, od sprejemne antene do merilnega sprejemnika in še referenčni vod med merilnim oddajnikom in merilnim sprejemnikom:



Slabljenje visokofrekvenčnih kablov $a_{koaks}=\alpha\sqrt{f}$ narašča sorazmerno s korenom frekvence in postane nesprejemljivo visoko na razdaljah, večjih do približno $r>30\mathrm{m}$. Upogibanje kabla okoli osi vrtiljaka pri merjenju smernega diagrama je nerodno, uničuje kabel in vnaša pogreške faze in amplitude. Vrteči koaksialni spoj je pravo mehansko čudo in običajno najdražji sestavni del radarja. Končno, sevanje cenenih visokofrekvenčnih kablov z redko pletenim oklopom ni zanemarljivo. Za resne meritve anten potrebujemo najmanj kable z dvojno pletenim oklopom.

Ko zaradi velike razdalje med antenama ne moremo uporabljati visokofrekvenčnega referenčnega voda, lahko merimo samo amplitudo prevajalne funkcije $|S_{21}|=|S_{12}|$. Glede na izhodno moč laboratorijskega merilnega vira pričakujemo moč v sprejemniku na drugem koncu merilne zveze v razponu $P_{RX}\approx-70\mathrm{dBm}\ldots-10\mathrm{dBm}$.

Kot merilni sprejemnik lahko uporabimo polprevodniško "back" diodo

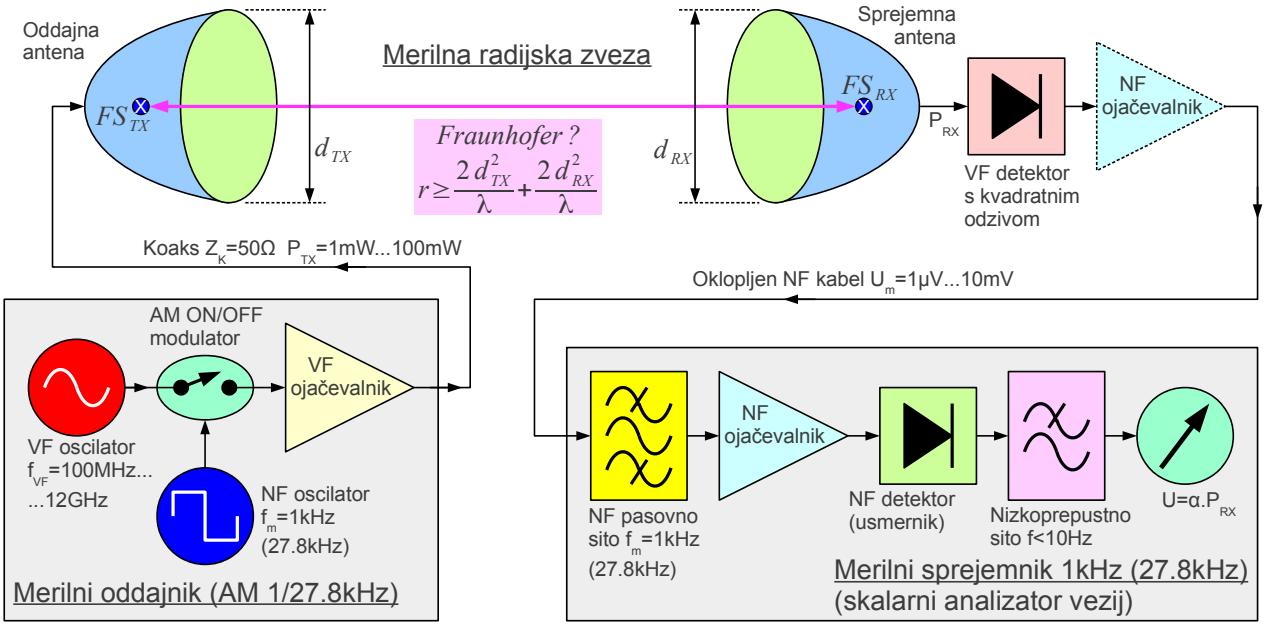
oziroma "zero-bias" Schottky diodo. Detektorji s polprevodniškimi diodami imajo kvadratni odziv $U_{DET}=\alpha'' P_{RX}$ pri nizkih močeh $P_{RX}\approx -70\mathrm{dBm}\ldots -20\mathrm{dBm}$ ter linearni odziv $U_{DET}=\alpha'\sqrt{P_{RX}}$ pri velikih močeh $P_{RX}\approx 0\mathrm{dBm}\ldots +30\mathrm{dBm}$. Vmes je prehodno območje med obema načinoma delovanja diodnega detektorja.

Namesto diode lahko uporabimo tudi bolometer, to je termistor, ki se mu upornost spreminja sorazmerno sproščeni toploti visokofrekvenčnega signala. Tanka nitka žarnice ali talilne varovalke je uporaben bolometer. Bolometer ima natančnejši kvadratni odziv $U_{DET}=\alpha'' P_{RX}$ od diodnih detektorjev. Bolometer je manj občutljiv od diodnega detektorja in potrebuje močnejši merilni oddajnik moči okoli $P_{TX}\approx 1\mathrm{W}=+30\mathrm{dBm}$.

Detektorji s kvadratnim odzivom $U_{DET}=\alpha'' P_{RX}$ dajejo na svojem izhodu zelo nizko napetost v območju mikrovoltov. Tako nizke enosmerne napetosti je težko meriti. Detektorje s kvadratnim odzivom zato običajno uporabljamo skupaj z moduliranimi merilnimi oddajniki, saj je detektirano modulacijo dosti lažje ojačati z izmeničnimi ojačevalniki.

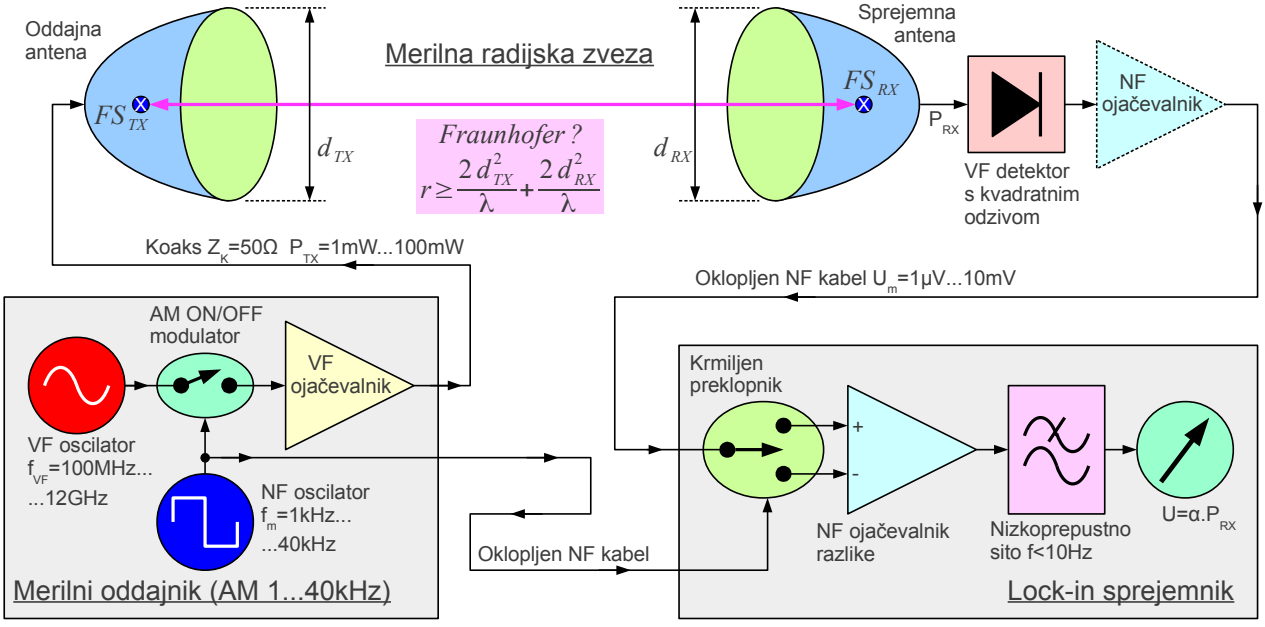
Modulacijo merilnega oddajnika izbiramo tako, da je čimbolj različna od motilcev, ki se jim pri meritvah na prostem ne moremo izogniti. Bolometri običajno delujejo z amplitudno ON/OFF modulacijo oddajnika frekvence $f_m=1\mathrm{kHz}$. Hitrejši odziv diodnih detektorjev omogoča uporabo višjih frekvenc amplitudne ON/OFF modulacije, na primer $f_m=27.8\mathrm{kHz}$.

Bolometer oziroma diodni detektor je lahko opremljen že s prvo stopnjo nizkofrekvenčnega ojačevalnika. Vse skupaj je vgrajeno v majhno ohišje, da merilno glavo pritrdimo neposredno na sprejemno anteno. Od merilne glave na anteni do nizkofrekvenčnega merilnega sprejemnika zadošča tanek, gibek in cenen nizkofrekvenčni kabel:



Nizkofrekvenčni merilni sprejemnik (imenovan tudi skalarni analizator vezij) vsebuje nizkofrekenčno pasovno sito, ki izlušči željeno modulacijo. Nizkofrekvenčnemu ojačevalniku sledi nizkofrekvenčni detektor. Iz slike ni razvidno, da je treba v končnem rezultatu upoštevati območje delovanja detektorja: kvadratni odziv, prehodno območje ali linearni odziv.

Majhne veličine v močnem ozadju šuma v fiziki pogosto merimo s tehniko lock-in. Tudi v tem primeru uporabljamo amplitudno ON/OFF modulacijo v oddajniku in detektor s kvadratnim odzivom. Lock-in sprejemnik vsebuje preklopnik namesto nizkofrekvenčnega pasovnega sita. Modulator oddajnika krmili preklopnik tako, da se pri vključenem oddajniku signal detektorja prišteva, pri izključenem oddajniku pa odšteva od povprečja na izhodu. Krmiljeni preklopnik imenujemo tudi sinhroni demodulator:



Prednost lock-in sprejemnika je višja odpornost na motnje v primerjavi s sprejemnikom z nizkofrekvenčnim sitom. Slaba lastnost lock-in sprejemnika je zahteva po dodatnem nizkofrekvenčnem vodu od merilnega oddajnika do lock-in sprejemnika. Nizkofrekvenčni vod je običajno oklopljen kabel. Možna je celo uporaba navadne telefonske parice dolžine več kot $r > 3\mathrm{km}$.

Od vseh antenskih meritev je najpomembnejša in najzahtevnejša meritev smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$. Slednji je kompleksna funkcija dveh spremenljivk. Brez kazalčnih merilnikov lahko merimo samo amplitudo smernega diagrama $|F(\Theta, \Phi)|$. Amplituda smernega diagrama sicer zadošča, da iz nje natančno izračunamo smernost neznane antene:

$$D = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\oiint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega} = \frac{4\pi |F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX})|^2}{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 \sin\Theta \, d\Theta \, d\Phi}$$

Ker lahko anteno naenkrat vrtimo samo po eni osi, potrebujemo zelo veliko število meritev za poljubno funkcijo dveh spremenljivk $F(\Theta, \Phi)$ oziroma $|F(\Theta, \Phi)|$. Glede na izvedbo merjene antene je smiselno izmeriti izbrano število N značilnih prerezov smernega diagrama.

Koordinatni sistem običajno zasukamo tako, da kaže os z v smeri največjega sevanja glavnega snopa smernega diagrama antene. Opisana izbira pomeni $\Theta_{MAX} = 0$ pri poljubnem Φ_{MAX} . Anteno nato sukamo po polarnem kotu Θ , da izmerimo prerez smernega diagrama pri izbrani zemljepisni dolžini Φ .

N značilnih prerezov smernega diagrama po poldnevnikih izmerimo pri N skrbno izbranih zemljepisnih dolžinah $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \ldots \Phi_N$. Približek integracije smernega diagrama se tedaj glasi:

$$\oiint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 d\Omega \approx$$

$$\approx \frac{2\pi}{N} \int_0^{\pi} \left[|F(\Theta, \Phi_1)|^2 + |F(\Theta, \Phi_2)|^2 + |F(\Theta, \Phi_3)|^2 + \ldots + |F(\Theta, \Phi_N)|^2 \right] \sin\Theta \, d\Theta$$

Praktična izvedba opisane meritve vsebuje nerodnost. Meritev naj bi vsakokrat začenjala pri $\Theta_{MAX} = 0$, pri tem pa ne vemo povsem natančno, kje sploh je maksimum sevanja glavnega snopa neznane antene, ki mogoče nima simetrične oblike, zagotovo pa ima antena končne tolerance izdelave.

Natančnejša meritev je v območju $-\pi \leq \Theta \leq \pi$, kjer se vedno zapeljemo preko celotnega glavnega snopa smernega diagrama antene. Povrhu na ta način izmerimo dva prereza smernega diagrama antene $\left|F\left(\Theta, \Phi_j\right)\right|$ in $\left|F\left(\Theta, \Phi_j+\pi\right)\right|$ z eno samo meritvijo! N meritev tedaj daje $2N$ prerezov smernega diagrama, približek integracije smernega diagrama postane:

$$\oiint_{4\pi} \left|F\left(\Theta, \Phi\right)\right|^2 d\Omega \approx$$

$$\approx \frac{\pi}{N} \int_{-\pi}^{\pi} \left[\left|F\left(\Theta, \Phi_1\right)\right|^2 + \left|F\left(\Theta, \Phi_2\right)\right|^2 + \left|F\left(\Theta, \Phi_3\right)\right|^2 + \ldots + \left|F\left(\Theta, \Phi_N\right)\right|^2\right] \sin|\Theta| \, d\Theta$$

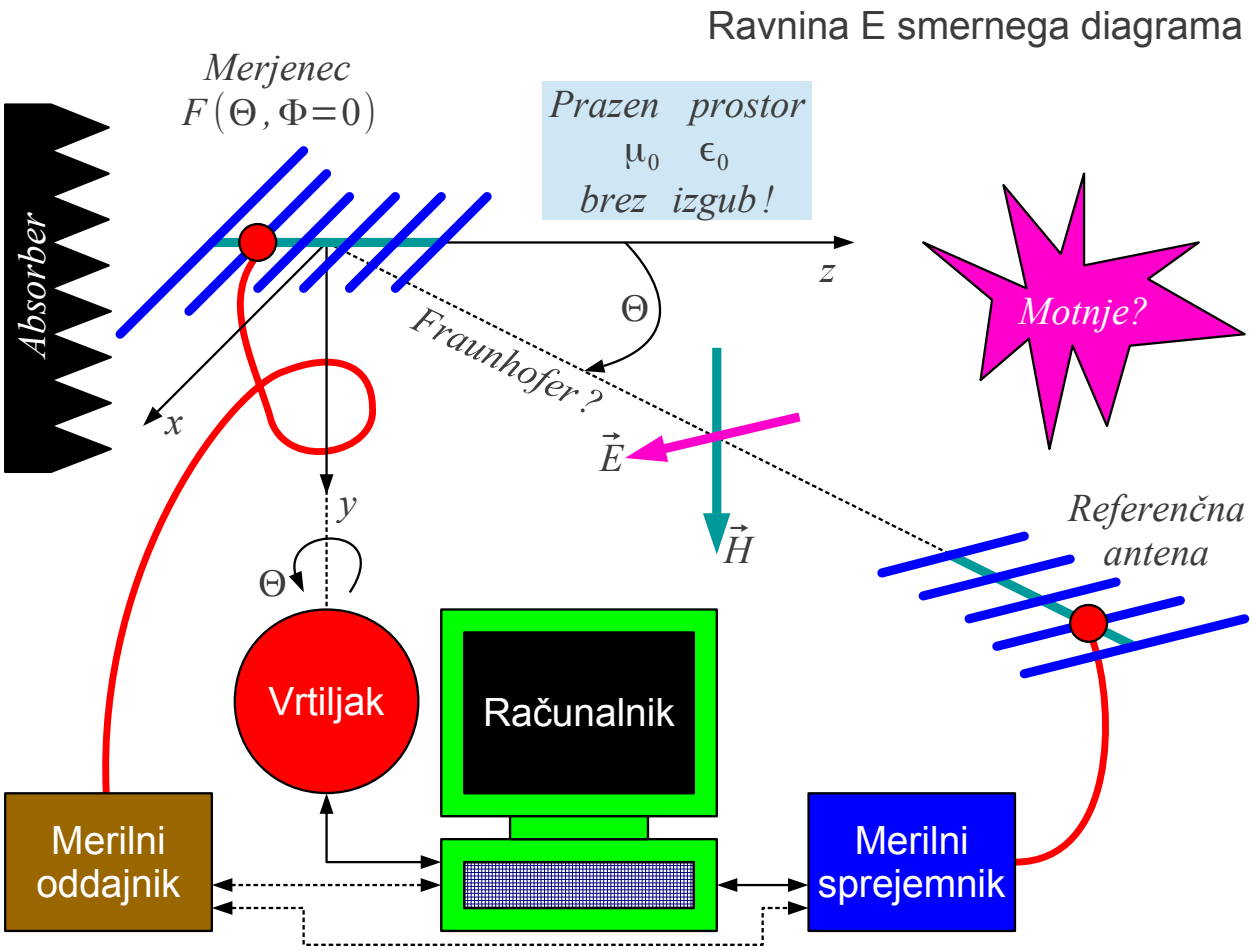
Za vsak par prerezov pri izbrani zemljepisni dolžini Φ_j ter pripadajoči $\Phi_j+\pi$ lahko izračunamo grob približek smernosti D_j , kot da bi bil smerni diagram rotacijsko simetričen okoli osi z :

$$D_j = \frac{4\left|F\left(\Theta_{MAX}=0, \Phi_{MAX}=\Phi_j\right)\right|^2}{\int_{-\pi}^{\pi} \left|F\left(\Theta, \Phi_j\right)\right|^2 \sin|\Theta| \, d\Theta}$$

N meritev pri $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3 \ldots \Phi_N$ daje grobe približke smernosti $D_1, D_2, D_3 \ldots D_N$. Približku integracije vseh prerezov smernega diagrama je povsem enakovreden izračun natančnejše smernosti po izrazu:

$$D = \frac{N}{\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} + \frac{1}{D_3} + \ldots + \frac{1}{D_N}}$$

Za večino preprostih anten zadošča meritev smernega diagrama pri $N=2$ med sabo pravokotnih parih prerezov $\Phi_1=\Phi_E=0$ in $\Phi_2=\Phi_H=\pi/2$, ki ustrezata sukanju merjene antene v ravnini električnega oziroma magnetnega polja. Meritev para prerezov smernega diagrama $F\left(\Theta, \Phi_E\right)$ in $F\left(\Theta, \Phi_E+\pi\right)$ v ravnini E je prikazana na risbi:

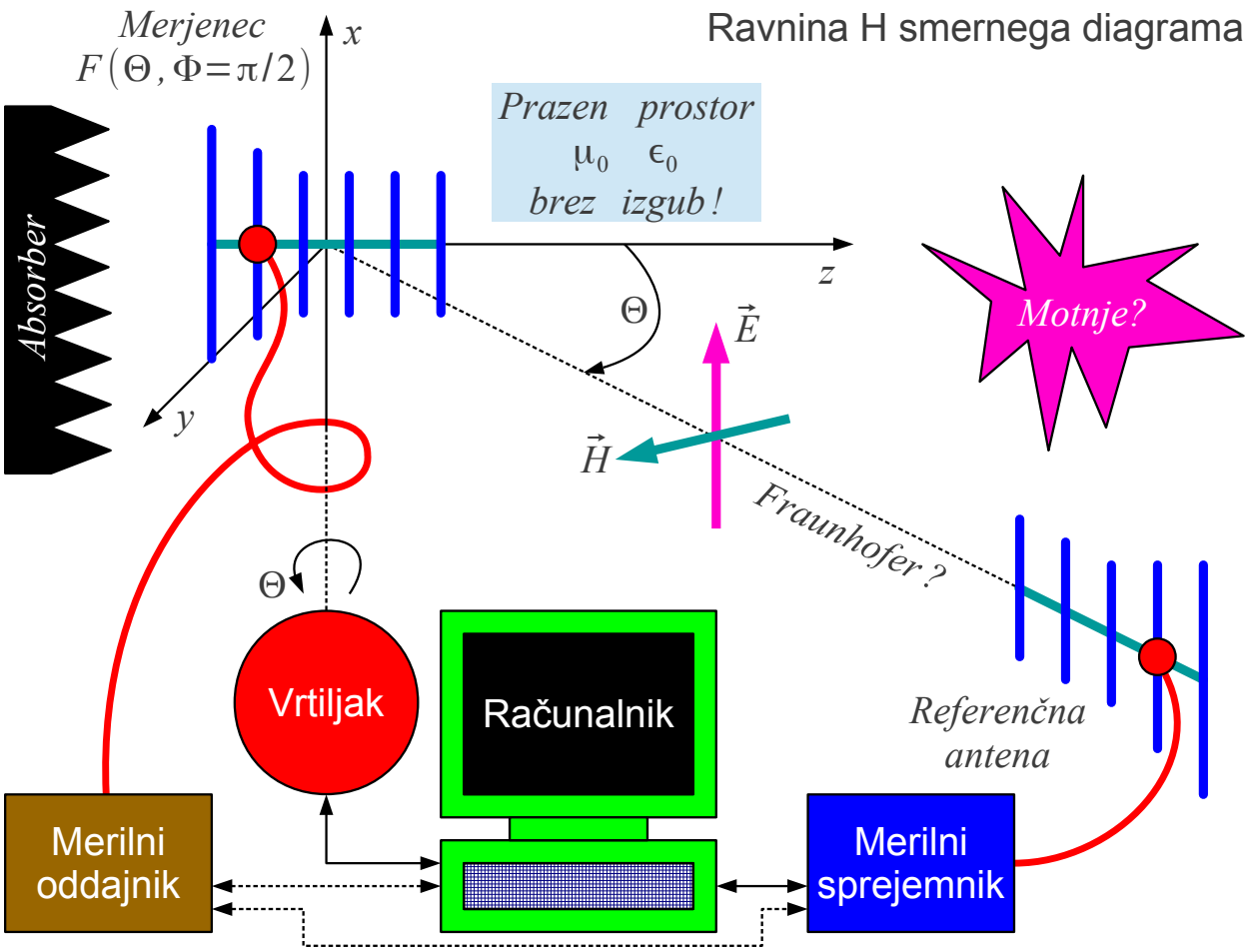


Merilna zveza je recipročna, merilni oddajnik in merilni sprejemnik smemo zamenjati med sabo. Radijskim motnjam se je lažje izogniti, če priključimo sprejemnik na referenčno anteno. Gibek nizkofrekvenčni kabel do merilne diode je sicer ugoden za merjenca na vrtiljaku.

Nadležnim odbojem od tal se izognemo tako, da namestimo obe anteni na dovolj veliki višini nad tlemi. Od ostalih odbojev je najbolj nadležen odboj od predmetov za merjencem, kamor namestimo absorber.

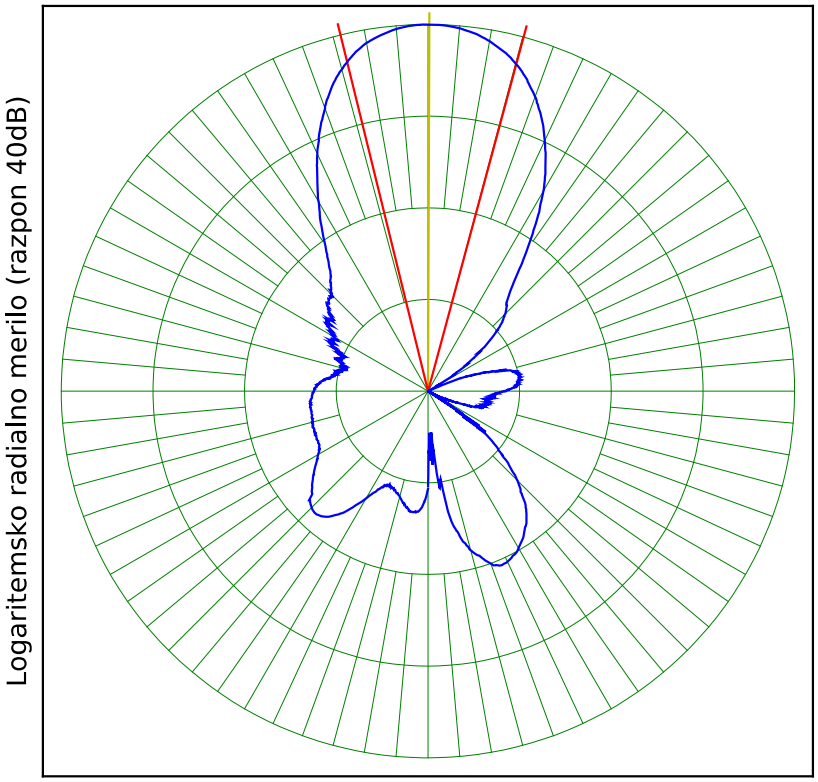
Računalnik krmili vrtiljak z merjencem in hkrati beleži podatke iz sprejemnika. Dodatno lahko računalnik nastavlja merilni oddajnik v avtomatizirani meritvi. Glede na izvedbo meritve lahko merilni oddajnik in merilni sprejemnik potrebujeta medsebojno povezavo za referenčni signal.

Za meritev para prerezov smernega diagrama $F(\Theta, \Phi_H)$ in $F(\Theta, \Phi_H+\pi)$ v ravnini H zamenjamo polarizaciji obeh anten, merjenca in referenčne:



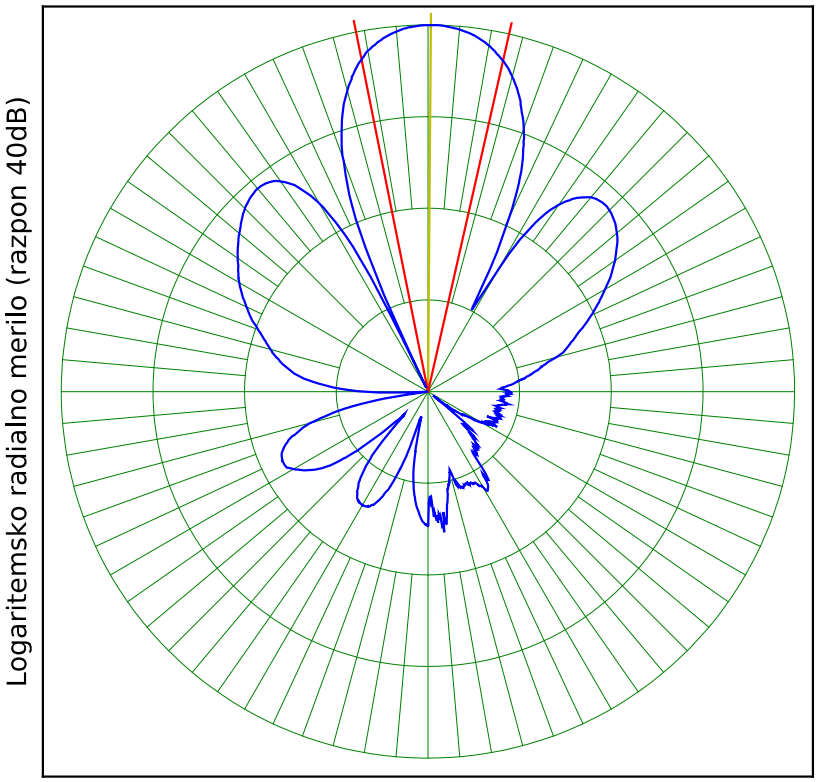
Primer izmerjenih prerezov smernega diagrama SBFA (angleško: Short Back-Fire Antenna) v ravninah E in H je prikazan v polarnih diagramih v logaritemskem radialnem merilu z razponom 40dB :

Sat Nov 25 19:46:46 2017
SBFA13 2360MHz ravnina E



Sirina -3dB: 28.9 Odklon: -0.2 Smernost: 44.8 = 16.51 dBi

Sat Nov 25 19:37:17 2017
SBFA13 2360MHz ravnina H



Sirina -3dB: 24.1 Odklon: -0.45 Smernost: 41.4 = 16.17 dBi

Za SBFA je značilno, da ima razmeroma čist smerni diagram z dvema stranskima snopoma v ravnini H in skoraj brez stranskih snopov v ravnini E. Ostali snopi pod $-20\mathrm{dB}$ so posledica odbojev od sten in druge opreme v laboratoriju, saj absorber pri tej meritvi ni bil uporabljen. Če bi namesto logaritemskega merila narisali isti smerni diagram v linearnem radialnem merilu, bi bili ti snopi komaj vidni. Absorber za merjencem bi sicer lahko oslabil nadležne odboje iz ozadja za dodatnih $-20\mathrm{dB}$.

Iz izmerjenih smernih diagramov je tudi razviden pomen meritve prerezov v celotnem območju polarne razdalje $-\pi \le \Theta \le \pi$. Slednji omogoča določiti odklon glavnega snopa zaradi konstrukcijskih toleranc antene oziroma napak pri meritvi. Hkrati postane meritev širine $-3\mathrm{dB}$ glavnega snopa α dosti bolj natančna. Nesimetrija stranskih snopov je nazorno merilo za konstrukcijske tolerance antene oziroma neželjene pojave razširjanja (odboje) pri meritvi antene.

Računalniški program samodejno popravi odklon glavnega snopa in prestavi os z koordinatnega sistema v smer maksimuma pri računanju smernosti. Izmerjeni smernosti sta $D_E = 44.8 = 16.51\mathrm{dBi}$ v ravnini E in $D_H = 41.4 = 16.17\mathrm{dBi}$ v ravnini H. Natančnejšo smernost izračunamo po izrazu, v katerega vstavimo obe smernosti kot neimenovana razmerja:

$$D = \frac{2}{\frac{1}{D_E} + \frac{1}{D_H}} = \frac{2}{\frac{1}{44.8} + \frac{1}{41.4}} = 43.03 \qquad 10\log_{10} 43.03 = 16.34\mathrm{dBi}$$

Koliko lahko zaupamo izračunani smernosti, sklepamo iz opaženih neželjenih pojavov. Če so odboji v povprečju oslabljeni za $a_{odboj} \approx -30\mathrm{dB} = 0.001$ glede na glavni snop in je smernost v velikostnem razredu $D \approx 16\mathrm{dBi} = 40$, pričakujemo relativno napako meritve v velikostnem razredu $D \cdot a \approx 0.04 = 4\%$ oziroma $10\log_{10} 1.04 \approx 0.2\mathrm{dB}$.

Ko izmerjeni smerni diagrami še niso bili dostopni v računalniški obliki, je bila integracija smernega diagrama silno zamudno opravilo, končni rezultat pa nenatančen. Razvijalci anten so se pogosto zanašali na oceno smernosti svojih izdelkov iz širine $-3\mathrm{dB}$ glavnega snopa α_E v ravnini E in širine $-3\mathrm{dB}$ glavnega snopa α_H v ravnini H.

John D. Kraus navaja v svoji odlični, zelo dobro znani knjigi Antennas iz leta 1950, ki je doživela kar šest izpopolnjenih ponatisov vse do leta 2001, naslednji približek za prostorski kot sevanja Ω , če privzamemo snop

sevanja pravokotnega prereza s stranicama, ki se odpirata v α_E in α_H :

$$\Omega[\mathrm{srd}] \approx \alpha_E[\mathrm{rd}]\alpha_H[\mathrm{rd}]$$

Iz približka za prostorski kot sevanja sledi Krausov približek za smernost iz kotov α_E in α_H zapisanih v radianih oziroma v stopinjah:

$$D = \frac{4\pi}{\Omega} \approx \frac{4\pi}{\alpha_E[\mathrm{rd}]\alpha_H[\mathrm{rd}]} \approx \frac{41253\,^{\circ 2}}{\alpha_E[^\circ]\alpha_H[^\circ]}$$

Približek dokaj dobro velja, če smerni diagram antene nima pomembnih stranskih snopov. Približek daje prevelik rezultat za smernost, če ima smerni diagram antene velike stranske snope.

Ocena smernosti SBFA je nazoren zgled uporabe opisanega približka. SBFA ima izmerjeni širino $-3\mathrm{dB}$ glavnega snopa $\alpha_E = 28.9\,^\circ$ v ravnini E in širino $-3\mathrm{dB}$ glavnega snopa $\alpha_H = 24.1\,^\circ$ v ravnini H. Ocena smernosti SBFA iz izmerjenih širin $-3\mathrm{dB}$ glavnega snopa znaša:

$$D \approx \frac{41253\,^{\circ 2}}{(28.9\,^\circ \cdot 24.1\,^\circ)} = 59.23 \qquad 10\log_{10} 59.23 = 17.73\mathrm{dBi}$$

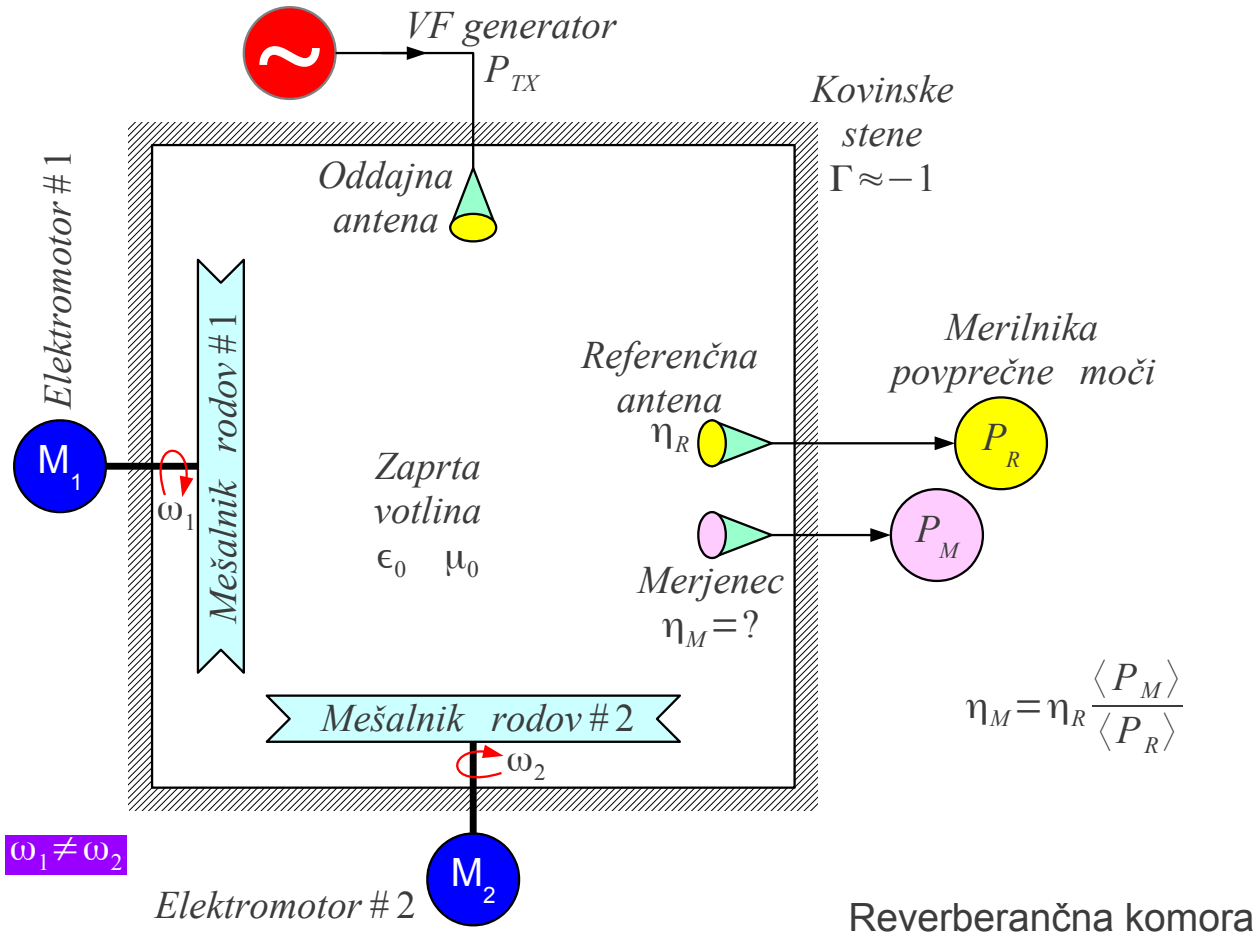
Ocena smernosti SBFA je očitno previsoka za skoraj poldrugi decibel na račun velikih stranskih snopov SBFA v ravnini H, okoli $-12\mathrm{dB}$ glede na glavni snop! Izmerjena smernost SBFA v ravnini H je navsezadnje manjša $D_H < D_E$ od izmerjene smernosti v ravnini E kljub $\alpha_H < \alpha_E$.

Na podobne, previsoke ocene smernosti naletimo v številnih člankih in knjigah, od najbolj uglednih znanstvenih revij do radioamaterskih priročnikov. Poleg Krausovega približka obstajajo še drugi približki, ki v nekaterih primerih dajejo točnejši rezultat, v drugih primerih pa so še manj natančni. Navedbe smernosti in dobitkov anten moramo zato obravnavati previdno in vzeti z razumevanjem pogojev, v katerih so nastale.

Uporabnika zagotovo najbolj zanima dobitek antene $G = \eta D$. Pri marsikateri sodobni anteni je sevalni izkoristek tako visok $\eta > 95\%$, da ga je sploh težko zanesljivo izmeriti s katerokoli merilno opremo. Dobitek antene G lahko sicer neposredno določimo v merilni radijski zvezi, kjer pa neželjeni odboji vnašajo še večje pogreške kot pri merjenju smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$.

Sam sevalni izkoristek antene η merimo v takšnem okolju, kjer

smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$ niti polarizacija antene ne igrata nobene vloge. Primerno okolje za takšno meritev je reverberančna komora (angleško: reverberant chamber), to je velik votlinski rezonator, običajno kvader $a,b,c \gg \lambda$, ki na delovni frekvenci antene podpira zelo veliko število rodov $N \gg 1$. Naključne razmere v votlini ustvarjajo eden, dva ali več mešalnikov rodov (angleško: mode stirrer), to je velikih vrtečih kovinskih odbojnikov:



Reverberančna komora

V reverberančni komori merimo povprečne pretoke moči. V primeru več mešalnikov rodov dobimo bolj naključne razmere, ko mehanska vrtenja posameznih mešalnikov $\omega_1 \neq \omega_2$ niso sinhronizirana med sabo. Z večanjem smernosti D merjenca se veča tudi zahteva po številu rodov N in z njo izmere votline. Pravilno delovanje reverberančne komore lahko preverimo z merjenjem statistike amplitude in faze sprejetih signalov.

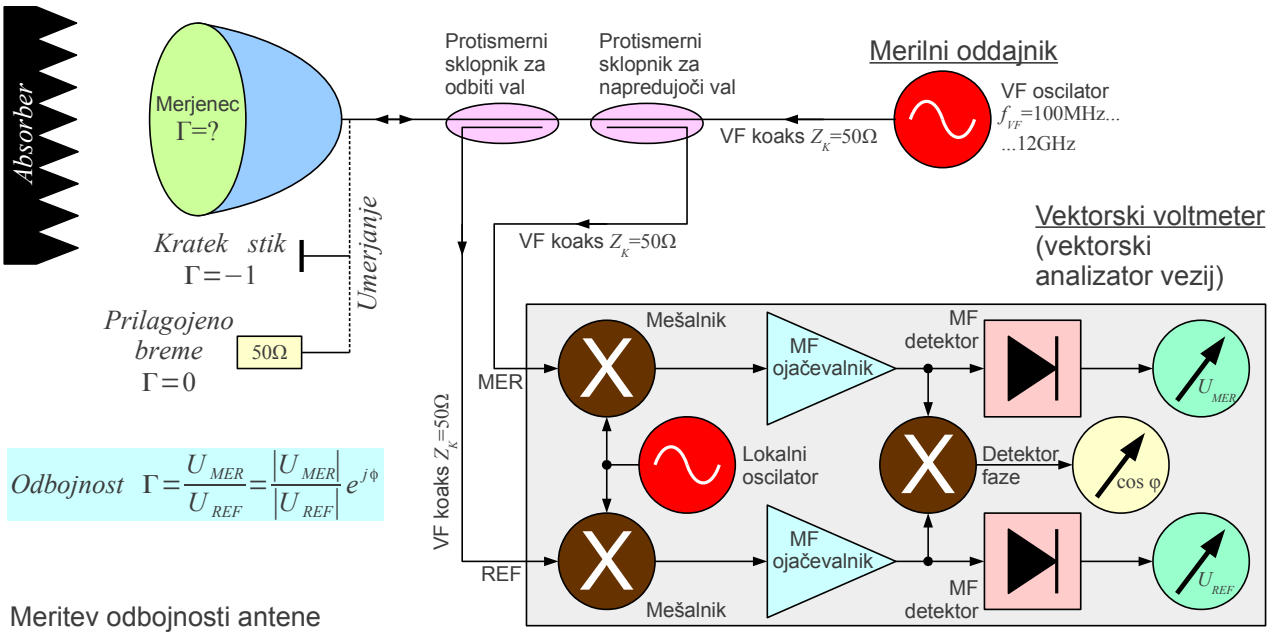
V dovolj veliki reverberančni komori se vse antene obnašajo, kot ne bi imele niti smernega diagrama $F(\Theta,\Phi)$ niti smernosti D niti polarizacije (osno razmerje Q). Edina preostala spremenljivka so sevalni izkoristki anten. Sevalni izkoristek merjenca η_M preprosto določimo iz sevalnega izkoristka referenčne antene η_R in dolgotrajnega povprečenja sprejetih

moči $\langle P_M \rangle$ in $\langle P_R \rangle$.

Končno uporabnik antene zahteva tudi smiselno prilagoditev impedance antene na izbran prenosni vod: koaksialni kabel, simetrični dvovod, kovinski valovod in podobno. Meritev impedance sodi med najpreprostejše antenske meritve. Meritev impedance ne zahteva mehanskega vrtenja niti kaj dosti prostora. Pri meritvi impedance moramo zagotoviti le to, da antena ne vidi odbojev lastnega sevanja. Med meritvijo impedance anteno usmerimo v nebo oziroma v mikrovalovni absorber za ustrezen frekvenčni pas.

Ker za visoke frekvence ni dobrih ampermetrov niti voltmetrov, pogosto merimo neko drugo veličino in končni rezultat po potrebi pretvorimo v impedanco. Na visokih frekvencah se najbolj obnese meritev odbojnosti Γ . Odbojnost Γ je neimenovano kompleksno razmerje, ki ga lahko vedno preračunamo v kompleksno impedanco $Z = R + jX$ ali obratno. Odbojnost Γ je definirana tudi v kovinskem valovodu in drugih vodih, kjer ne moremo definirati kazalcev napetosti U in toka I niti impedance $Z = U / I$.

Odbojnost merimo s primernim mostičkom oziroma s smernimi sklopniki. Oboji znajo ločiti napredujoči val od odbitega. Glede na vrsto razpoložljega voltmetra lahko merimo samo amplitudo odbojnosti $|\Gamma|$ oziroma amplitudi in fazo s kazalčnim (vektorskim) merilnikom:



Meritev odbojnosti antene

Za meritev odbojnosti Γ oziroma impedance Z zadošča oddajnik dosti manjše moči kot za meritev smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$. Koaksialni smerni sklopniki za radijske frekvence so običajno izdelani kot protismerni sklopniki za karakteristično impedanco $Z_K = 50\Omega$. Pri meritvi nagajajo številni povezovalni kabli, ki vnašajo fazne zasuke. Fazo meritve

odbojnosti običajno umerimo s kratkim stikom natančno na sponkah antene. S prilagojenim bremenom preverimo smernost sklopnikov.

Neprilagoditev bremena lahko izrazimo na različne načine. Kompleksna odbojnost Γ (angleško: reflection coefficient) je vsekakor najbolj osnovna veličina. Kompleksna števila vnašajo težave v meritve in v računanje, zato pogosto navajamo samo amplitudo odbojnosti kot povratno slabljenje (angleško: return loss) v logaritemskih enotah $\Gamma_{dB}=20\log_{10}|\Gamma|$. Stara merilna tehnika je neposredno merila valovitost ρ oziroma razmerje stojnega vala (angleško: standing-wave ratio ali SWR). Končno uporabnika antene najbolj zanima slabljenje neprilagoditve (angleško: mismatch loss) v logaritemskih enotah a_{dB} oziroma v odstotkih moči $a[\%]$:

Impedanca $Z[\Omega]=R+jX$

Karakteristična impedanca (dogovorjeno) $Z_K=50\,\Omega$

Odbojnost $\Gamma=\dfrac{Z-Z_K}{Z+Z_K}$

Povratno slabljenje (Return loss) $\Gamma_{dB}=20\log_{10}|\Gamma|$

Valovitost (SWR) $\rho=\dfrac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$

Slabljenje neprilagoditve (Mismatch loss) $a_{dB}=10\log_{10}\left(1-|\Gamma|^2\right)$

$a[\%]=\left(1-|\Gamma|^2\right)\cdot 100\,\%$

Neprilagoditev bremena

Z	Γ	Γ_{dB}	ρ	a_{dB}	$a[\%]$
0Ω	−1	0dB	∞	−∞dB	0%
1Ω	−0.96	−0.4dB	50	−13.6dB	7.7%
5.6Ω	−0.8	−1.9dB	9	−4.4dB	36%
10Ω	−0.67	−3.5dB	5	−2.6dB	56%
16.7Ω	−0.5	−6dB	3	−1.3dB	75%
25Ω	−0.33	−9.6dB	2	−0.5dB	89%
33.3Ω	−0.2	−14dB	1.5	−0.2dB	96%
50Ω	0	−∞dB	1	0dB	100%
66.7Ω	0.2	−14dB	1.5	−0.2dB	96%
100Ω	0.33	−9.6dB	2	−0.5dB	89%
150Ω	0.5	−6dB	3	−1.3dB	75%
250Ω	0.67	−3.5dB	5	−2.6dB	56%
450Ω	0.8	−1.9dB	9	−4.4dB	36%
2500Ω	0.96	−0.4dB	50	−13.6dB	7.7%
∞Ω	1	0dB	∞	−∞dB	0%
j50Ω	j	0dB	∞	−∞dB	0%
−j50Ω	−j	0dB	∞	−∞dB	0%
(50+j50)Ω	0.2+j0.4	−7dB	2.6	−1dB	80%
(50−j50)Ω	0.2−j0.4	−7dB	2.6	−1dB	80%

Glede na številke v razpredelnici uporabnik največkrat zahteva razmerje stojnega vala pod $\rho\le 2$, kar je enakovredno povratnemu slabljenju približno $\Gamma_{dB}\approx -10\text{dB}$ oziroma izgubi signala $a_{dB}\approx -0.5\text{dB}$ oziroma $a\approx 90\,\%$. Slabljenje neprilagoditve $a_{dB}\approx -0.5\text{dB}$ je v resnični radijski zvezi zelo težko izmeriti, hkrati pa je ta zahteva silno ohlapna za sevalno upornost antene $R_{MAX}:R_{MIN}=100\,\Omega:25\,\Omega=4:1$ pri $Z_K=50\,\Omega$!

Nekoliko večji učinek na radijsko zvezo ima jalovi del impedance antene. Induktivna impedanca $Z = 50\,\Omega + j\,50\,\Omega$ oziroma kapacitivna impedanca $Z = 50\,\Omega - j\,50\,\Omega$ prinašata izgubo signala kar $a_{\mathrm{dB}} \approx -1\,\mathrm{dB}$ oziroma $a \approx 80\,\%$. Slednje se pri ozkopasovnih antenah, kot so tankožični dipoli oziroma mikrotrakaste krpice, hitro zgodi.

Bolj kompliciranе antene imajo kompliciran potek odbojnosti $\Gamma(f)$ izražen kot funkcija frekvence. Povsem jasno je frekvenca najvišje smernosti antene $f(D_{MAX}) \neq f(|\Gamma|_{MIN})$ načeloma različna od frekvence najboljše prilagoditve antene na prenosni vod. Pri daljših antenah Yagi-Uda oziroma pri SBFA se odbojnost Γ najhitreje spreminja prav v frekvenčnem pasu blizu $f(D_{MAX})$. Spremenljiva prilagoditev impedance vzbujevalnega dipola antene Yagi-Uda oziroma SBFA potrjuje, da smo dolžine ostalih palčk Yagi-Uda oziroma izmere votline SBFA pravilno načrtovali.

Ceneni merilniki impedance, odbojnosti in valovitosti ter nepoznavanje kompleksnega računa so pripeljali v nesmiselno skrajnost. Uporabnik sploh ne vpraša več za smernost antene D niti za sevalni izkoristek η , pač pa različne antene primerja med sabo samo po prilagoditvi, najpogosteje opisani z valovitostjo ρ , ker ni treba poznati kompleksnih števil.

Za takšnega uporabnika obstaja idealna antena, ki jo ostali imenujemo referenčni laboratorijski upor $R = 50\,\Omega$. Če je slednji opremljen s SMA vtičnico, je lahko odlično prilagojen $\rho = 1$ oziroma $\Gamma = 0$ v frekvenčnem pasu $f = 0\mathrm{Hz}\,..\,26.5\mathrm{GHz}$. Kot antena ima sevalni izkoristek $\eta = 0$, kar pomeni, da niti ne seva niti ne sprejema škodljivih motenj. Kaj ni to super?

Odvisnosti smernosti $D(f)$, sevalnega izkoristka $\eta(f)$ in odbojnosti $\Gamma(f)$ ali impedance $Z(f)$ od frekvence f določajo uporabno pasovno širino antene B . Impedančno prilagoditev lahko vedno popravi fiksno ali nastavljivo električno prilagodilno vezje (transformator impedance). Izgube slednjega znižujejo sevalni izkoristek η .

Smernega diagrama $F(\Theta, \Phi)$ niti smernosti D ne more popraviti električno prilagodilno vezje. Frekvenčna odvisnost smernosti $D(f)$ določa končno gornjo mejo pasovne širine B_{MAX} izbrane antene!

* * * * *

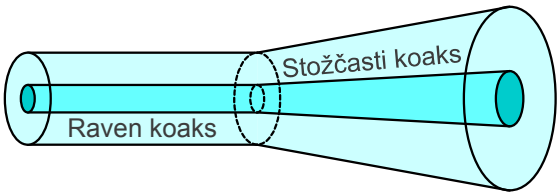
6. Žične antene

Konec 19. stoletja je tehnika omogočala izdelavo učinkovitih oddajnikov in doseganje velikega dometa radijske zveze le pri razmeroma nizkih frekvencah $f<100\mathrm{kHz}$. Izvirni Hertzovi poskusi so delovali na previsokih frekvencah, da bi bili praktično uporabni. V področju dolgih valov $\lambda>3\mathrm{km}$ so vse naprave majhne v primerjavi z valovno dolžino. Tokovni element $h\ll\lambda$ je kot točkasti električni dipol (Teslov transformator) silno neučinkovita antena. Podobno je majhna zanka $\sqrt{A}\ll\lambda$ kot točkasti magnetni dipol (okvirna antena) silno neučinkovita antena.

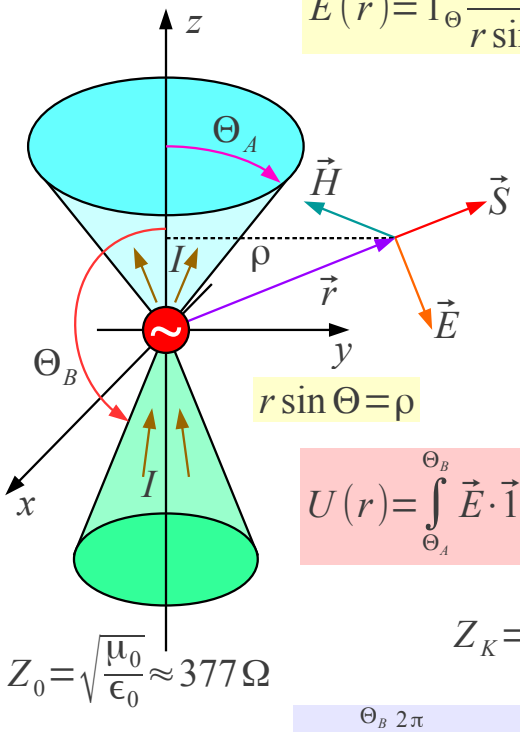
Guglielmo Marconi je s številnimi poskusi našel ceneno rešitev za učinkovito anteno v obliki zelo dolge in tanke žice, ki jo je dvigoval nad tla celo s pomočjo balona ali zmaja. Antene v obliki dolge in tanke žice ostajajo pomembne tudi danes. Kako izdelati anteno z dobrim sevalnim izkoristkom $\eta\to 1$, si najlažje ogledamo na stožčastem vodu, kjer ima elektromagnetno polje razmeroma preprosto analitsko rešitev:

Stožčasti vod

$$C[\mathrm{V}]\equiv konstanta$$



$$\vec{E}(\vec{r})=\vec{1}_\Theta\frac{C}{r\sin\Theta}\mathrm{e}^{\mp jkr}$$



$$r\sin\Theta=\rho$$

$$\vec{H}(\vec{r})=\frac{j}{\omega\mu}\,\mathrm{rot}\,\vec{E}(\vec{r})=\pm\vec{1}_\Phi\frac{C/Z_0}{r\sin\Theta}\mathrm{e}^{\mp jkr}$$

$$\vec{S}(\vec{r})=\frac{1}{2}\vec{E}\times\vec{H}^*=\pm\vec{1}_r\frac{|C|^2}{2Z_0}\left(\frac{1}{r\sin\Theta}\right)^2$$

$$I(r)=\int_0^{2\pi}\vec{H}\cdot\vec{1}_\Phi r\sin\Theta\,d\Phi=\pm\frac{2\pi C}{Z_0}\mathrm{e}^{\mp jkr}$$

$$U(r)=\int_{\Theta_A}^{\Theta_B}\vec{E}\cdot\vec{1}_\Theta r\,d\Theta=C\,\mathrm{e}^{\mp jkr}\int_{\Theta_A}^{\Theta_B}\frac{d\Theta}{\sin\Theta}=C\,\mathrm{e}^{\mp jkr}\ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_B/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}\right)$$

$$Z_K=\pm\frac{U}{I}=\frac{Z_0}{2\pi}\ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_B/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}\right)\approx 60\,\Omega\ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_B/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}\right)$$

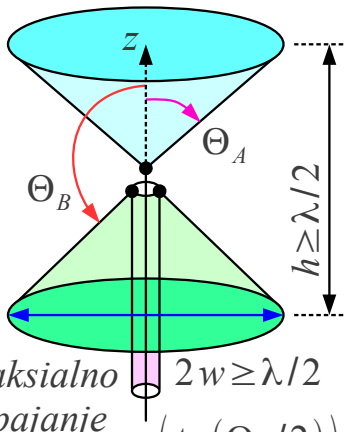
$$P=\int_{\Theta_A}^{\Theta_B}\int_0^{2\pi}\vec{S}\cdot\vec{1}_r r^2\sin\Theta\,d\Theta\,d\Phi=\frac{U\,I^*}{2}=\pm\frac{\pi|C|^2}{Z_0}\ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_B/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}\right)$$

$$Z_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\approx 377\,\Omega$$

Stožčasti vod je lahko stožčasti koaksialni kabel, kjer sta oba, žila in oklop, plašča dveh vgnezdenih stožcev. Točna rešitev Maxwellovih enačb $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{1}_\Theta C\, \mathrm{e}^{\mp jkr}/(r \sin\Theta)$ opisuje oba valova, v smeri odpiranja stožcev e^{-jkr} in v smeri krčenja stožcev e^{+jkr}. Kot antena je najbolj uporaben široko odprt stožčasti vod $\Theta_A \leq \pi/2$ in $\Theta_B > \pi/2$, kjer se valovanje iz generatorja v koordinatnem izhodišču širi v prostor med stožcema na obe strani ravnine xy.

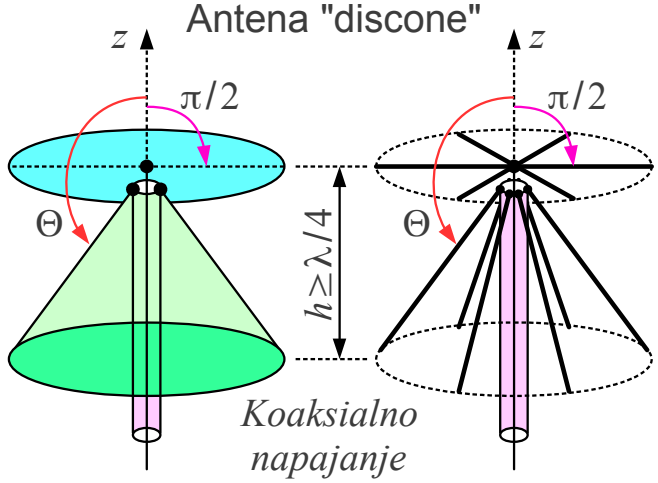
Točna rešitev Maxwellovih enačb zahteva dva neskončno velika kovinska stožca, kar ni izvedljivo. Pri končno velikih stožcih dobimo zelo podobno elektromagnetno polje v primeru, ko sta premer $2w \gg \lambda$ in višina naprave $h \gg \lambda$ dosti večja od valovne dolžine. Učinek odbojev na odrezanih robovih stožcev je takrat zanemarljiv. Bikonična antena (Sergei Alexander Schelkunoff 1941) je povsem uporabna že pri frekvenci, ko premer $2w \geq \lambda/2$ in višina $h \geq \lambda/2$ presežeta polovico valovne dolžine:

Bikonična antena

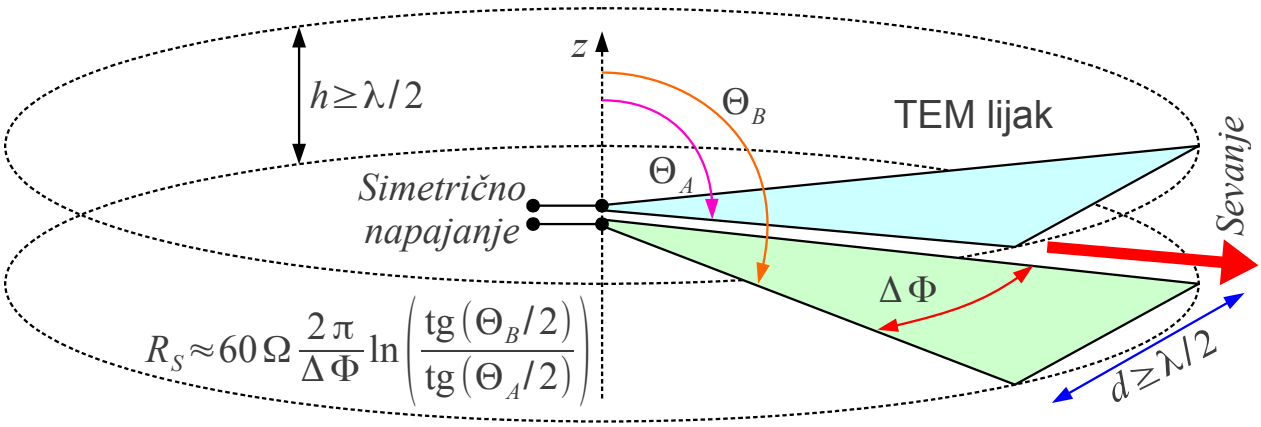


$$R_S \approx 60\,\Omega \ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_B/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}\right)$$

Antena "discone"



$$R_S \approx 60\,\Omega \ln\left(\mathrm{tg}(\Theta/2)\right) \qquad \Theta \approx 2\,\mathrm{arctg}\left(e^{R_S/60\Omega}\right)$$



$$R_S \approx 60\,\Omega \frac{2\pi}{\Delta\Phi} \ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_B/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}\right)$$

Od vseh bikoničnih anten ima najmanjše izmere v primerjavi z valovno

dolžino antena "discone" (iz angleških izrazov: disc+cone, Armig G. Kandoian 1943), kjer z uporabo dveh med sabo zelo različnih stožcev, ploščatega diska in srednje vitkega stožca, še dodatno zmanjšamo učinek odbojev na odrezanih robovih. Oba disk in stožec lahko izdelamo tudi iz kovinskih palčk, saj poznamo smer toka. Gornja frekvenčna meja "discone" v teoriji ni omejena, v praksi je odvisna od natančnosti izdelave napajalne točke.

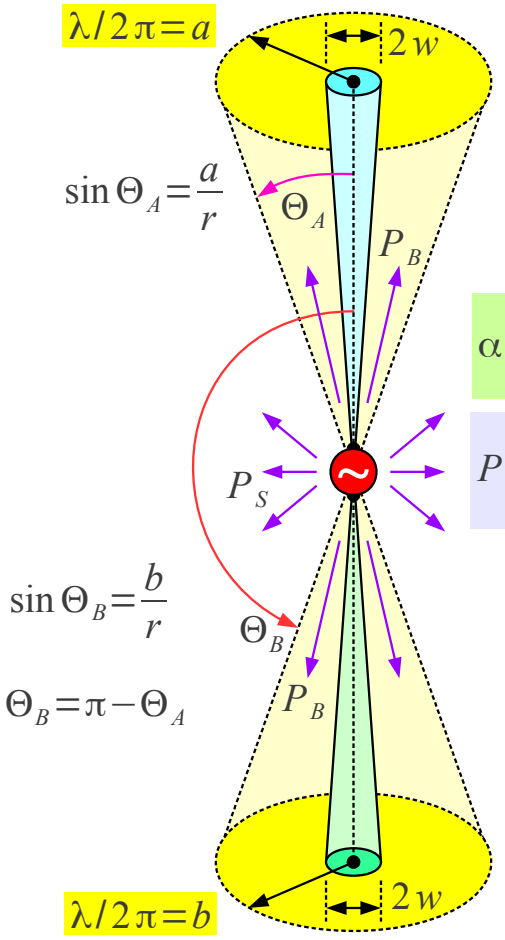
Sevalna upornost bikonične antene in antene "discone" je običajno zelo blizu karakteristični impedanci pripadajočega stožčastega voda. Sevalni izkoristek $\eta \approx 1$ je blizu enote, saj je v anteni malo izgub in je sevalna upornost prilagojena karakteristični impedanci razpoložljivih koaksialnih kablov. Smerni diagram "discone" se pri nizkih frekvencah kaj dosti ne razlikuje od točkastega električnega dipola, bistvena razlika med obema je v sevalnem izkoristku!

Pri višjih frekvencah oziroma večjih izmerah bikonične antene $2w, h \gg \lambda$ se valovanje usmerja v prostor med stožcema $\Theta_A \leq \Theta \leq \Theta_B$. Dodatno lahko valovanje usmerimo še v ravnini xy tako, da izdelamo le izseka obeh stožcev za pokrivanje izbranega območja zemljepisne dolžine $\Delta\Phi < 2\pi$. Pripadajočo anteno imenujemo TEM lijak. Če je TEM lijak dovolj velik in se dovolj blago odpira, lahko poleg odličnega sevalnega izkoristka $\eta \approx 1$ doseže tudi visoko smernost $D \gg 1$.

TEM lijak je antena, ki pokriva širok frekvenčni pas, ima odličen sevalni izkoristek in ga lahko načrtujemo za visoko smernost. Pomanjkljivost TEM in drugih lijakov so potrebne izmere antene. Drugačne antene lahko dosežejo podobne lastnosti z manjšimi izmerami za nižjo ceno. Več o lijakih sledi v pripadajočem poglavju. TEM lijak se danes večinoma uporablja kot merilna antena pri preverjanju elektromagnetne združljivosti (EMC).

S stožčastim dvovodom lahko ponazorimo tudi anteno iz tanke žice s polmerom v velikostnem razredu tisočinke valovne dolžine $w \approx 0.001\lambda$ ali celo še manj. Tanko žico ponazarjata dva zelo vitka stožca, med katera je priključen generator. V neposredni bližini tanke žice $\rho = r\sin\Theta < \lambda/2\pi$ je bližnje elektromagnetno polje dosti močnejše od sevanja. Ne glede na dolžino žice odboj na odrezanem koncu tanke žice ni zanemarljiv, pač pa ima zelo velik učinek na obnašanje antene iz tanke žice.

Velikostni razred pojavov lahko ocenimo iz pretoka moči v stožčastem vodu višine $h = 2r = \lambda$, kjer polmer stožcev dosega $w = 0.001\lambda$. Moč P_B v področju bližnjega polja v neposredni bližini vitkih stožcev je skoraj trikrat večja od sevanje moči P_S v vsem ostalem prostoru:



$w \ll a=\lambda/2\pi$

$\sin\Theta_W=\frac{w}{r}$

Točna rešitev $\vec{E}(\vec{r})=\vec{1}_\Theta\frac{C}{r\sin\Theta}e^{\mp jkr}$

$\alpha=\pm\frac{\pi|C|^2}{Z_0}$

Zgled $w=0.001\,\lambda$ $r=\lambda/2$

$$P_S=\alpha\ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_B/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}\right)=-2\alpha\ln\mathrm{tg}(\Theta_A/2)\approx 3.623\,\alpha$$

$$P_B=\alpha\left[\ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_W/2)}\right)+\ln\left(\frac{\mathrm{tg}((\pi-\Theta_W)/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_B/2)}\right)\right]=$$
$$=2\alpha\ln\left(\frac{\mathrm{tg}(\Theta_A/2)}{\mathrm{tg}(\Theta_W/2)}\right)\approx 10.19\,\alpha$$

$\sin(\pi-\Theta_W)=\frac{w}{r}$

Vitka stožca

Odrezani konec tanke žice se torej obnaša kot odprte sponke voda z odbojnostjo v bližini $\Gamma\approx 1$. Na anteni iz tanke žice torej pričakujemo stojne valove podobno kot na nezaključenem vodu. Na anteni iz tanke žice lahko vedno določimo oziroma izmerimo stojni val električnega toka $I(s)$ kot funkcijo vzdolžne koordinate s na žici. Na odrezanem koncu tanke žice ima stojni val električnega toka vedno vozel.

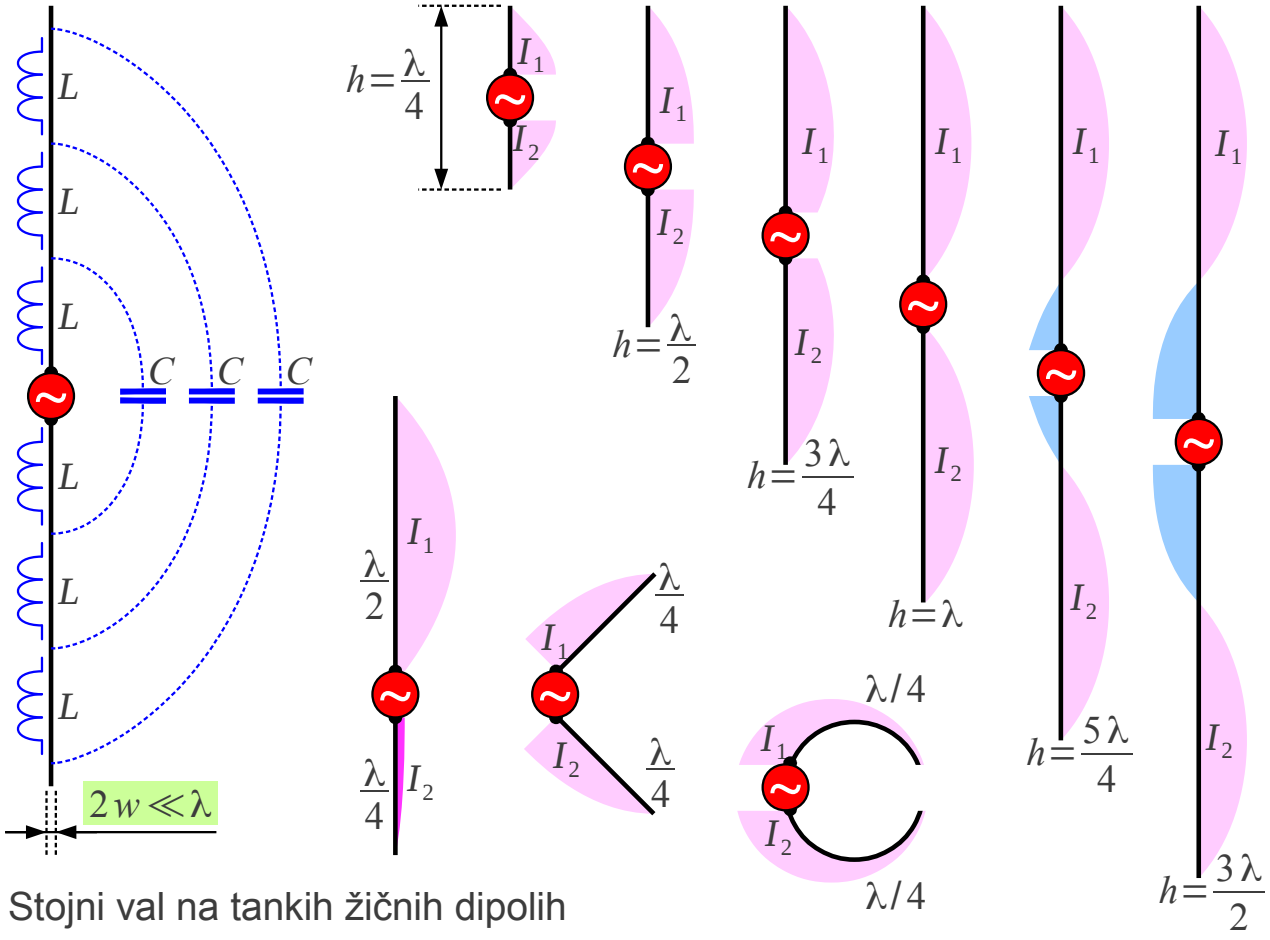
Na antenah običajno ne moremo definirati električne napetosti $U(s)$ kot funkcijo vzdolžne koordinate s po žici, saj je v primeru sevanja vrtinčenje električnega polja $\mathrm{rot}\,\vec{E}(\vec{r})\neq 0$ vedno različno od nič. Definicija napetosti na bikoničnem vodu $U(r)$ velja samo na izbrani razdalji $r=konst.$ od izhodišča in še to samo v primeru neskončno velikih stožcev. Antenska žica nima oblike stožca niti ni neskončno dolga. Na žičnih antenah zato ne moremo definirati napetosti $U(s)$ niti ne smemo govoriti o stojnem valu napetosti, kot to žal počne marsikateri površen učbenik o antenah.

Posledica stojnih valov na tanki žici so rezonančni pojavi. Lastnosti antene iz tanke žice se lahko hitro spreminjajo s frekvenco. Od tu zmotno prepričanje, da morajo biti antene rezonančne na izbrani delovni frekvenci. Fizikalno gledano je sevanje sorazmerno samo pospešku elektrin, torej ne

more biti rezonančen pojav. Pač pa pojavi bližnjega polja preslikajo sevalno upornost antene na različne načine. Rezonančni pojavi na tanki žici so samo nadloga bližnjega polja, ki prav nič ne pripomore k sevanju.

Divje spreminjanje impedance antene s frekvenco je samo posledica varčevanja s tanko žico! Rezonančni pojavi slabijo z uporabo debelejših vodnikov in skoraj povsem izginejo pri bikonični anteni. Impedanco antene iz tanke žice merimo v napajalni točki, kjer je razdalja med priključkoma antene dovolj majhna, da smemo zanemariti vrtinčenje električnega polja $\mathrm{rot}\,\vec{E}(\vec{r})\approx 0$ in definirati napetost generatorja U_g .

Učinke bližnjega polja tanke žice ponazarja porazdeljena induktivnost žice L in porazdeljena kapacitivnost C med krakoma antene. Stojni val toka opisuje izraz $I(s)=I_{MAX}\cos(ks+\phi)$, kjer valovno število $k=\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ ustreza praznemu prostoru okoli žice in fazni zasuk ϕ poskrbi za vozel toka na koncu žice. Kraka dipola potrebujeta dva ločena izraza $I_1(s)=I_{1\mathrm{MAX}}\cos(ks+\phi_2)$ in $I_2(s)=I_{2\mathrm{MAX}}\cos(ks+\phi_2)$:



Stojni val na tankih žičnih dipolih

Na simetričnih dipolih je porazdelitev toka simetrična $I_1(s)=I_2(-s)$. Uporabne dolžine dipolov so med $\lambda/2\le h\le 5\lambda/4$. Prekratki dipoli

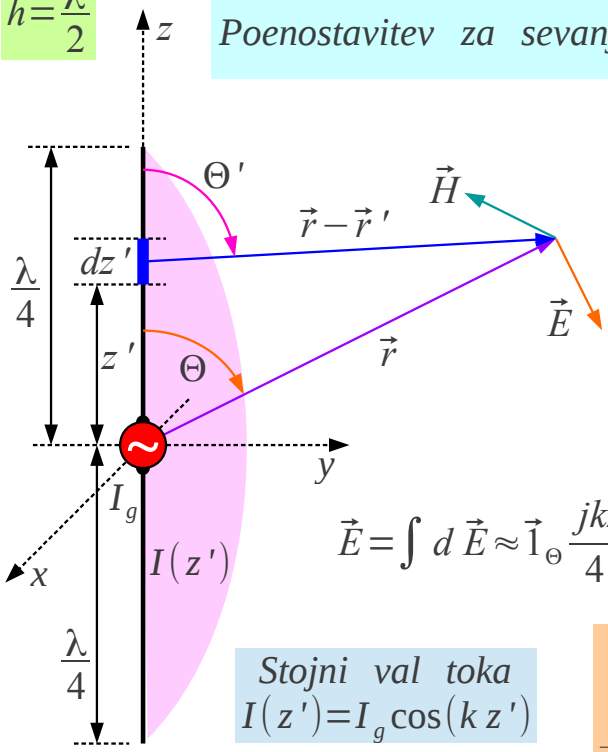
$h<\lambda/2$ imajo zelo nizko sevalno upornost. Predolgi dipoli $h>5\lambda/4$ imajo neuporaben smerni diagram z več snopi.

Na dipolih s kraki različnih dolžin sta porazdelitvi $I_1(s)$ in $I_2(s)$ zelo različni med sabo. Primer zelo različnih krakov je J antena, kjer seva daljši krak dolžine $\lambda/2$ kot polvalovni dipol, krajši krak $\lambda/4$ pa služi samo zaključitvi generatorja na ugodno visoko impedanco v napajalni točki.

Porazdelitev toka na tanki žici se bistveno ne spremeni v primeru, če kraka polvalovnega dipola zasukamo (V dipol) enega proti drugemu oziroma ukrivimo enega proti drugemu. Obe opisani anteni, V dipol in polvalovni ukrivljeni dipol, sta uporabni kot neusmerjeni anteni z vodoravno polarizacijo.

Od vseh opisanih dipolov se največkrat uporablja polvalovni dipol $h=\lambda/2$, zato je smiselno natančno izpeljati njegovo sevano polje, izračunati sevalno upornost in smernost. Porazdelitev toka na polvalovnem dipolu iz tanke žice se poenostavi v $I(z')=I_g\cos(kz')$. Sevanje polvalovnega dipola izračunamo kot vsoto sevanja diferencialno kratkih tokovnih elementov v osi z:

$h=\frac{\lambda}{2}$



Poenostavitev za sevanje $d\vec{E}\approx\vec{1}_{\Theta'}\frac{jkZ_0}{4\pi}I(z')dz'\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\sin\Theta'$

$|\vec{r}-\vec{r}\,'|=\sqrt{r^2+z'^2-2rz'\cos\Theta}$

$r\gg h \rightarrow |\vec{r}-\vec{r}\,'|\approx r-z'\cos\Theta$

Daljnje polje $r\gg\frac{2h^2}{\lambda}$ $\quad\vec{1}_{\Theta'}\approx\vec{1}_{\Theta}$

$\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\approx\frac{1}{r}$ $\quad\sin\Theta'\approx\sin\Theta$

$e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}\approx e^{-jkr}e^{jkz'\cos\Theta}$

$$\vec{E}=\int d\vec{E}\approx\vec{1}_{\Theta}\frac{jkZ_0}{4\pi}I_g\frac{e^{-jkr}}{r}\sin\Theta\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4}\cos(kz')e^{jkz'\cos\Theta}dz'$$

Stojni val toka $I(z')=I_g\cos(kz')$

$$\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4}\cos(kz')e^{jkz'\cos\Theta}dz'=\frac{2\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{k\sin^2\Theta}$$

$Z_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}\approx 377\,\Omega$

Polvalovni dipol

$$\vec{E}\approx\vec{1}_{\Theta}\frac{jZ_0}{2\pi}I_g\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta}$$

Pri izračunu integrala upoštevamo poenostavitve v Fraunhoferjevem področju $r \gg 2h^2/\lambda$, torej zanemarimo spremembe amplitude posameznih prispevkov in upoštevamo samo spremembe faze. Končni rezultat za jakost polja $\vec{E}(\vec{r})$ je neodvisen od frekvence oziroma valovne dolžine pod pogojem, da dolžino dipola prilagodimo frekvenci generatorja.

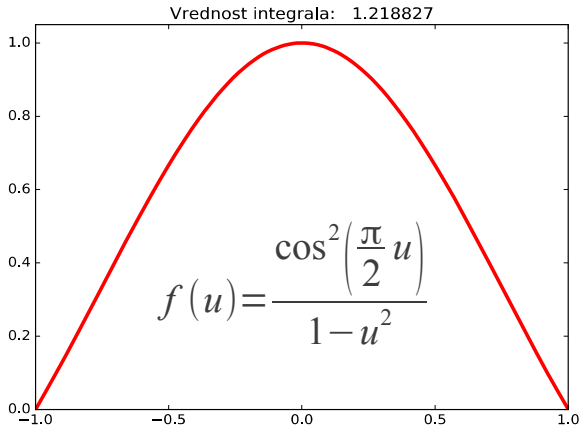
V Fraunhoferjevem področju lahko Poyntingov vektor gostote pretoka moči $\vec{S}(\vec{r})$ izračunamo neposredno iz električnega polja. Sevano moč P izračunamo z integracijo gostote pretoka moči po krogli, ki oklepa anteno. Integral po polarni razdalji Θ je najlažje rešiti numerično:

$$\vec{S} = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r \frac{Z_0}{8\pi^2} |I_g|^2 \frac{1}{r^2} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta} \right]^2$$

$$\int_0^{2\pi} d\Phi = 2\pi$$

$$P = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \vec{S} \cdot \vec{1}_r r^2 \sin\Theta \, d\Theta \, d\Phi = \frac{Z_0}{4\pi} |I_g|^2 \int_0^{\pi} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta} \right]^2 \sin\Theta \, d\Theta$$

$$I_{\lambda/2} = \int_0^{\pi} \left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta} \right]^2 \sin\Theta \, d\Theta = \int_{-1}^{1} \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}u\right)}{1-u^2} du \approx 1.218827$$



$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \approx 377\,\Omega \approx 120\,\pi\,\Omega$$

$$R_S = \frac{2P}{|I_g|^2} = \frac{Z_0}{2\pi} I_{\lambda/2} \approx 60\,\Omega \, I_{\lambda/2} \approx 73.1\,\Omega$$

Upornost polvalovnega dipola

Integracija sevane moči daje zelo ugodno vrednost sevalne upornosti okoli $R_S \approx 73.1\,\Omega$. Reaktivna komponenta impedance je v hrbtu stojnega vala toka zelo majhna in jo lahko popolnoma izničimo z manjšimi popravki dolžine dipola. Impedanca polvalovnega dipola je skoraj popolnoma delovna in je hkrati v velikostnem razredu običajnih karakterističnih impedanc visokofrekvenčnih prenosnih vodov. Upornost žice dipola je običajno za dva velikostna razreda manjša od sevalne upornosti, kar daje odličen sevalni izkoristek več kot $\eta > 0.99$.

Čeprav zapis izgleda precej drugače, se smerni diagram polvalovnega dipola (modra krivulja) kaj dosti ne razlikuje od kratkega tokovnega elementa (rdeča krivulja):

$$h=\frac{\lambda}{2} \;\rightarrow\; F(\Theta,\Phi)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta}$$

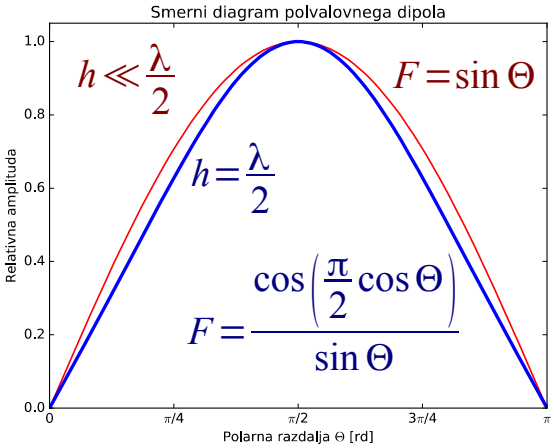
$$D=\frac{4\pi\left|F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})\right|^2}{\oiint_{4\pi}\left|F(\Theta,\Phi)\right|^2 d\Omega}$$

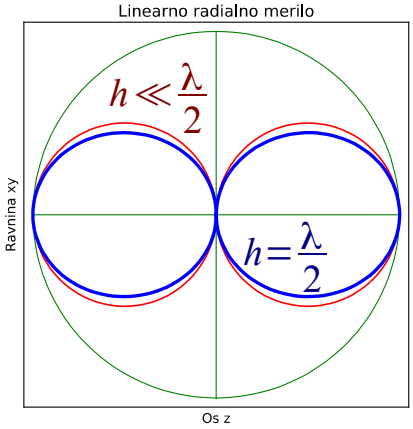
$$F(\Theta_{MAX}=\pi/2)=1$$

$$D=\frac{4\pi}{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\left[\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta}\right]^2 \sin\Theta\, d\Theta\, d\Phi}$$

$$D=\frac{4\pi}{2\pi I_{\lambda/2}}=\frac{2}{1.218827}=1.640922$$

$$D_{\mathrm{dBi}}=10\log_{10}1.640922=2.150879\mathrm{dBi}$$



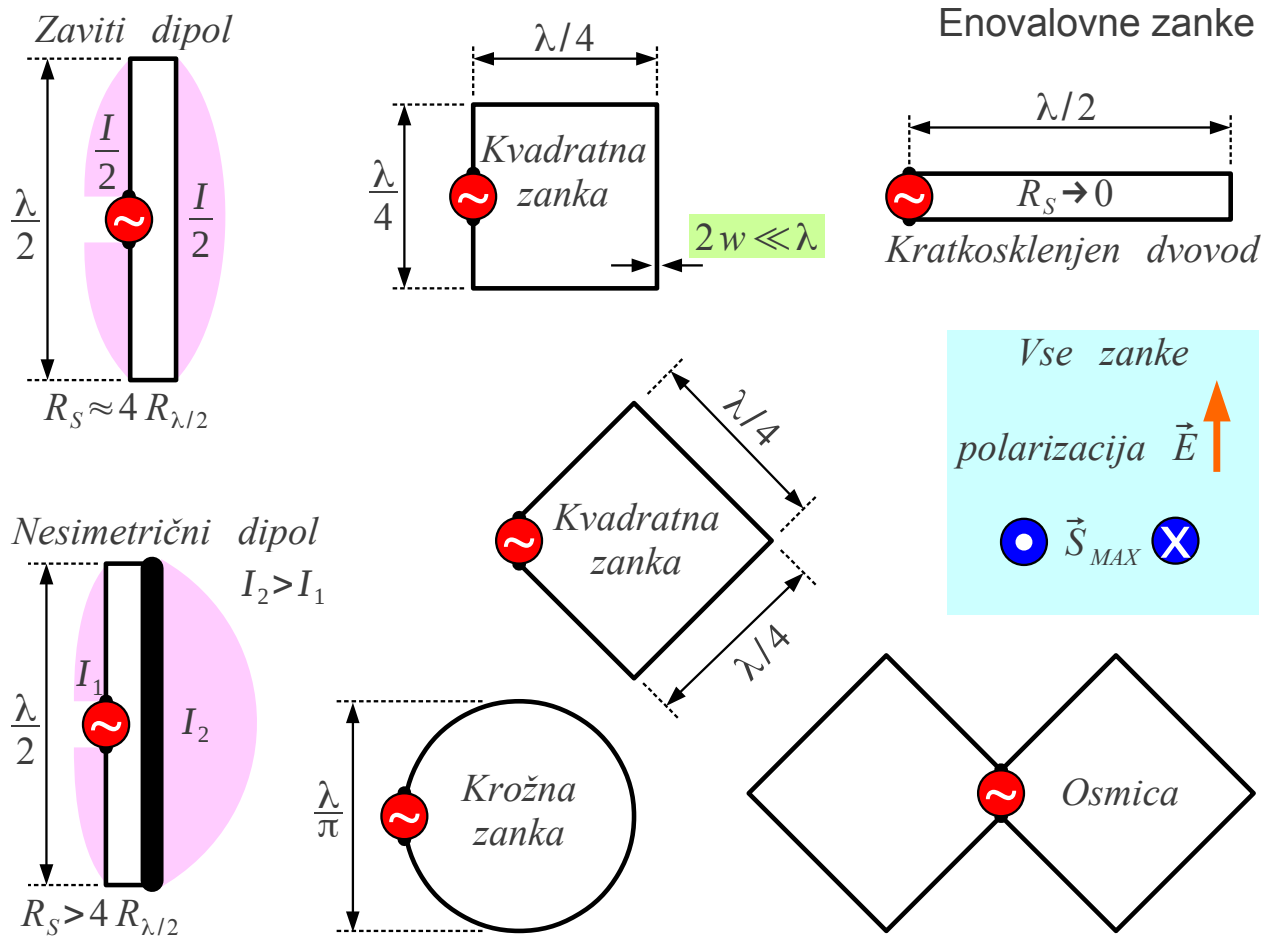


Smernost polvalovnega dipola

Izračun smernost polvalovnega dipola vsebuje enak integral kot izračun sevalne upornosti. Smernost polvalovnega dipola znaša $D=1.64$ oziroma $D_{\mathrm{dBi}}=2.15\mathrm{dBi}$. Dobitek polvalovnega dipola je približno enak smernosti $G\approx D$, saj je sevalni izkoristek praktičnih polvalovnih dipolov blizu enote.

Polvalovni dipol je preprosta, praktično izvedljiva antena z znano smernostjo in dobitkom. Smernosti in dobitke drugih anten zato pogosto navajamo tudi v merskih enotah $[\mathrm{dBd}]$, to je decibeli glede na polvalovni dipol. Smernosti in dobitke preračunamo $D_{\mathrm{dBD}}=D_{\mathrm{dBi}}-2.15\mathrm{dB}$ oziroma $G_{\mathrm{dBD}}=G_{\mathrm{dBi}}-2.15\mathrm{dB}$.

Iz dveh polvalovnih dipolov lahko sestavimo enovalovno zanko. Oblika enovalovne zanke ima manjši vpliv na smerni diagram antene in zelo velik vpliv na sevalno upornost antene:



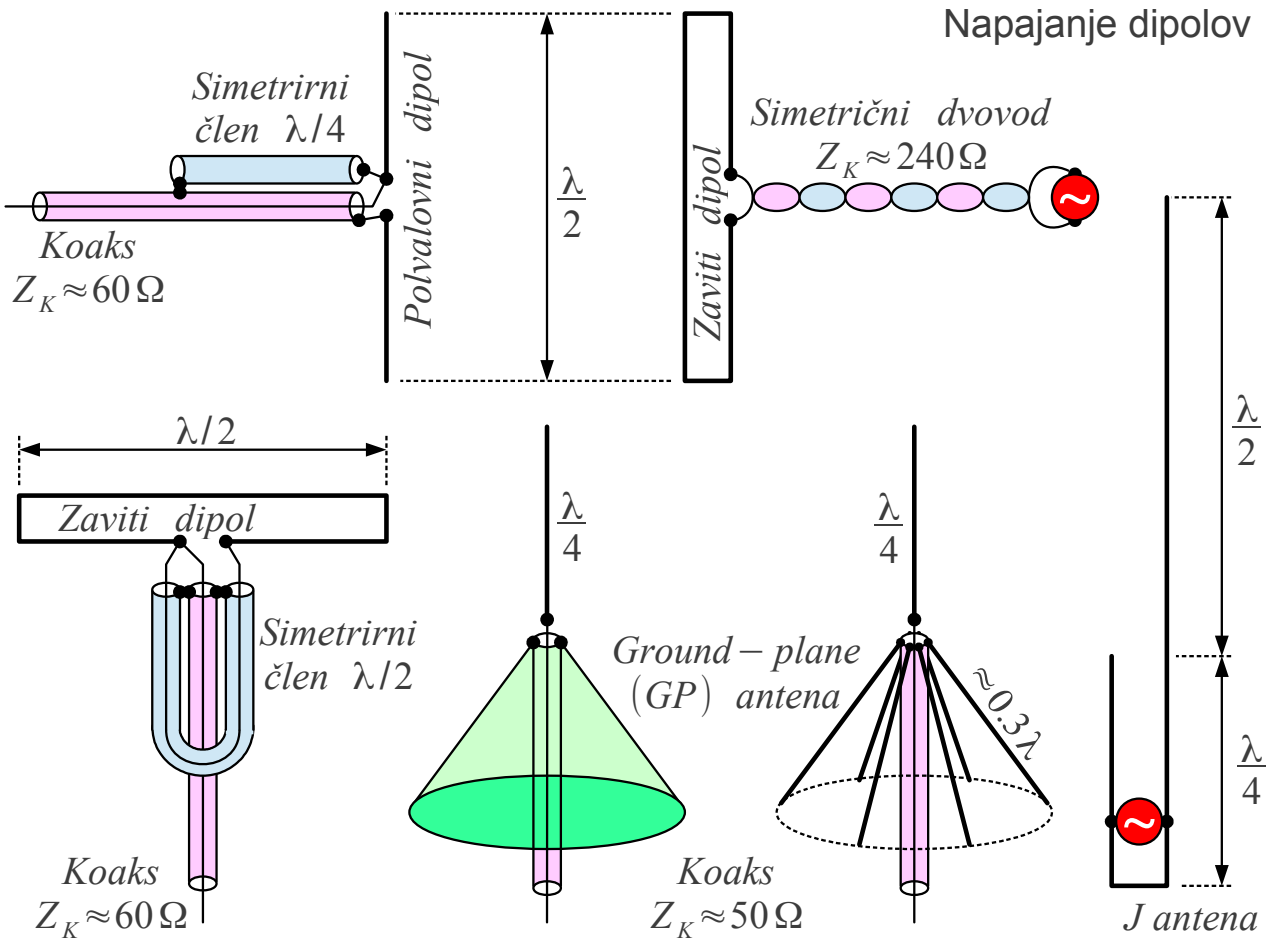
Zaviti dipol je sestavljen iz dveh polvalovnih dipolov na majhni medsebojni razdalji, ki sta vezana vzporedno na obeh koncih. Smerni diagram zavitega dipola je enak smernemu diagramu polvalovnega dipola. Ker je tok skozi napajani krak zavitega dipola polovičen, je sevalna upornost $R_S = 4\,R_{\lambda/2}$ štirikratna upornost polvalovnega dipola. Sevalno upornost zavitega dipola lahko še dodatno povečamo z nesimetrično izvedbo.

Kvadratne, krožne zanke in zanke drugih oblik dosegajo malenkost večjo smernost od polvalovnega dipola in nekoliko nižjo sevalno upornost v velikostnem razredu $R_S \approx 100\,\Omega$. Skupina dveh kvadratnih zank poimenovana osmica je praktično uporabna antena z večjo smernostjo ter ugodno sevalno upornostjo. S tlačenjem zanke v smeri električnega polja sevalna upornost upada in gre proti nič $R_S \to 0$ v primeru kratko-sklenjenega dvovoda.

Visokofrekvenčni generator oziroma breme ni vedno vgrajeno v samo anteno. Pogosto moramo od oddajnika do antene napeljati daljši vod, prav tako od antene do sprejemnika. Napajalni vod moramo napeljati tako, da ne moti polja antene.

Dipoli najpogosteje zahtevajo simetrično napajanje. Koaksialni vod ni

simetričen, žila se razlikuje od oklopa. Koaksialni kabel moramo priključiti na simetrični dipol preko primernega simetrirnega člena (angleško: BALanced-to-UNbalanced ali skrajšano "balun"):



Simetrirni člen $\lambda/4$ je najpreprostejši. Karakteristična impedanca koaksialnega kabla $Z_K \approx R_S$ se dobro prilagaja impedanci polvalovnega dipola. Simetrijo dosežemo s slepim kablom, samo oklop dolžine $\lambda/4$, ki ga pri dipolu vežemo na žilo koaksialnega kabla, oba oklopa pa vežemo skupaj na drugem koncu. Kratek stik se v dvovodu iz obeh oklopov dolžine $\lambda/4$ preslika v odprte sponke na priključkih dipola. Valovna dolžina v dvovodu iz obeh oklopov $\lambda = \lambda_0 = c_0/f$ ustreza vmesnemu praznemu prostoru.

Simetrirni člen $\lambda/2$ uporablja dodaten koaksialni kabel dolžine $\lambda/2$ za obračanje faze. Izhodna napetost se dvakrat poveča. Izhodna impedanca se štirikrat poveča. Primerna antena z $R_S \approx 4\,Z_K$ je zaviti dipol. Koaksialni kabel za obračanje faze je sicer obremenjen z $R_S/2$, ampak zaradi dolžine $\lambda/2$ se njegova karakteristična impedanca lahko razlikuje od bremena. Pri dolžini kabla za obračanje faze $\lambda/2 = v/(2f)$ moramo

upoštevati hitrost razširjanja valovanja v dielektriku kabla $v = c_0/\sqrt{\epsilon_r}$!

Zaviti dipol lahko napajamo tudi s simetričnim dvovodom s karakteristično impedanco v velikostnem razredu $Z_K \approx 240\,\Omega$. Neželjeno sevanje dvovoda zadušimo tako, da žici prepletemo med sabo. Sevanje sosednjih zankic dvovoda se tedaj odšteva med sabo. V vseh opisanih primerih napeljemo napajalni vod pod pravim kotom glede na dipol, da ne motimo sevanja dipola.

Vgradnja polvalovnega dipola pogosto zahteva napajanje s koaksialnim kablom v osi dipola. Pri bikonični anteni se da napeljati koaksialni kabel skozi enega od stožcev, da ne moti sevanja antene. Priljubljena praktična izvedba je križanec med polvalovnim dipolom in anteno "discone" poimenovan "ground-plane" antena ali na kratko GP antena. Tudi pri GP anteni je plašč stožca lahko izdelan iz kovinskih palčk. Koaksialni kabel najmanj moti sevanje antene, ko dolžina palčk stožca nekoliko presega četrtino valovne dolžine oziroma znaša okoli $l_{palčka} \approx 0.3\,\lambda$.

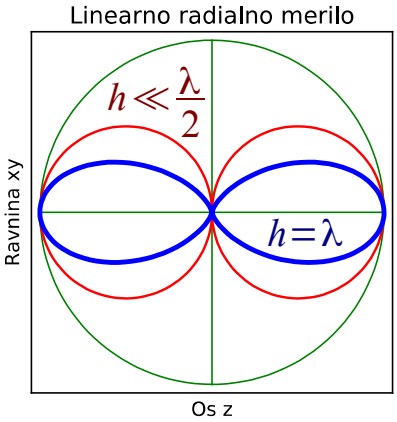
Končno lahko polvalovni dipol napajamo na koncu namesto v sredini. Sevalna uprnost je na koncu dipola zelo visoka in drugo sponko generatorja je treba nekam priključiti. Praktična rešitev je J antena (Hans Beggerow 1909). S stališča sevanja je J antena nesimetrični dipol z gornjim krakom dolžine $\lambda/2$ in spodnjim krakom dolžine $\lambda/4$. Seva večinoma gornji krak, saj je v spodnjem kraku tok dosti manjši. Spodnji krak je izdelan kot kratkosklenjen dvovod, da visoko impedanco antene preslika na impedanco generatorja v velikostnem razredu $R_g \approx 50\,\Omega \ldots 70\,\Omega$.

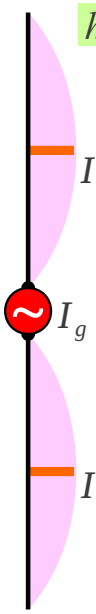
Dva na koncu napajanja polvalovna dipola sestavljata simetrični enovalovni dipol $h = \lambda$. Sevanje enovalovnega dipola preprosto izračunamo iz sevanja polvalovnega dipola $\vec{E}_{\lambda/2}$ in vezave dveh takih dipolov enega nad drugim v bočno skupino. Skupina dveh sofazno napajanih virov na razdalji $\lambda/2$ v osi z dodaja smerni diagram skupine $F_S(\Theta, \Phi) = 2\cos\left((\pi/2)\cos\Theta\right)$. Izpeljava slednjega sledi v poglavju o skupinah.

Smerni diagram simetričnega enovalovnega dipola $h = \lambda$ je nekoliko ožji od polvalovenga dipola $h = \lambda/2$ oziroma kratkega dipola $h \ll \lambda/2$. Enovalovni dipol ima nekoliko večjo smernost $D \approx 2.41$ oziroma $D_{\mathrm{dBi}} \approx 3.82\mathrm{dBi}$:

Stojni val toka $I(z')=I_{MAX}\left|\sin(k\,z')\right|$

$\vec{E}=\vec{E}_{\lambda/2}\,2\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)$





$\vec{E}\approx\vec{1}_\Theta\frac{jZ_0}{\pi}I_{MAX}\frac{e^{-jkr}}{r}\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta}$

$F(\Theta,\Phi)=\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta}$

$I_\lambda=\int_0^\pi\left[\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta\right)}{\sin\Theta}\right]^2\sin\Theta\,d\,\Theta\approx0.829532$

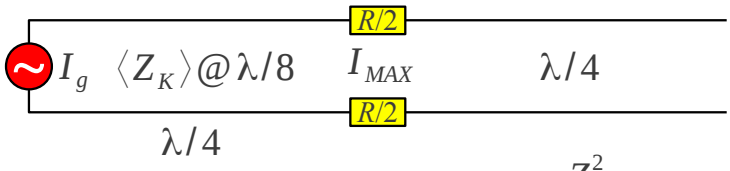
$D=\frac{2}{I_\lambda}\approx2.41$

$D_{\mathrm{dBi}}=10\log_{10}\frac{2}{I_\lambda}\approx3.82\mathrm{dBi}$

Tanka žica $w=0.001\lambda$

$\Theta_A=\pi-\Theta_B\approx\frac{w}{\lambda/8}$

$P=\frac{Z_0}{\pi}\left|I_{MAX}\right|^2I_\lambda$



$R=\frac{2P}{\left|I_{MAX}\right|^2}=\frac{2Z_0}{\pi}I_\lambda\approx199\,\Omega$

$Z_K\approx120\,\Omega\ln\frac{\lambda}{4w}\approx663\,\Omega$

$R_S=\frac{Z_K^2}{R}\approx2.2\mathrm{k}\,\Omega$

Enovalovni dipol

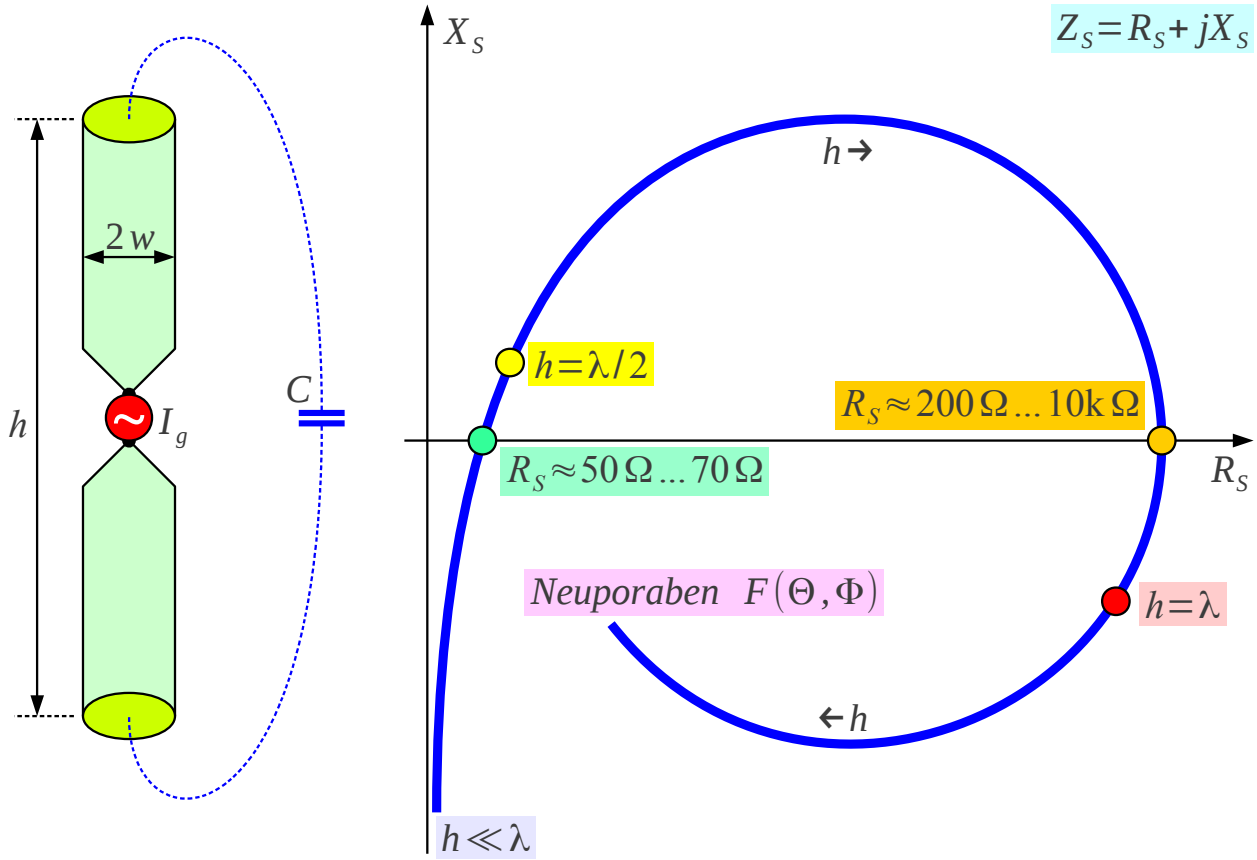
Napajanje simetričnega enovalovnega dipola v minimumu toka $I(z')$ pomeni razmeroma visoko impedanco. Sevalno upornost enovalovnega dipola ocenimo iz sevalne upornosti $R(I_{MAX})\approx199\,\Omega$ z generatorjem v hrbtu toka in invertiranje slednje na četrtvalovnem vodu $R_S=Z_K^2/R$. Dober približek povprečne karakteristične impedance žičnega dipola $\langle Z_K\rangle$ je karakteristična impedanca stožčastega voda, izračunana sredi četrtvalovnega voda pri $r=\lambda/8$.

Enovalovni dipol iz tanke žice s polmerom $w=0.001\lambda$ ponazorimo z dvema vitkima stožcema. Karakteristična impedanca stožčastega dvovoda dosega $Z_K\approx663\,\Omega$ pri $r=\lambda/8$. Sevalna upornost se preslika v $R_S\approx(663\,\Omega)^2/199\,\Omega\approx2.2\mathrm{k}\,\Omega$ v napajalni točki sredi enovalovnega dipola. Praktično je tako visoka impedanca močno odvisna tudi od natančne izvedbe priključkov generatorja!

Heinrich Hertz je v svojih poskusih uporabljal polvalovni dipol $h=\lambda/2$ v oddajniku, kjer je z električno iskro kratko-sklenil kondenzator iz naelektrenih krakov, torej nizka impedanca generatorja. V sprejemniku je Hertz uporabljal enovalovni dipol $h=\lambda$, da je na iskrišču dosegel čim višjo

električno poljsko jakost za preboj, torej visoka impedanca bremena.

Pri dipolih iz žice nezanemarljivega polmera $w \neq 0$ ne smemo zanemariti kapacitivnosti C med odrezanima koncema dipola. Zaradi slednje bo impedanca polvalovnega oziroma enovalovnega dipola povsem delovna pri dolžinah dipolov, ki so nekoliko krajše od $h < \lambda/2$ oziroma $h < \lambda$:



Impedanca debelega dipola

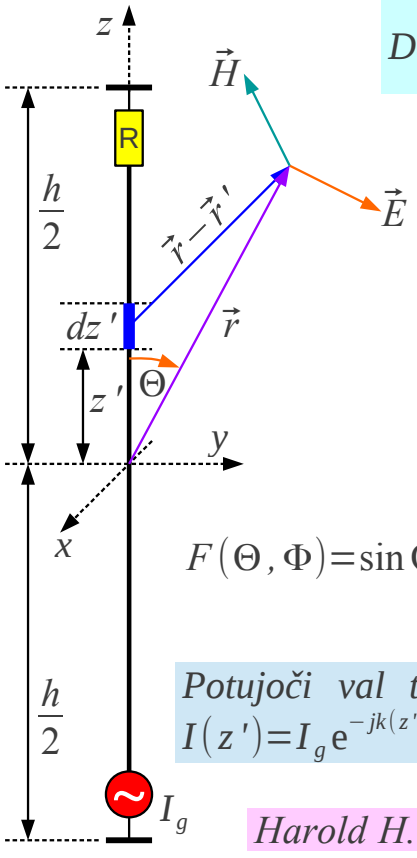
Sevalna upornost skrajšanih dipolov bo nekoliko nižja od sevalne upornosti polvalovnega oziroma enovalovnega dipola. Samo neskončno tanki polvalovni dipol dosega $R_S \approx 73.1\,\Omega$. Nekoliko krajši dipol iz tanke žice dosega $R_S \approx 70\,\Omega$. Še krajši dipol iz kovinskih cevi dosega $R_S \approx 60\,\Omega$. GP antena dosega komaj $R_S \approx 50\,\Omega$. V praksi so razlike v sevalni upornosti različnih polvalovnih dipolov nepomembne v primerjavi z jalovim delom impedance, ko isto anteno uporabljamo v širšem frekvenčnem pasu.

Pri enovalovnem dipolu ima polmer žice w zelo velik učinek na karakteristično impedanco Z_K in z njo povezanim invertiranjem sevalne upornosti $R_S = Z_K^2 / R$. Enovalovni dipol iz debelih kovinskih cevi ima

sevalno upornost manjšo od $R_S < 600\,\Omega$. Jalovi del impedance ima pri enovalovnem dipolu manjšo vlogo, kar pomeni, da lahko isto anteno uporabljamo v širšem frekvenčnem pasu. Preprosto povedano, večja antena je običajno manj občutljiva na rezonančne pojave!

Na zelo dolgi žici se večina moči valovanja izseva, še preden pride val do konca žice. Učinek odboja na koncu žice je tedaj zelo majhen. Smerni diagram tokovnega elementa $\sin\Theta$ preprečuje, da bi dolga žica sevala v svoji osi. Potujoči val na žici tedaj seva v kolobar okoli osi žice. Interferenca posameznih prispevkov vzdolž žice oža kolobar sevanja pri daljšanju žice.

Odbiti val na dolgi žici lahko dodatno zadušimo z zaključnim uporom na koncu žice. Drugo sponko upora ozemljimo. Ozemljimo tudi drugo sponko generatorja. Smerni diagram dolge žice se kaj dosti ne razlikuje od smernega diagrama potujočega vala toka konstantne amplitude, ko bi usihanje vala zaradi sevanja zanemarili:



Daljnje polje $d\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jkZ_0}{4\pi} I(z')\,dz' \frac{e^{-jkr}}{r} e^{jkz'\cos\Theta} \sin\Theta$

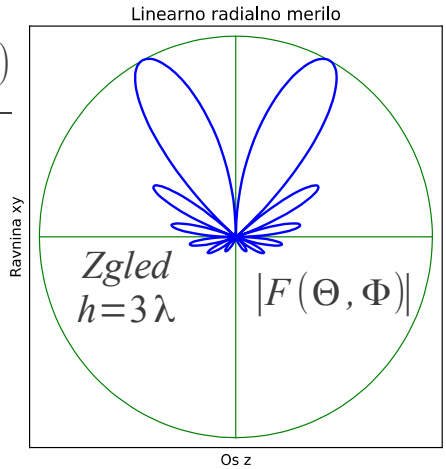
$$\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jZ_0}{2\lambda} I_g e^{-j\frac{kh}{2}} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta \int_{-h/2}^{h/2} e^{jkz'(\cos\Theta - 1)}\,dz'$$

$$\vec{E} = \vec{1}_\Theta \frac{jZ_0}{2\lambda} I_g h e^{-j\frac{kh}{2}} \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta \frac{\sin\frac{kh}{2}(\cos\Theta - 1)}{\frac{kh}{2}(\cos\Theta - 1)}$$

$$F(\Theta,\Phi) = \sin\Theta \frac{\sin\frac{kh}{2}(\cos\Theta - 1)}{\frac{kh}{2}(\cos\Theta - 1)}$$

Potujoči val toka $I(z') = I_g e^{-jk(z'+h/2)}$

Harold H. Beverage 1921

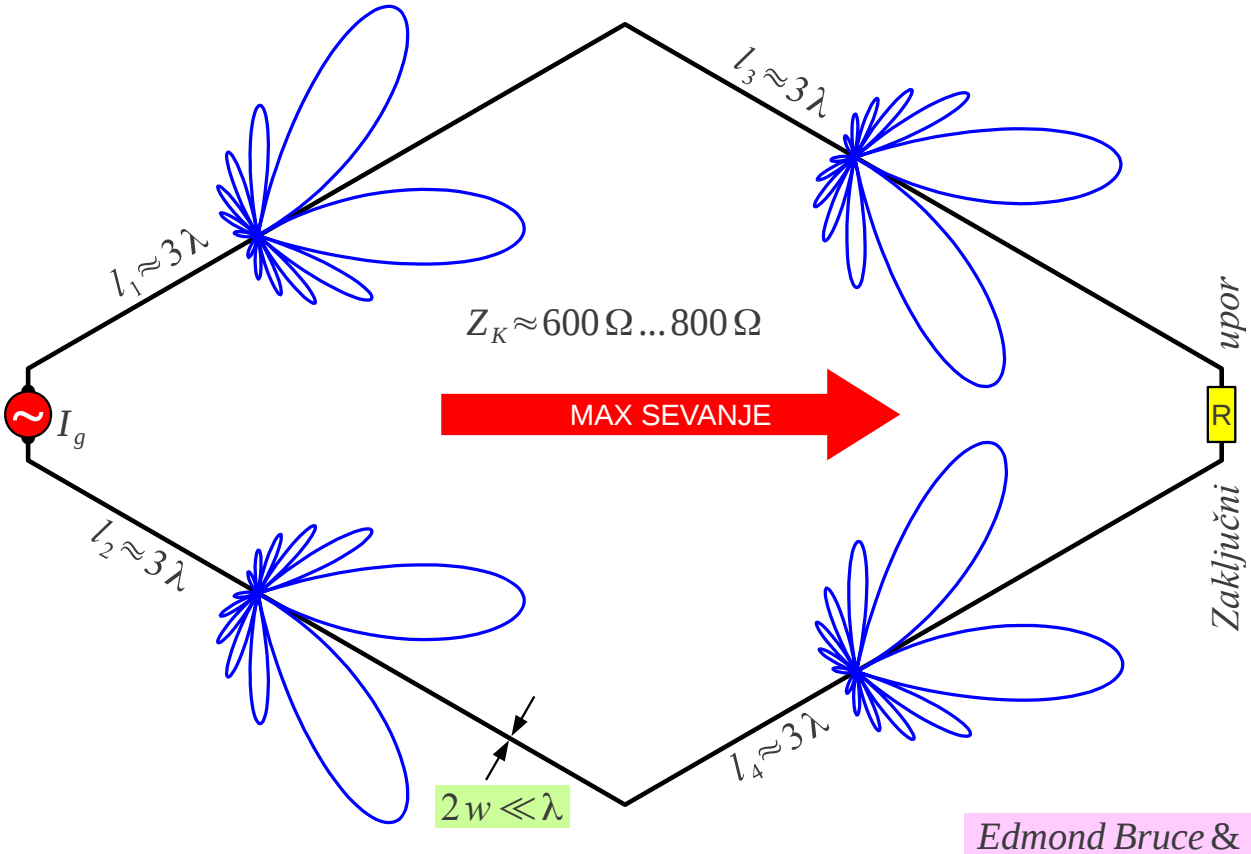


Sevanje potujočega vala na žici

Ozemljitev druge sponke generatorja in zaključnega upora zahteva vodoravno postavitev žice na določeni višini nad tlemi. Izgubi moči v zaključnem uporu je treba dodati še izgube v zemlji. Dolga žica je uporabna kot sprejemna antena v področju srednjih valov $\lambda \approx 300\mathrm{m}$, kjer naravni

šum za več velikostnih razredov presega šum sprejemnika in sevalni izkoristek sprejemne antene ni pomemben.

Več svobode pri postavljanju antene omogoča romb, sestavljen iz štirih dolgih žic. Generator in zaključni upor sta vezana med kraka romb antene, da ozemljitev ni potrebna. Kot odprtja romba načrtujemo tako, da se sevanje vseh štirih krakov sešteva v smeri zaključnega upora:



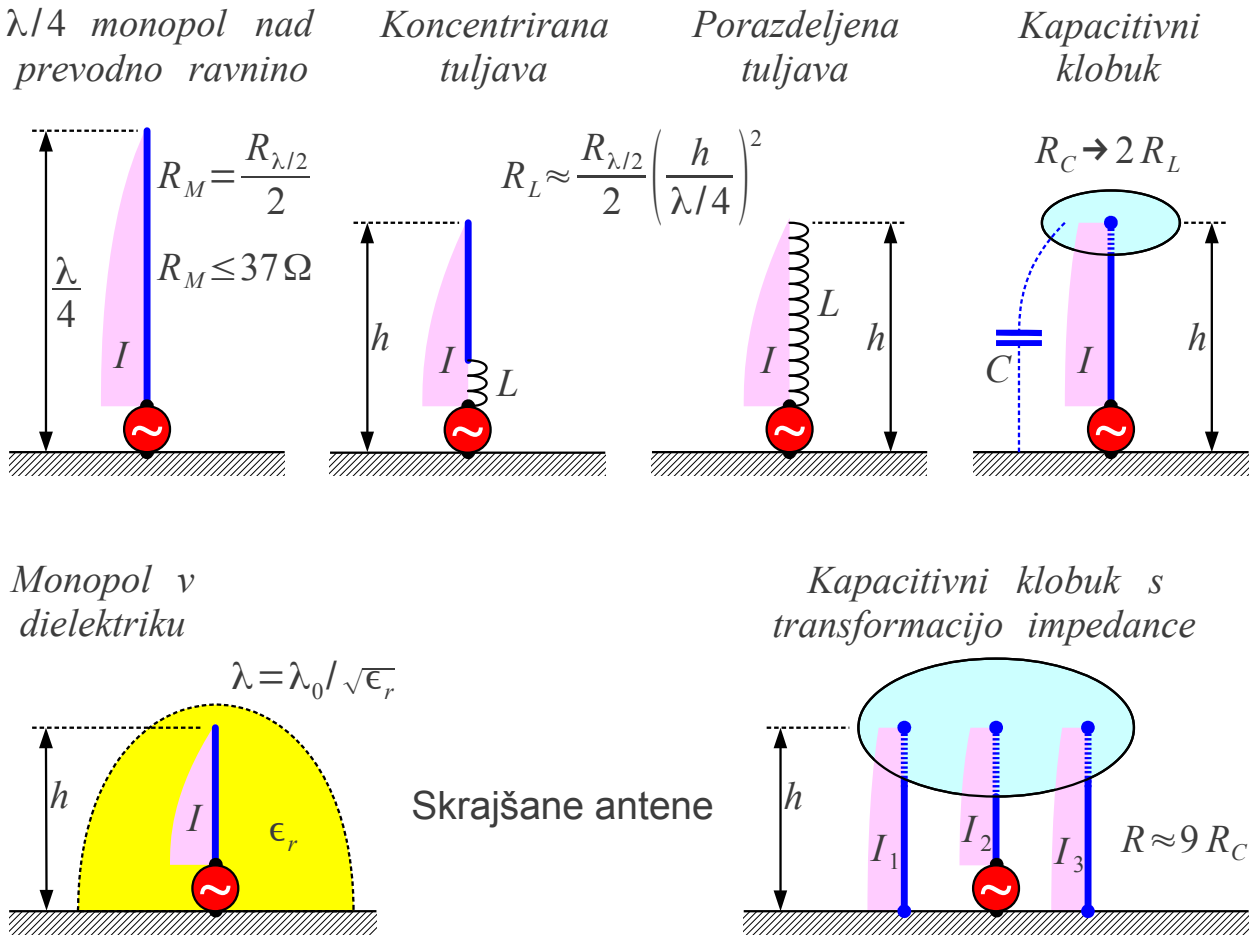
Romb antena

Edmond Bruce & Harald Friis 1931

Sevalni izkoristek romba se da izboljšati z nižanjem karakteristične impedance dvovoda. V ta namen krake romba izdelamo iz več vzporednih žic. Poleg izgub v zaključnem uporu romb seva dosti moči tudi v številne stranske snope. Končno zahteva romb ogromno prostora za določeno smernost D oziroma dobitek G, zato ima romb antena danes predvsem zgodovinski pomen.

V enaindvajsetem stoletju ima načrtovalec antene povsem drugačno nalogo. Običajno je treba izdelati čim manjšo anteno. Ponekod je takšna zahteva tehnično povsem upravičena, na primer ko antena povečuje zračni upor in kazi aerodinamiko letala. Manjša antena lahko pomeni manjši, lažji in predvsem cenejši izdelek. Največkrat pa gre za objestnost sodobnih oblikovalcev, ki smatrajo anteno za najgrši del izdelka.

Na izdelku z vgrajeno anteno si običajno ne moremo privoščiti niti polvalovnega dipola. Generator preprosto priključimo med kovinski izdelek in polovico dipola, imenovano monopol. V dovolj velikem kovinskem izdelku se monopol zrcali kot v prevodni ravnini. Sevalna upornost četrtvalovnega monopola $R_M \approx R_{\lambda/2}/2$ je povsem razumljivo enaka polovici sevalne upornosti polvalovnega dipola:



Pogosto je celo četrtvalovni monopol prevelik oziroma preveč okoren v praktičnem izdelku. Dodatno krajšanje monopola jasno vodi v neučinkovito anteno, saj sevalna upornost $R_S \approx \alpha h^2$ kratke antene $h < \lambda/4$ upada sorazmerno kvadratu njene dolžine. Poleg sevalne upornosti je nujno upoštevati še upornost različnih izgubnih snovi v okolici antene, saj izdelek ni neskončno prevodna kovinska plošča. Upornost človeške roke, ki drži prenosni izdelek, je v istem velikostnem razredu kot sevalna upornost četrtvalovnega monopola.

Reaktivni del impedance skrajšanega monopola je kapacitiven. Kompenziramo ga z zaporedno tuljavo. Slednja je lahko koncentriran gradnik tik ob generatorju ali pa porazdeljena induktivnost vzdolž monopola. Slednja je največkrat izdelana kot kovinska vijačnica, zalita v gumijast repek, ki štrli iz

izdelka. Zaradi dodatnih upornosti jeklene (kožni pojav v feromagnetiku!) vijačnice in roke uporabnika izdelka skupna impedanca antene $Z \approx Z_K = 50\,\Omega$ ostaja v velikostnem razredu karakteristične impedance koaksialnega kabla.

Ker se upornost roke uporabnika spreminja v širokem razponu, kakršnakoli dodatna prilagoditev impedance gumijastega repka ni smiselna. Pač pa sevalni izkoristek gumijastega repka $\eta \approx \alpha' h^2$ upada sorazmerno kvadratu njegove dolžine. Radijski domet naprave je skoraj točno sorazmeren dolžini gumijastega repka. Krajšanje repka hitro privede do neuporabnega dometa naprave.

Kompenzacija reaktivnega dela impedance skrajšanega monopola je bolj učinkovita s kapacitivnim klobukom. Kapacitivni klobuk je sicer uporabljal že Nikola Tesla na vrhu njegovega slovitega transformatorja, vendar s povsem drugačnim namenom preprečevanja električnih prebojev. Kapacitivni klobuk daje bolj konstantno porazdelitev toka na monopolu, kar lahko podvoji sevalno upornost $R_C \rightarrow 2\,R_L$ v primerjavi z zaporedno tuljavo.

Podobna rešitev kapacitivnemu klubuku je vgradnja skrajšanega monopola v primerno velik kos dielektrika. Dielektrik $\epsilon_r > 1$ skrči valovno dolžino in povečuje sevanje monopola. Skrajšane antene so pogosto izdelane na oziroma v kosu keramike z $\epsilon_r \approx 10$.

Kapacitivni klobuk je sicer lahko nerodno velik, ampak hkrati omogoča zelo učinkovito transformacijo impedance, podobno transformaciji v zavitem dipolu. Če kapacitivni klobuk povežemo z $N = 3$ tremi žicami, od katerih je samo ena napeljana do generatorja, ostali dve pa neposredno do kovinske ravnine, se sevalna upornost antene transformira sorazmerno kvadratu števila žic $R \approx N^2 R_C = 9\,R_C$ kar devetkrat.

V praktični izvedbi preostale vodnike uporabimo kot mehanske nosilce za kapacitivni klobuk. Z izbiro števila in med sabo različnih prečnih izmer vodnikov lahko kapacitivni klobuk neposredno prilagodimo na $Z_K = 50\,\Omega$ standardnega koaksialnega kabla. Če pod klobukom zagotovimo dobro prevodno ravnino, bo sevalni izkoristek takšne antene zelo visok $\eta \rightarrow 1$. Končno lahko monopol s kapacitivnim klobukom vgradimo v kovinsko skodelico, napolnjeno z dielektrikom, da je zunanja sevalna ploskev takšne antene povsem ravna za uporabo na nadzvočnem letalu.

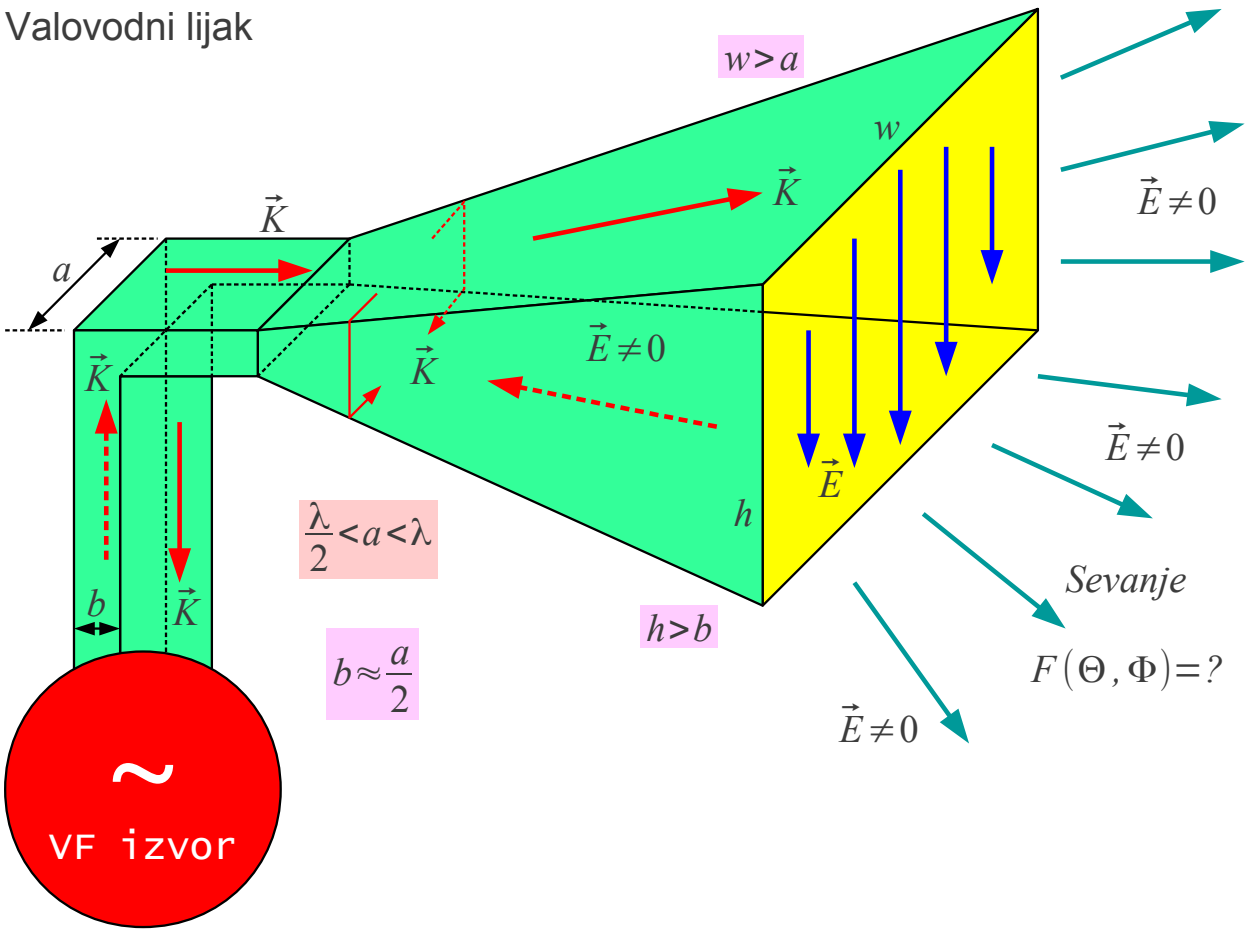
* * * * *

7. Huygensov izvor

V prejšnjih poglavjih je opisano elektromagnetno sevanje znanih virov. Sevajo pospešene elektrine, torej izmenični tokovi. Izračunati sevanje znanih tokov je razmeroma preprosta naloga. Dosti težja naloga je ugotoviti, kje in kakšni sploh so tokovi na anteni.

Antene iz tanke žice so najpreprostejši zgled. Smer žice določa smer toka, torej določa dve od treh skalarnih neznank vektorja gostote toka $\vec{J}(\vec{r}\,')$. Če amplitudo in fazo toka uganemo iz stojnega ali potujočega vala na žici, se preprosto izognemo najtežjemu delu naloge. Končno pri žičnih antenah običajno izberemo takšen napajalni vod, da smemo njegovo sevanje zanemariti.

Nobena od navedenih poenostavitev žal ne velja za številne uporabne antene, na primer niti za preprost kovinski valovodni lijak:

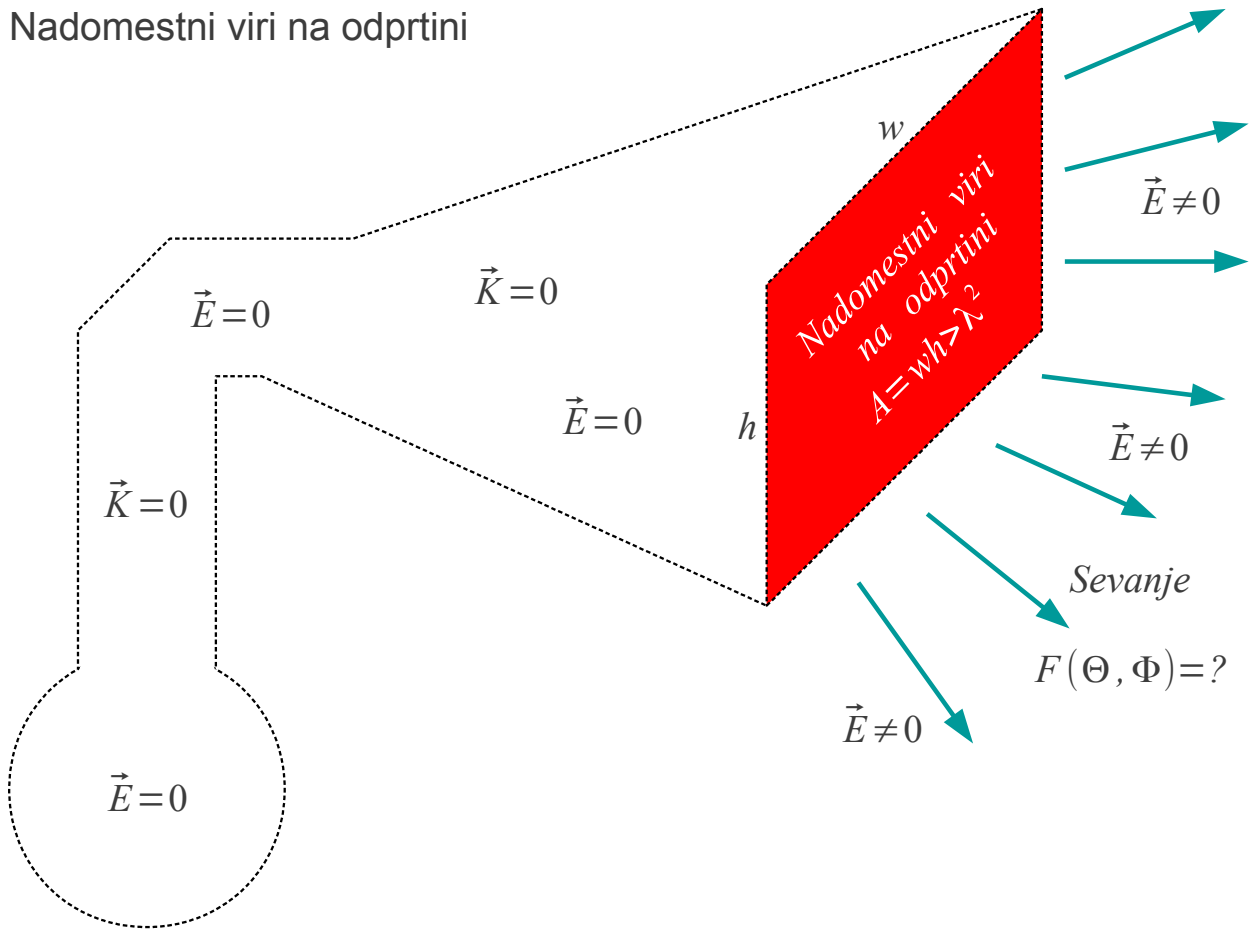


V piramidnem kovinskem lijaku seva ploskovni električni tok v stenah

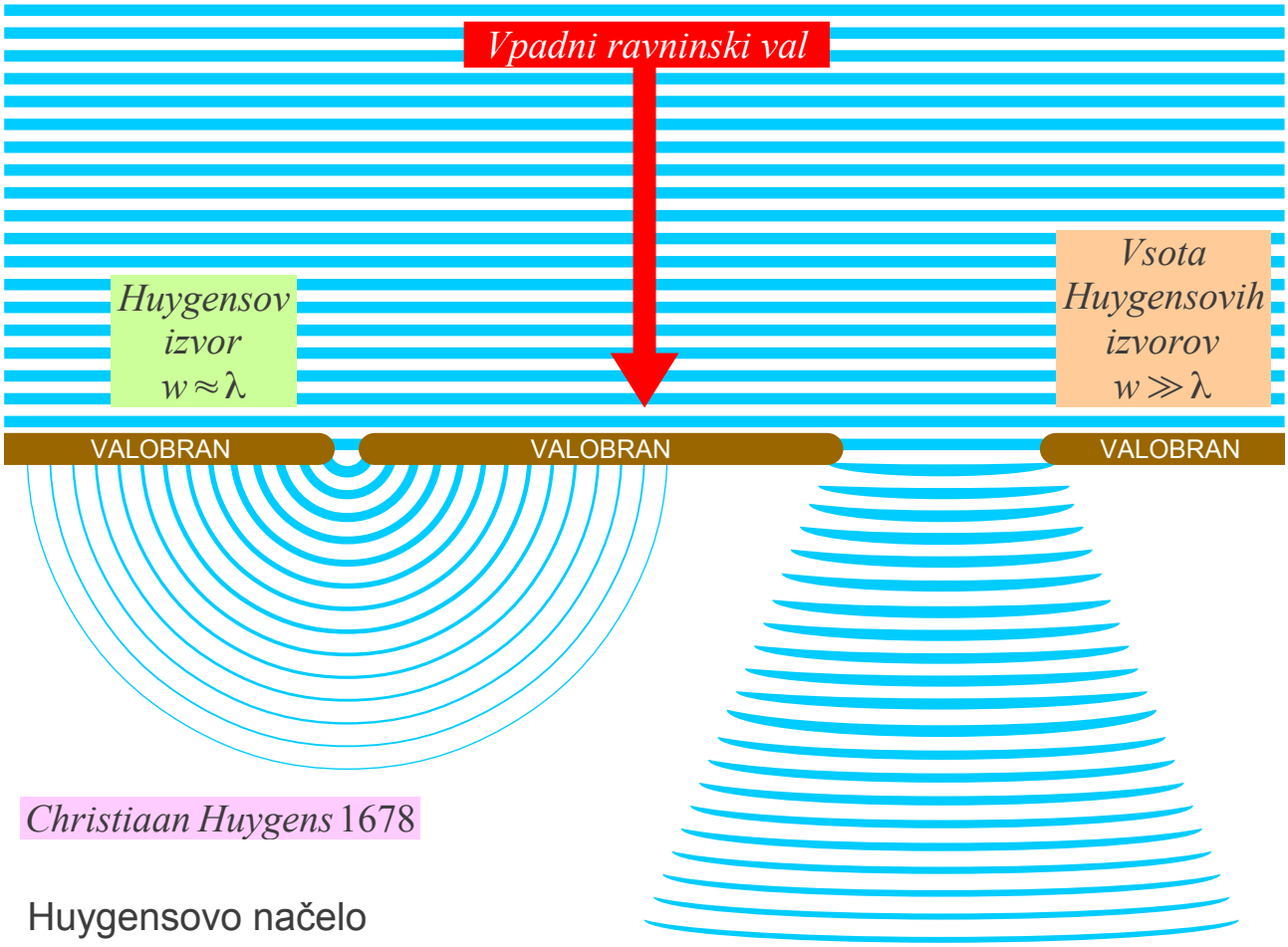
lijaka, ki se razširijo v pravokotno odprtino širine w in višine h. Ploskovni tok $\vec{K}$ ima med sabo različni vzdolžno komponento in prečno komponento, ki sta v kvadraturi. Piramidni lijak je povezan na visokofrekvenčni izvor s pravokotnim kovinskim valovodom. Odprti konec valovoda je že sam po sebi uporabna antena, saj sta njegovi prečni izmeri $a>\lambda/2$ in $b\approx a/2$ primerljivi z valovno dolžino.

Mogoče pa piramidni lijak ni tako zahtevna antenska naloga, kot to izgleda na prvi pogled? Elektromagnetno valovanje lahko zapušča lijak samo skozi odprtino $A=wh>\lambda^2$, ki je vsaj primerljiva oziroma običajno večja od valovne dolžine. Sevanje lijaka je odvisno od oblike lijaka. Če so prečne izmere napajalnega valovoda $a<\lambda$ in $b<\lambda/2$ zadosti majhne, da po valovodu potuje samo osnovni rod, dolžina valovoda niti njegova natančna oblika nimata vpliva na sevanje opisane antene.

Nalogo piramidnega lijaka skušamo poenostaviti tako, da na odprtino $A=wh>\lambda^2$ namestimo nadomestne vire, ki nadomeščajo sevanje vseh tokov v visokofrekvenčnem izvoru, napajalnem valovodu in piramidnem lijaku. Resnične izvore sevanja pri takšni obravnavi seveda odstranimo:



Podobno reševanje naloge iz valovanja je opisal že nizozemski fizik Christiaan Huygens v 17. stoletju. Huygens je opazoval valovanje na morski gladini. Ravninski val iz odprtega morja zadene valobran. Majhna odprtina $w \approx \lambda$ v valobranu se obnaša kot točkast vir krogelnega valovanja oziroma Huygensov izvor na drugi strani valobrana:

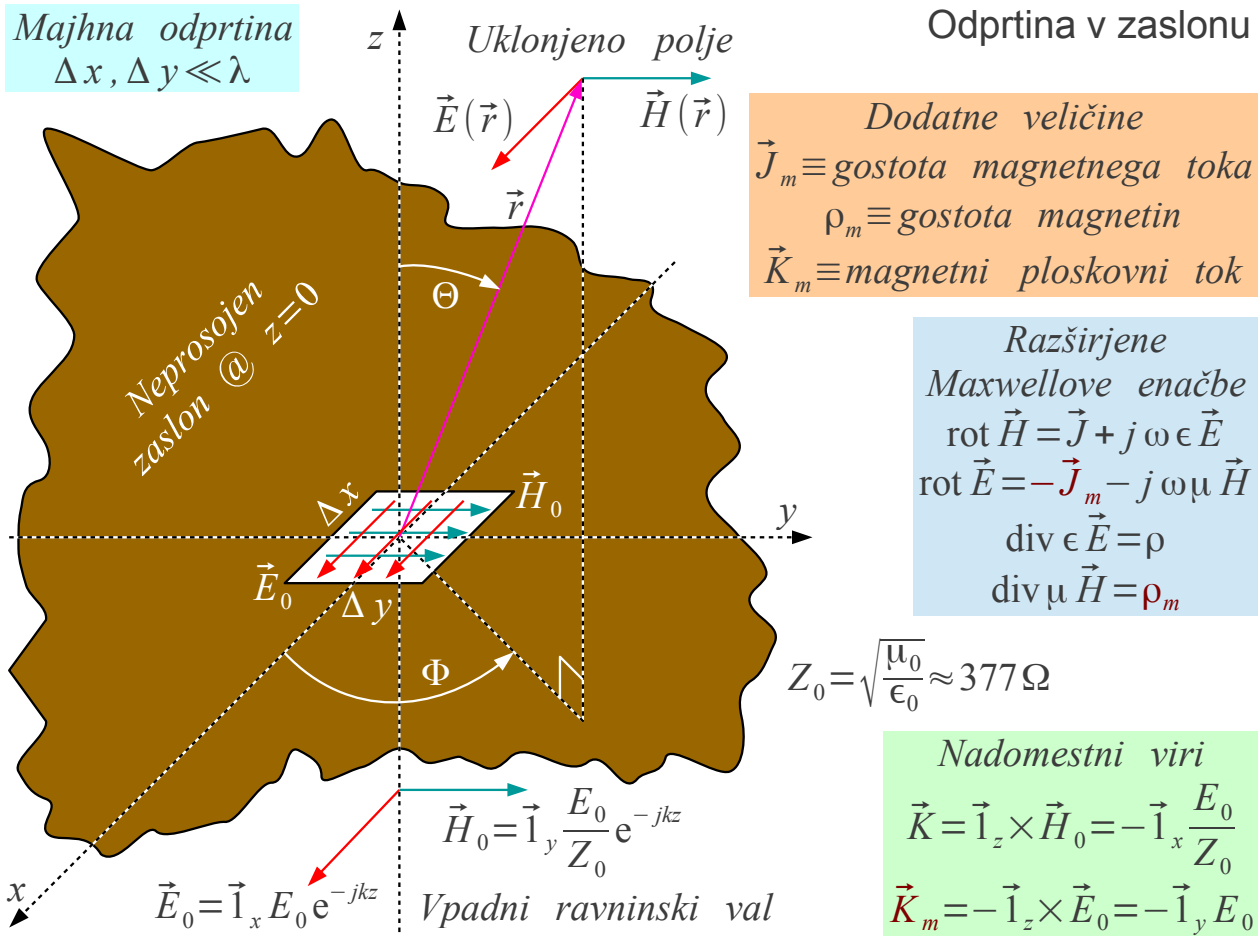


Valovanje za široko odprtino $w \gg \lambda$ v valobranu popolnoma ustreza vsoti valovanj številnih točkastih izvorov. Valovanja posameznih točkastih izvorov na odprtini se seštevajo kot kazalci. Interferenca kazalčne vsote povzroči, da je valovanje za široko odprtino usmerjeno. Huygens je pravilno sklepal, da je tudi svetloba valovanje in se obnaša enako kot valovi na morski gladini.

Huygensovo načelo seštevanja kazalcev posameznih točkastih izvorov povsem pravilno opisuje tudi uklon elektromagnetnega valovanja na veliki odprtini $A > \lambda^2$, saj elektrotehnične naloge opisujejo linearne Maxwellove enačbe. Za izračun sevanja antene je treba izpeljati še sevanje posameznega majhnega $\Delta A \ll \lambda^2$ elektromagnetnega Huygensovega izvora.

Elektromagnetni Huygensov izvor predstavlja majhna pravokotna odprtina $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$ v neprosojnem zaslonu v vodoravni ravnini $z = 0$.

Elektromagnetni ravninski val $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ v spodnjem polprostoru $z<0$ se širi navzgor v smeri osi z . Polarizacijo slednjega zaenkrat izberemo $\vec{E}_0=\vec{1}_x E_0 \mathrm{e}^{-jkz}$ v smeri osi x .V gornjem polprostoru $z>0$ opazujemo uklonjeno polje $\vec{E}(\vec{r})$, $\vec{H}(\vec{r})$:



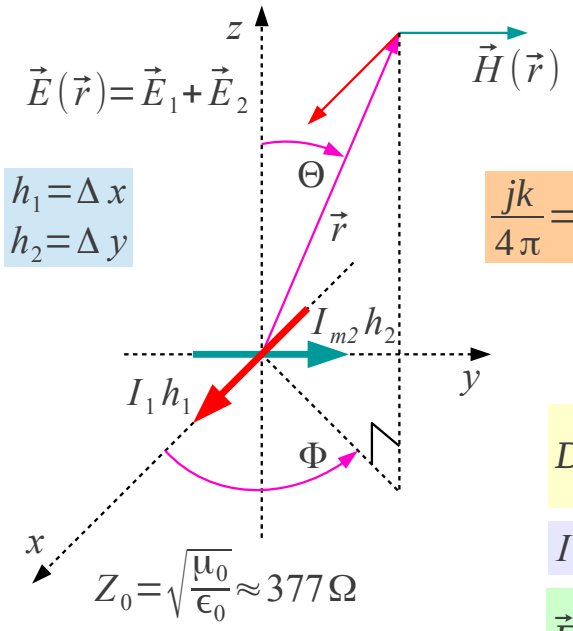
Ko skušamo nadomestiti ravninski val $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ v spodnjem polprostoru $z<0$ z elektromagnetnim Huygensovim izvorom, naletimo na hudo težavo. Skok tangencialne komponente magnetnega polja na odprtini $\vec{1}_z\times\vec{H}_0=\vec{K}$ lahko dosežemo z električnim ploskovnim tokom. Žal fizikalni zakoni ne dopuščajo skoka tangencialne komponente električnega polja na odprtini $\vec{1}_z\times\vec{E}_0=0$.

Računsko se opisani težavi izognemo tako, da Maxwellove enačbe razširimo z dodatnimi veličinami: prostorsko gostoto magnetin ρ_m in gostoto magnetnega toka $\vec{J}_m$. Skok tangencialne komponente električnega polja $-\vec{1}_z\times\vec{E}_0=\vec{K}_m$ opišemo z navideznim magnetnim ploskovnim tokom. Ker magnetni tok v resnični nalogi ne nastopa, saj je samo nadomestilo za resnično polje $\vec{E}_0$ v spodnjem polprostoru $z<0$, je takšno reševanje

naloge povsem dopustno.

Ploskovni električni tok seštejemo po širini $\vec{1}_x \cdot \vec{K}\,\Delta y = I_1$ v električni tok. Slednji seva kot točkasti električni dipol $I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K}\,\Delta x\,\Delta y$ v osi x. Znan izraz za sevano električno polje $\vec{E}_1$ točkastega električnega dipola samo še zasukamo v koordinatni sistem (r, Θ_x, Φ_x) s tečajem v osi x.

Ploskovni magnetni tok seštejemo po širini $\vec{1}_y \cdot \vec{K}_m\,\Delta x = I_{m2}$ v magnetni tok. Slednji seva kot magnetni točkasti dipol $I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m\,\Delta x\,\Delta y$ v osi y. Iz dualnosti uganemo izraz za sevano magnetno polje $\vec{H}_2$ magnetnega točkastega dipola in ga zasukamo v koordinatni sistem (r, Θ_y, Φ_y) s tečajem v osi y. Pripadajoče sevano električno polje je $\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r$:



$h_1 = \Delta x$
$h_2 = \Delta y$

$\frac{jk}{4\pi} = \frac{j}{2\lambda}$

$\vec{E}_1 \approx \vec{1}_{\Theta x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_x$

$I_1 h_1 = \vec{1}_x \cdot \vec{K}\,\Delta x\,\Delta y = -\frac{E_0}{Z_0}\Delta x\,\Delta y$

$\vec{E}_1 \approx -\vec{1}_{\Theta x} \frac{j}{2\lambda} E_0\,\Delta x\,\Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_x$

$\vec{1}_{\Theta x} \sin\Theta_x = -\vec{1}_\Theta \cos\Theta\cos\Phi + \vec{1}_\Phi \sin\Phi$

Dualnost $\vec{H}_2 \approx \vec{1}_{\Theta y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_y$

$I_{m2} h_2 = \vec{1}_y \cdot \vec{K}_m\,\Delta x\,\Delta y = -E_0\,\Delta x\,\Delta y$

$\vec{E}_2 = Z_0 \vec{H}_2 \times \vec{1}_r \approx \vec{1}_{\Phi y} \frac{j}{2\lambda} E_0\,\Delta x\,\Delta y \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_y$

$\vec{1}_{\Phi y} \sin\Theta_y = \vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \cos\Theta \sin\Phi$

Majhna odprtina
$\Delta x, \Delta y \ll \lambda$

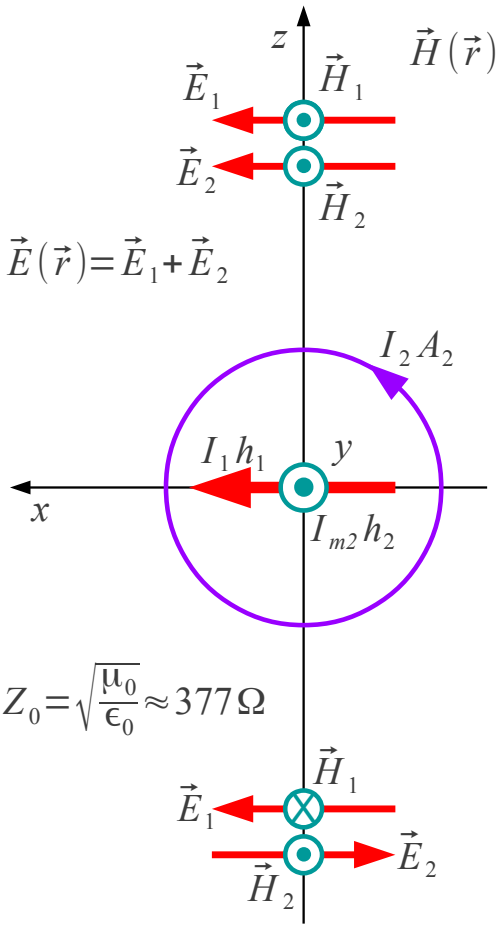
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \approx \left[\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi\right] \frac{j}{2\lambda} E_0\,\Delta x\,\Delta y \frac{e^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)$$

Sevanje nadomestnih virov

Uklonjeno polje $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ oziroma $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$ je preprosto vsota sevanja električnega točkastega dipola, zapisanega v koordinatah (r, Θ_x, Φ_x) s tečajem v osi x in magnetnega točkastega

dipola, zapisanega v koordinatah (r, Θ_y, Φ_y) s tečajem v osi y. Seštevanje polja zahteva enak koordinatni sistem, zato oba delna rezultata najprej pretvorimo v običajne krogelne koordinate (r, Θ, Φ) s tečajem v osi z. V končnem rezultatu izrazimo jakost obeh točkastih dipolov z jakostjo vpadnega ravninskega vala E_0 ter izmerami elektromagnetnega Huygensovega izvora $\Delta x, \Delta y \ll \lambda$. Fizikalno neutemeljeni magnetni tokovi so samo računski pripomočki, ki nadomeščajo resnično polje niti v končnem rezultatu ne nastopajo.

Iz opisane izpeljave sledi, da je elektromagnetni Huygensov izvor odličen računski pripomoček. Zaradi fizikalno neobstoječih veličin iz izpeljave ni jasno, ali lahko Huygensov izvor v praksi tudi izdelamo kot samostojen vir valovanja? V elektrodinamiki lahko točkasti magnetni dipol izdelamo na dva popolnoma enakovredna načina: kot magnetni tokovni element $I_{m2} h_2$ v osi y ali pa kot majhno električno tokovno zanko $I_2 A_2$ v ravnini xz :



Enakovrednost virov

$$\vec{E}_1 \approx \vec{1}_{\Theta x} \frac{jkZ_0}{4\pi} I_1 h_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_x$$

$$I_1 h_1 = -\frac{E_0}{Z_0} \Delta x \Delta y$$

Dualnost

$$\vec{H}_2 \approx \vec{1}_{\Theta y} \frac{jk}{4\pi Z_0} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_y$$

$$\vec{E}_2 \approx -\vec{1}_{\Phi y} \frac{jk}{4\pi} I_{m2} h_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_y$$

Enakovrednost $I_{m2} h_2 = jkZ_0 I_2 A_2 = j\omega\mu_0 I_2 A_2$

Zanka

$$\vec{H}_2 = -\vec{1}_{\Theta_y} \frac{k^2}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_y$$

$$\vec{E}_2 = \vec{1}_{\Phi_y} \frac{k^2 Z_0}{4\pi} I_2 A_2 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta_y$$

$$I_2 A_2 = \frac{I_{m2} h_2}{jkZ_0} = \frac{jE_0 \Delta x \Delta y}{kZ_0} = \frac{I_1 h_1}{jk}$$

$kZ_0 = \omega\mu_0$

Električna tokovna zanka $I_2 A_2$ je praktično izvedljiva! Električni tok v zanki $I_2 A_2 = I_1 h_1 / (jk)$ je v kvadraturi z električnim tokovnim elementom. Tokova sta enako velika $|I_1| = |I_2|$, ko površina zanke ustreza

$A_2 = h_1 \lambda/(2\pi)$. Skok tangencialne komponente električne poljske jakosti je neizvedljiv v statiki pri $\omega = 0$ oziroma $\lambda \to \infty$ zaradi zahteve $A_2 \to \infty$! V elektrodinamiki pri $\omega \neq 0$ je skok tangencialne komponente električne poljske jakosti izvedljiv s primerno zanko električnega toka končnih izmer!

Sevanje točkastega električnega dipola in točkastega magnetnega dipola se sešteva navzgor v smeri osi $+z$. V vodoravni ravnini xy seva točkasti električni dipol pretežno v obeh smereh osi y , točkasti magnetni dipol pa pretežno v obeh smereh osi x . Sevanje obeh točkastih dipolov se sešteje v krožno simetričen smerni diagram v vodoravni ravnini. Končno se sevanje obeh točkastih dipolov natančno odšteje navzdol v smeri osi $-z$.

Opisana razlaga je povsem skladna z izračunanim smernim diagramom elektromagnetnega Huygensovega izvora $F = 1 + \cos\Theta$, ki je v polarnem prikazu srčnica:

$$F(\Theta, \Phi) = 1 + \cos\Theta$$

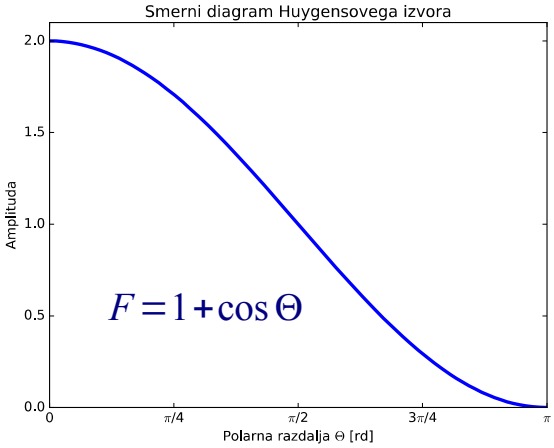
$$D = \frac{4\pi \left| F(\Theta_{MAX}, \Phi_{MAX}) \right|^2}{\oiint_{4\pi} |F(\Theta, \Phi)|^2 \, d\Omega}$$

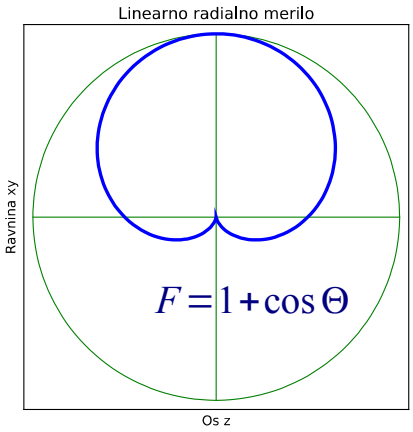
$$F(\Theta_{MAX} = 0) = 2$$

$$D = \frac{4\pi |2|^2}{\int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} [1 + \cos\Theta]^2 \sin\Theta \, d\Theta \, d\Phi}$$

$$D = \frac{16\pi}{2\pi \int_{-1}^{1} [1 + 2u + u^2] \, du} = \frac{8}{\left[2 + 0 + \frac{2}{3}\right]} = 3$$

$$D_{\mathrm{dBi}} = 10 \log_{10} D = 10 \log_{10} 3 = 4.77\,\mathrm{dBi}$$





Smernost Huygensovega izvora

Po opisanem izračunu vsak majhen Huygensov izvor $A \ll \lambda^2$ dosega smernost $D = 3$ oziroma $D_{\mathrm{dBi}} = 4.77\,\mathrm{dBi}$. Pri resnični majhni odprtini moramo dodatno upoštevati tokove v neprosojnem zaslonu v okolici odprtine, ki skupaj z elektrinami na zaslonu poskrbijo za zaključitev električnega in

magnetnega polja na sami odprtini. Sevanje tokov v neprosojnem zaslonu v okolici odprtine smemo zanemariti šele pri večjih odprtinah $A>\lambda^2$.

Predstavljeni zgled opisuje vzbujanje odprtine z ravninskim valom z električnim poljem v smeri $\vec{E}_0=\vec{1}_x E_0 \mathrm{e}^{-jkz}$, ki daje smernik uklonjenega polja $\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi$. Nalogo preprosto posplošimo za poljubno polarizacijo vpadnega ravninskega vala $\vec{E}_0=\vec{1}_x E_x+\vec{1}_y E_y$:

Polje na odprtini $\vec{E}_0=\vec{1}_x E_x+\vec{1}_y E_y$

$$\vec{E}_A=\left[\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi\right]\frac{j}{2\lambda} E_x \Delta x \Delta y \frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)$$

Smernik $\left|\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi\right|=1$ *Približek* $\Theta\approx 0$ → $\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi\approx\vec{1}_x$

$$\vec{E}_B=\left[\vec{1}_\Theta \sin\Phi+\vec{1}_\Phi \cos\Phi\right]\frac{j}{2\lambda} E_y \Delta x \Delta y \frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)$$

Smernik $\left|\vec{1}_\Theta \sin\Phi+\vec{1}_\Phi \cos\Phi\right|=1$ *Približek* $\Theta\approx 0$ → $\vec{1}_\Theta \sin\Phi+\vec{1}_\Phi \cos\Phi\approx\vec{1}_y$

Pravokotnost $\left[\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi\right]\times\left[\vec{1}_\Theta \sin\Phi+\vec{1}_\Phi \cos\Phi\right]=\vec{1}_r$ $\vec{E}_A\perp\vec{E}_B$

Sevanje izvora $\vec{E}=\vec{E}_A+\vec{E}_B$

$$\vec{E}=\left[\vec{1}_\Theta\left(E_x\cos\Phi+E_y\sin\Phi\right)+\vec{1}_\Phi\left(E_y\cos\Phi-E_x\sin\Phi\right)\right]\frac{j}{2\lambda}\Delta x\Delta y\frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)$$

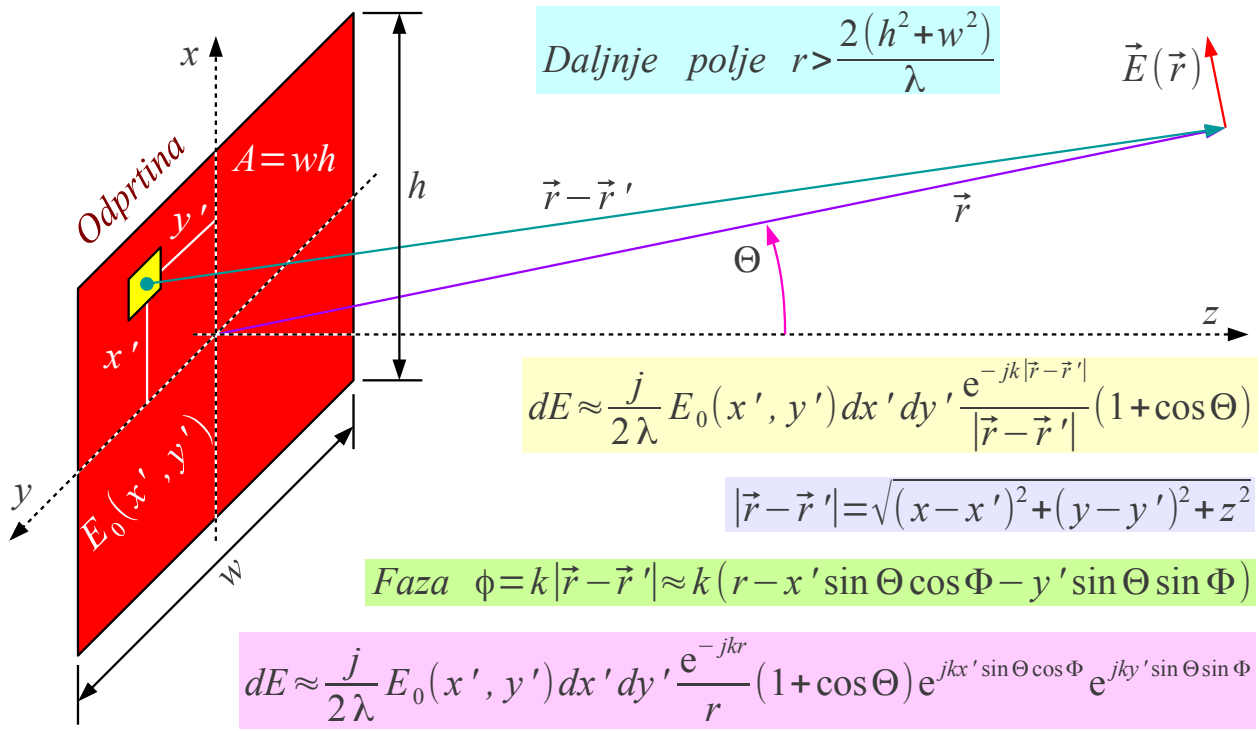
Polarizacija Huygensovega izvora

Huygensov izvor ohranja polarizacijo vzbujanja na svoji osi. Na osi z pri $\Theta\to 0$ se smernika poenostavita v $\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi\approx\vec{1}_x$ in $\vec{1}_\Theta \sin\Phi+\vec{1}_\Phi \cos\Phi\approx\vec{1}_y$. V vseh ostalih smereh smernika sicer ostajata skladna z vzbujanjem odprtine in med sabo pravokotna, ampak se prilagajata drugačni smeri razširjanja valovanja.

Uklon valovanja na majhni odprtini v zaslonu je torej neodvisen od polarizacije prečnega valovanja. Uklon na majhni odprtini ne spreminja polarizacije valovanja z izjemo prilagajanja slednje smeri širjenja valovanja. Podoben rezultat bi dobili tudi za uklon vzdolžnega valovanja na majhni odprtini, na primer za uklon zvoka.

Pri nadaljnji obravnavi uklonskih pojavov na odprtini pogosto smemo zanemariti polarizacijo prečnega valovanja. Električno polje tedaj preprosto pišemo kot skalarno veličino $E=\left|\vec{E}\right|$. Na odprtini $A=wh>\lambda^2$, ki je vsaj

primerljiva oziroma večja od valovne dolžine, preprosto seštejemo sevanje diferencialno majhnih Huygensovih izvorov velikosti $\Delta x \Delta y \to dx'dy'$. Koordinate izvorov polja $E_0(x',y')$ označimo s črticami $\vec{r}\,'=(x',y',0)$ skladno z dosedanjim dogovorom, da jih na ta način ločimo od koordinat točke opazovanja polja $\vec{r}=(x,y,z)$:



$$E=\iint_A dE \approx \frac{j}{2\lambda}\frac{e^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)\int_{-h/2}^{h/2}\int_{-w/2}^{w/2} E_0(x',y')\,e^{jkx'\sin\Theta\cos\Phi}\,e^{jky'\sin\Theta\sin\Phi}\,dx'dy'$$

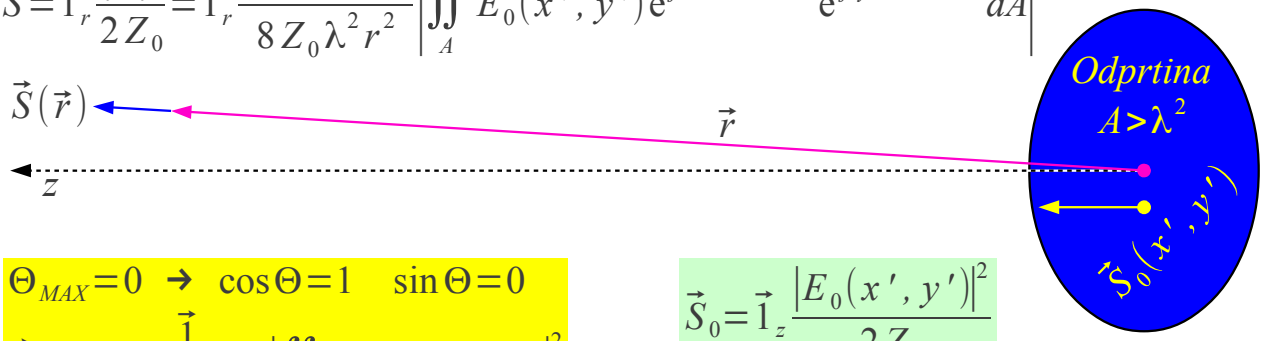
Vsota Huygensovih izvorov

V Fraunhoferjevem področju daljnjega polja $r>2(w^2+h^2)/\lambda$ smemo zanemariti vse spremembe amplitude zaradi majhnih odstopanj razdalje, smeri oziroma polarizacije. Interferenca posameznih diferencialno majhnih Huygensovih izvorov je posledica sprememb faze $e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}$! Tudi pri spremembah faze račun poenostavimo na velikih razdaljah. Kazalčno vsoto zapišemo s ploskovnim integralom diferencialno majhnih Huygensovih izvorov po celotni odprtini $A=wh$.

Integracija Huygensovih izvorov daje smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$ odprtine. Z integracijo smernega diagrama lahko določimo smernost D odprtine. Integracija kompliciranega smernega diagrama $F(\Theta,\Phi)$ je lahko zelo zamudna!

Za izračun smernosti D potrebujemo celotno sevano moč antene $P=\oiint \vec{S}\cdot\vec{1}_n dA$. Sklenjeni ploskovni integral mora oklepati anteno. Ni pa nujno, da integriramo v daljnjem polju! Pri odprtinah je običajno dosti bolj preprosto izračunati integral $\vec{S}_0(x',y')$ po sami odprtini:

$$\vec{S}=\vec{1}_r\frac{|E|^2}{2Z_0}=\vec{1}_r\frac{(1+\cos\Theta)^2}{8Z_0\lambda^2r^2}\left|\iint_A E_0(x',y')\,e^{jkx'\sin\Theta\cos\Phi}\,e^{jky'\sin\Theta\sin\Phi}\,dA\right|^2$$



$$\Theta_{MAX}=0 \;\rightarrow\; \cos\Theta=1 \quad \sin\Theta=0$$

$$\vec{S}_{MAX}=\frac{\vec{1}_r}{2Z_0\lambda^2r^2}\left|\iint_A E_0(x',y')\,dA\right|^2$$

$$\vec{S}_0=\vec{1}_z\frac{|E_0(x',y')|^2}{2Z_0}$$

$$P=\iint_A \vec{S}_0\cdot\vec{1}_z\,dA=\iint_A\frac{|E_0(x',y')|^2}{2Z_0}dA$$

$$D=\frac{|\vec{S}_{MAX}|}{P/(4\pi r^2)}=\frac{4\pi\left|\iint_A E_0(x',y')\,dA\right|^2}{\lambda^2\iint_A|E_0(x',y')|^2\,dA}$$

$$A_{eff}=\frac{\left|\iint_A E_0(x',y')\,dA\right|^2}{\iint_A|E_0(x',y')|^2\,dA}$$

$$Zgled\quad E_0(x',y')=konst. \;\rightarrow\; D=\frac{4\pi}{\lambda^2}A$$

$$D=\frac{4\pi}{\lambda^2}A_{eff}=\frac{4\pi}{\lambda^2}\eta_0 A$$

$$\eta_0=\frac{\left|\iint_A E_0(x',y')\,dA\right|^2}{A\iint_A|E_0(x',y')|^2\,dA}$$

Smernost odprtine v smeri z

Izračun smernosti D se dodatno poenostavi pri odprtinah, ki sevajo v smeri $\Theta_{MAX}=0$, kar je zelo pogost praktični primer. Prispevki posameznih Huygensovih izvorov se v tem primeru seštevajo sofazno v smeri osi z . Smernost D velike odprtine $A=wh>\lambda^2$ je tedaj preprosto razmerje velikosti kvadrata amplitude kazalčne vsote $E_0(x',y')$ v števcu deljene s preprosto vsoto moči $|E_0(x',y')|^2$ v imenovalcu.

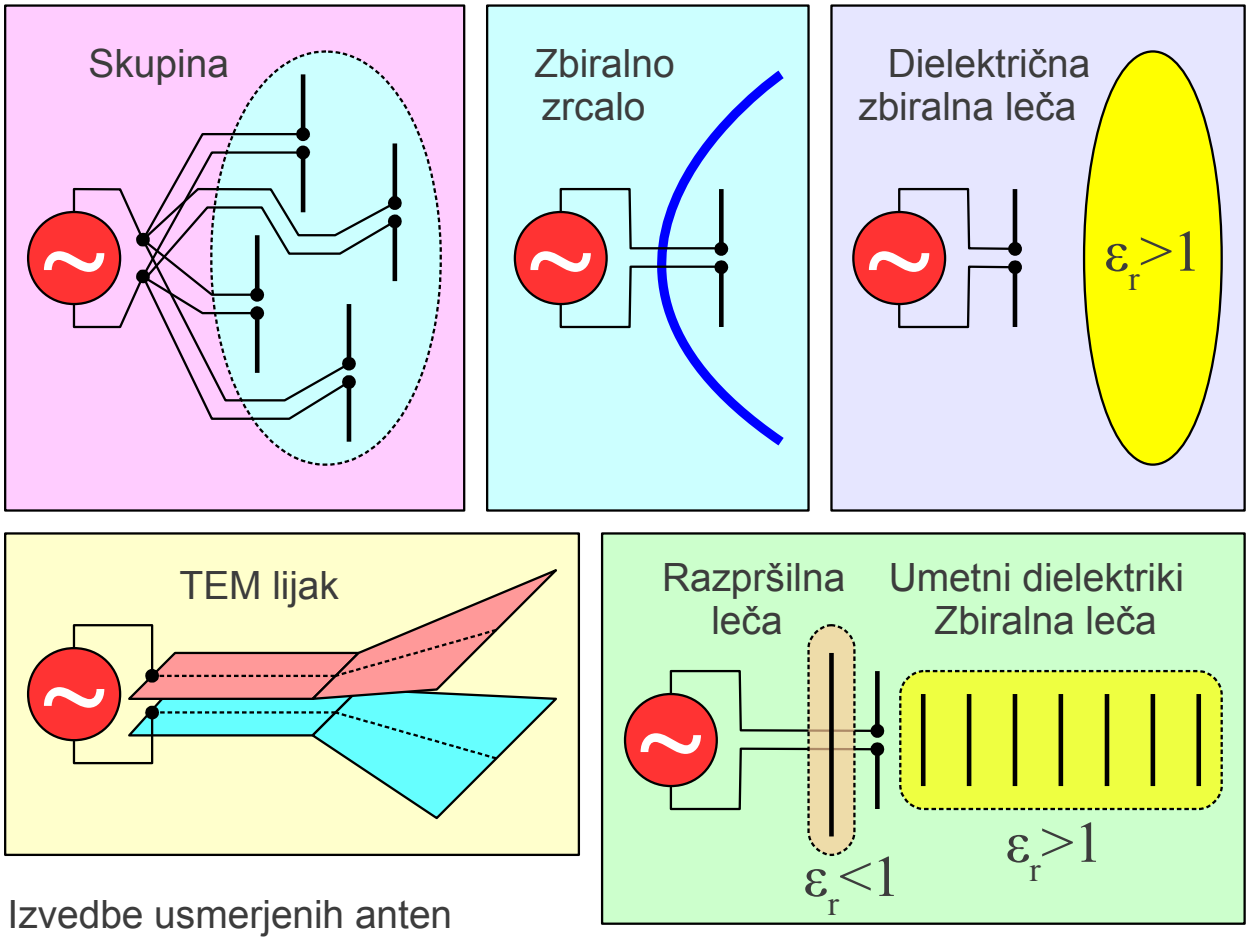
V preprostem primeru konstantne osvetlitve odprtine $E_0(x',y')=konst.$ dobimo pomenljiv rezultat $D=4\pi A/\lambda^2$. Povezava med velikostjo odprtine A in njeno smernostjo D je tu natančno dokazana na primeru enakomerno in sofazno osvetljene odprtine.

Enakomerno in sofazno osvetljena odprtina je v praksi težko izvedljiva. Jakost osvetlitve večine odprtin običajno zvezno upada proti robu odprtine.

Faza osvetlitve ni konstantna zaradi napak oziroma omejitev izvedbe antene. Spreminjanje faze na odprtini znižuje samo kazalčno vsoto in z njo smernost D. Spreminjanje jakosti osvetlitve na odprtini znižuje kazalčno vsoto in moč, a v skupnem učinku se smernost D tudi v tem primeru znižuje.

Efektivna površina odprtine $A_{eff} \leq A$ je zato manjša ali kvečjemu enaka dejanski površini odprtine. Učinkovitost izrabe površine oziroma izkoristek osvetlitve odprtine opisuje razmerje obeh $\eta_0 = A_{eff} / A$. Učinkovitost izrabe površine antene $\eta_0 \leq 1$ je vedno manjša od enote pri velikih odprtinah $A = wh > \lambda^2$.

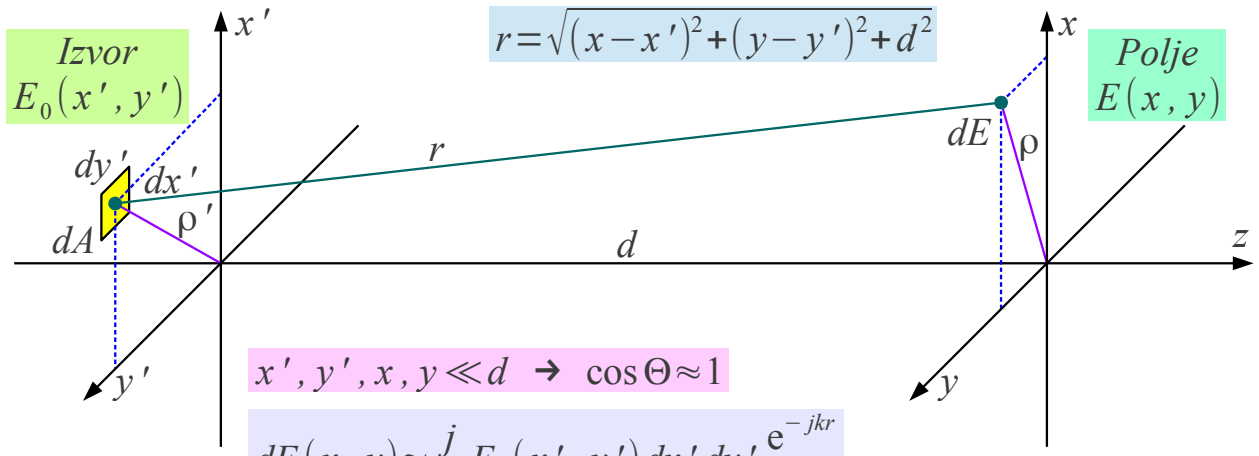
Izvedbe usmerjenih anten je največkrat smiselno obravnavati kot odprtine. Poleg zbiralnih zrcal in dielektričnih zbiralnih leč uporabljamo v radijski tehniki tudi leče iz umetnih dielektrikov, na primer kovinskih palčk, različne valovodne lijake ter skupine manjših anten, da z njimi dosežemo željeno vzbujanje odprtine $E_0(x', y')$:



Izvedbe usmerjenih anten

V iskanju namiga, kako načrtovati učinkovito antensko odprtino, je smiselno zapisati nalogo seštevanja Huygensovih izvorov še na drugačen način. Izvor valovanja postavimo v ravnino $x'y'$ in pripadajoče polje

opazujemo na razdalji d v ravnini xy. Tik ob osi z je smerni diagram Huygensovega izvora približno enak konstanti $1+\cos\Theta\approx 2$. Amplitudo oziroma razdaljo smemo poenostaviti v imenovalcu $1/r\approx 1/d$. Iskani interferenčni pojav daje spremenljiva faza e^{-jkr}, kjer moramo pri poenostavitvah upoštevati zadosti členov:



$$x',y',x,y \ll d \;\rightarrow\; \cos\Theta\approx 1$$

$$dE(x,y)\approx\frac{j}{\lambda}E_0(x',y')\,dx'\,dy'\,\frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}$$

$$\rho'^2=x'^2+y'^2 \qquad \rho^2=x^2+y^2$$

$$r\approx d+\frac{(x-x')^2+(y-y')^2}{2d}=d+\frac{\rho^2}{2d}-\frac{xx'+yy'}{d}+\frac{\rho'^2}{2d}$$

$$dE(x,y)\approx\frac{j}{\lambda}E_0(x',y')\,dx'\,dy'\,\frac{\mathrm{e}^{-jkd}}{d}\,\mathrm{e}^{-\frac{jk\rho^2}{2d}}\,\mathrm{e}^{j\frac{k}{d}(xx'+yy')}\,\mathrm{e}^{-\frac{jk\rho'^2}{2d}}$$

$$E(x,y)=\iint_A dE\approx\frac{j}{\lambda}\frac{\mathrm{e}^{-jkd}}{d}\,\mathrm{e}^{-\frac{jk\rho^2}{2d}}\iint_A\left[E_0(x',y')\,\mathrm{e}^{-\frac{jk\rho'^2}{2d}}\right]\mathrm{e}^{j\frac{k}{d}(xx'+yy')}\,dx'\,dy'$$

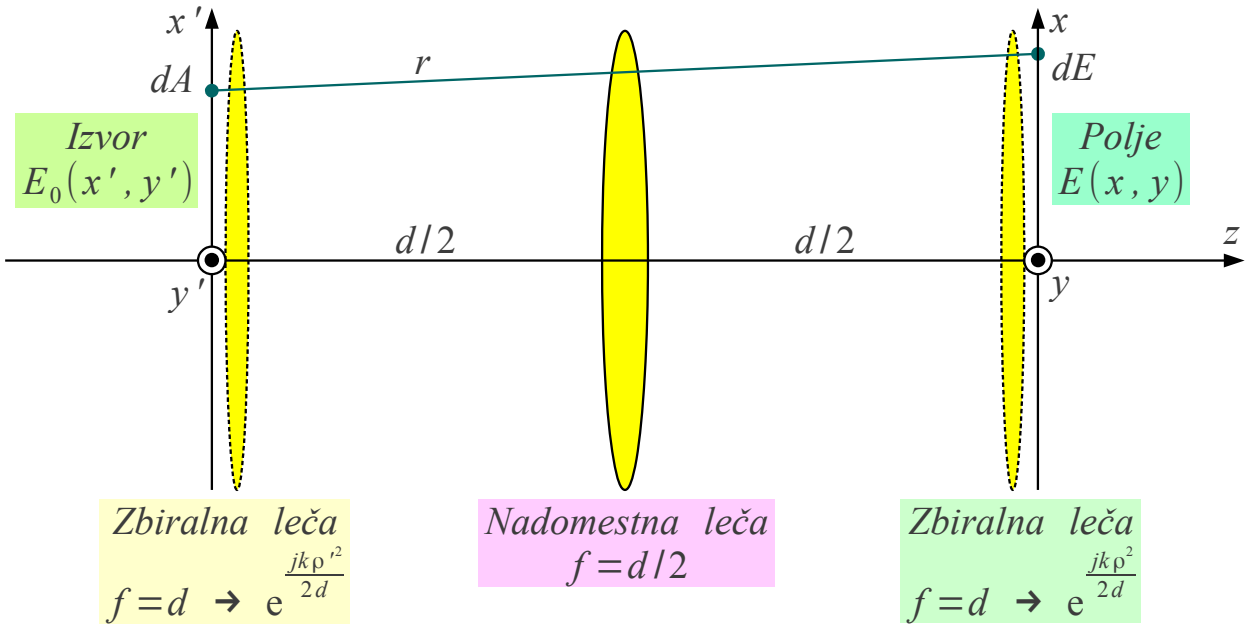
Razširjanje valovanja ob osi z

Izpeljani izraz za električno polje $E(x,y)$ je zelo podoben dvo-dimenzijski Fourierjevi transformaciji. Od načelne Fourierjeve transformacije se razlikuje v nekaj množilnih konstantah in dveh členih kvadratne faze:

$$\mathrm{e}^{-j\phi'(\rho')}=\mathrm{e}^{-\frac{jk\rho'^2}{2d}} \qquad \text{ter} \qquad \mathrm{e}^{-j\phi(\rho)}=\mathrm{e}^{-\frac{jk\rho^2}{2d}}$$

Prvi člen kvadratne faze $\phi'(\rho')$ postane zanemarljivo majhen na velikih razdaljah d v Fraunhoferjevem področju. Smernega diagrama antene $F(\Theta,\Phi)$ običajno ne opazujemo v ravnini xy, pač pa na površini velike krogle s polmerom d, kjer izgine drugi člen kvadratne faze $\phi(\rho)$. Smerni diagram antene $F(\Theta,\Phi)$ je torej dvo-dimenzijska Fourierjeva transformacija vzbujanja odprtine $E_0(x',y')$!

Sliko predmeta lahko iz neskončnosti prestavimo na končno razdaljo $d<\infty$ s pomočjo zbiralne leče. Zbiralna leča z goriščno razdaljo $f=d$ tik ob izvoru natančno odstrani prvo kvadratno napako faze $\phi'(\rho')$. Zbiralna leča z goriščno razdaljo $f=d$ tik ob ravnini opazovanja polja natančno odstrani drugo kvadratno napako faze $\phi(\rho)$. Dve enaki zbiralni leči na razdalji d lahko nadomestimo z dvakrat močnejšo lečo s polovično goriščno razdaljo $f=d/2$ točno na sredini med izvorom in ravnino opazovanja polja:



$$dE(x,y)\approx\alpha\,E_0(x',y')\,dx'\,dy'\,e^{j\frac{k}{f}(xx'+yy')}$$

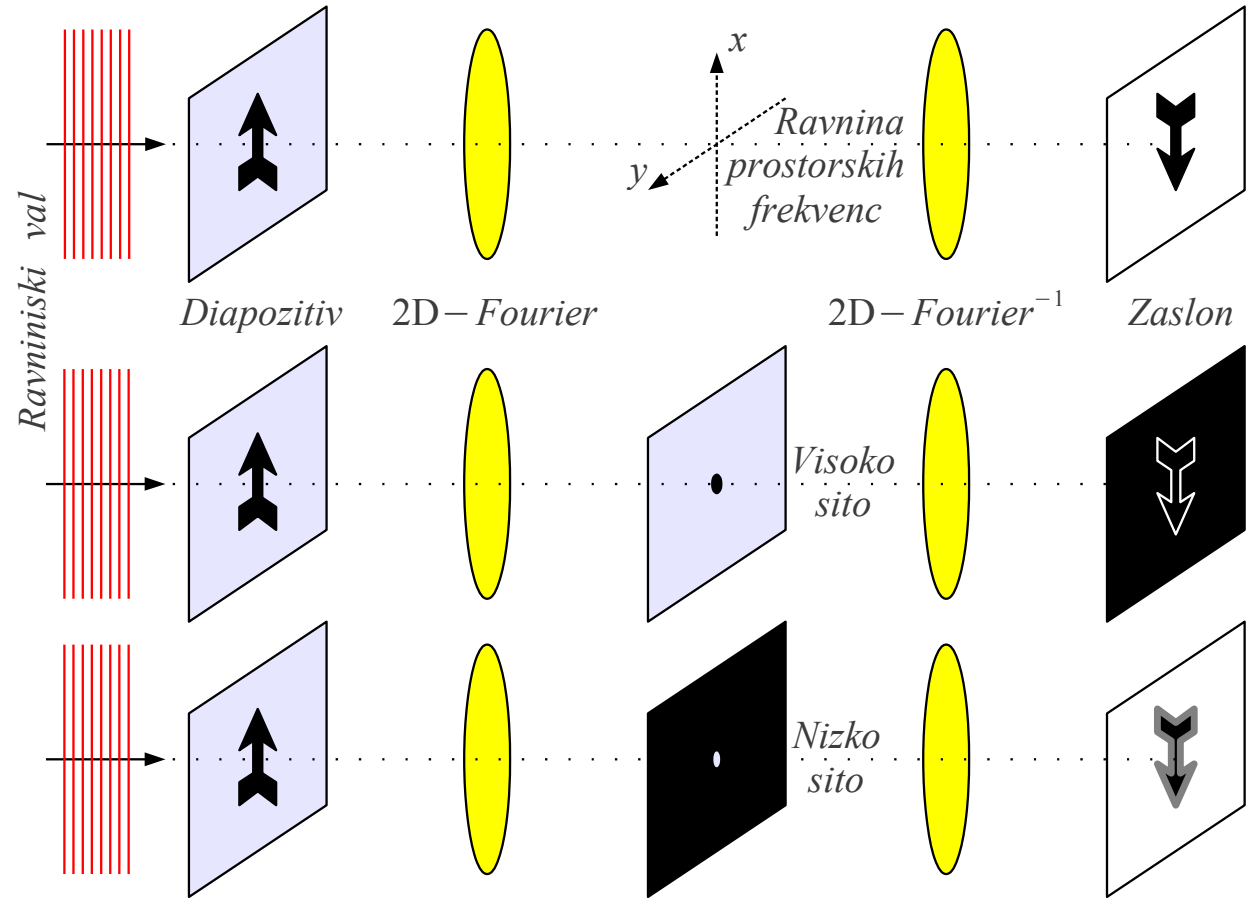
$$E(x,y)=\iint_A dE\approx\alpha\iint_A E_0(x',y')\,e^{j\frac{k}{f}(xx'+yy')}\,dx'\,dy'$$

Dvo-dimenzijska Fourierjeva transformacija

Zbiralna leča torej omogoča analogno računanje dvo-dimenzijske Fourierjeve transformacije na končni razdalji $d<\infty$. Samo Fourierjevo transformacijo pri tem opravlja razširjanje valovanja v prostoru. Leča le preslika rezultat iz neskončnosti na končno razdaljo. Povedano drugače, Fourierjeva transformacija je samo matematični opis pomembnega naravnega pojava, razširjanja valovanja.

Fourierjeva transformacija ima pomembno lastnost, da jo na zelo podoben način računamo tudi v obratni smeri. Razlika je samo v predznaku eksponentne funkcije imaginarnega argumenta $e^{\pm j\frac{k}{f}(xx'+yy')}$ pod integralom. V primeru analognega računanja obratne Fourierjeve

transformacije z razširjanjem valovanja in zbiralno lečo se obrneta predznaka obeh prečnih koordinat. Slika rezultata računanja bo obrnjena na glavo:



Analogna obdelava slik

Z dvema lečama in razširjanjem valovanja v prostoru lahko opravimo Fourierjevo transformacijo v obe smeri. V ravnini prostorskih frekvenc xy si lahko omislimo preprosto analogno obdelavo slik. Visokoprepustno sito duši nizke prostorske frekvence, torej sliko izostri. Nizkoprepustno sito duši visoke prostorske frekvence, torej zamegli ostre robove na sliki.

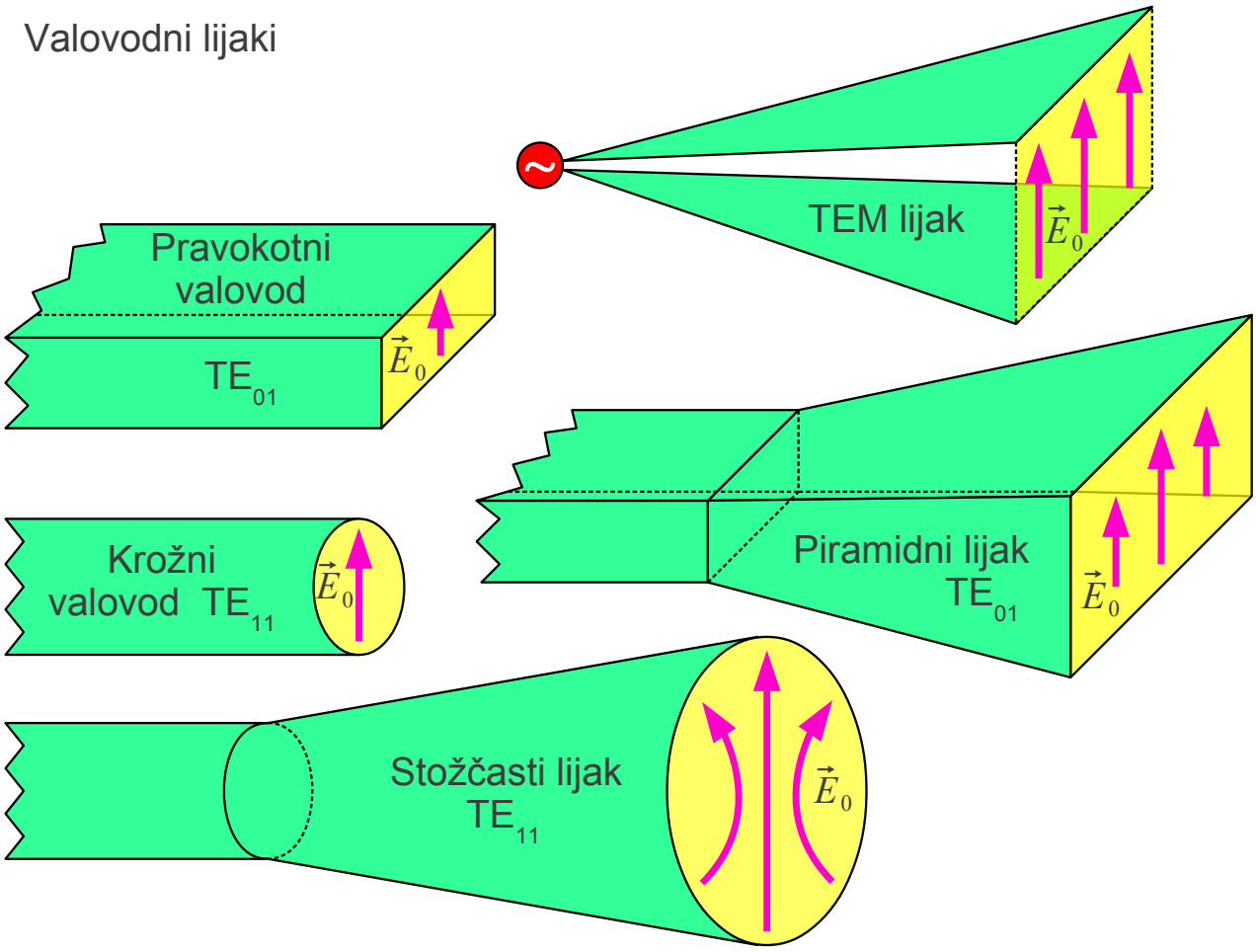
Opisana obdelava slik preračunava amplitudo in fazo. Pri obdelavi amplitude moramo paziti, da ne vnašamo neželjenih sprememb faze, ki bi razširile spekter prostorskih frekvenc. Predmet in sita morajo biti prozorni diapozitivi. Belo-matirana površina naključno modulira fazo! Predmet moramo osvetliti z ravninskim valom, ki razen enosmerne ne vsebuje prečnih prostorskih frekvenc. Ravninski val dobimo s točkastim izvorom in dodatno zbiralno lečo oziroma s kolimiranim žarkom laserja.

* * * * *

8. Valovodni lijaki

Valovodni lijaki (angleško: waveguide horn) sodijo med najpreprostejše usmerjene antene. Osnova je električni prenosni vod, kjer sta električno polje in magnetno polje med sabo približno pravokotna $\vec{E} \perp \vec{H}$ in v razmerju $E/H \approx Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ valovne impedance praznega prostora. Prečne izmere prenosnega voda lijak počasi razširi, da postanejo primerljive oziroma večje od valovne dolžine. Odboj na odprtini lijaka je tedaj majhen, večina valovanja nadaljuje pot v prazen prostor.

Valovodni lijaki so nezahtevne antene za telebane. Skoraj vsaka kovinska trobenta je povsem uporabna usmerjena antena v določenem frekvenčnem pasu. Najpreprostejša antena je trakasti TEM (prečno električno in magnetno polje brez vzdolžnih komponent) dvovod, razširjen v TEM lijak. Sevalne lastnosti TEM lijaka kazi neskončno veliko stresano elektromagnetno polje, ki ni omejeno na prostor med trakastima vodnikoma:

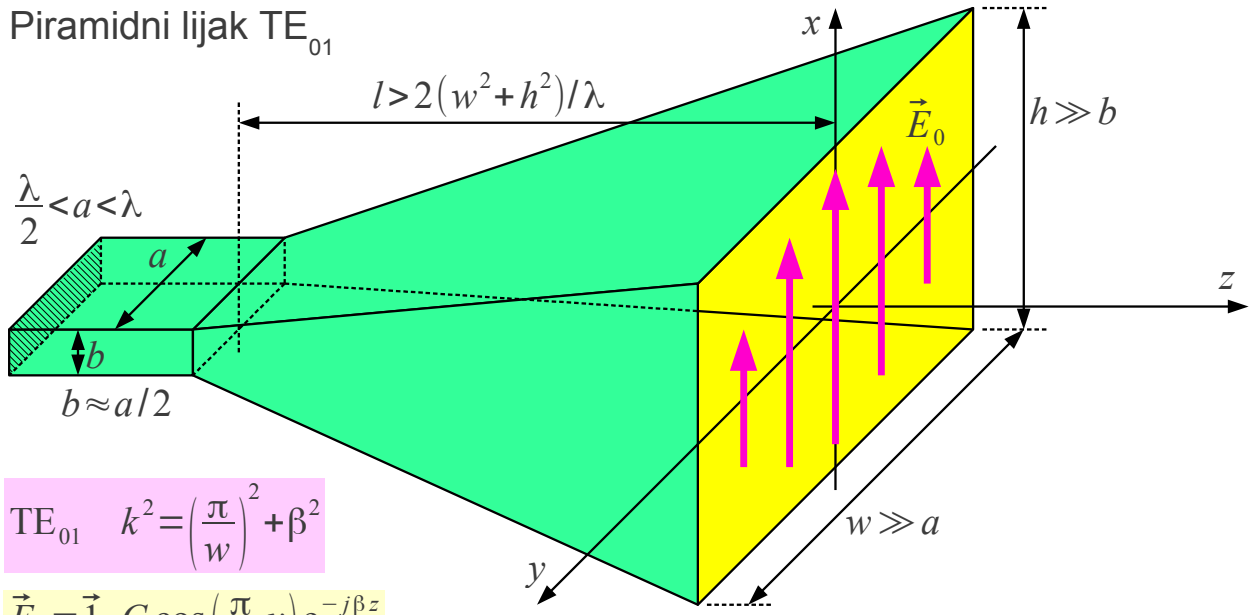


Sevalne lastnosti antene lažje nadziramo z lijaki iz prenosnih vodov, kjer

je elektromagnetno polje omejeno na notranjost voda. Koaksialni kabel lahko odpremo v bikonično anteno. Različne kovinske valovode: pravokotni, krožni, eliptični, grebenasti lahko razširimo v učinkovite lijake. Prve valovodne lijake je izdelal in uspešno uporabil v svojih poskusih z mikrovalovi že Jagadish Chandra Bose leta 1897.

Povsem uporabna antena je že odrezani konec valovoda pravokotnega oziroma krožnega prereza. Ker so prečne izmere kovinskega valovoda, v katerem se razširja osnovni rod TE_{01} (pravokotni) oziroma TE_{11} (krožni), primerljive z valovno dolžino, je odbojnost odrezanega konca valovoda običajno manjša od $\Gamma_{dB}=20\log_{10}|\Gamma|<-10\mathrm{dB}$. Če pravokotni oziroma krožni valovod razširimo v piramidni oziroma stožčasti lijak, postane odbojnost odprtega konca zanemarljivo majhna.

Učinkovita antena zahteva enakomerno in sofazno osvetljeno odprtino. Blag prehod iz valovoda v lijak zagotavlja, da ne vzbudimo višjih valovodnih rodov. Majhno napako faze zagotavlja lijak, daljši od $l>2\left(w^2+h^2\right)/\lambda$ Rayleighove razdalje:



$$\mathrm{TE}_{01}\quad k^2=\left(\frac{\pi}{w}\right)^2+\beta^2$$

$$\vec{E}_0=\vec{1}_x C\cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)\mathrm{e}^{-j\beta z}$$

$$\vec{H}_0=\frac{j}{kZ_0}\,\mathrm{rot}\,\vec{E}_0=\vec{1}_y\frac{\beta C}{kZ_0}\cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)\mathrm{e}^{-j\beta z}+\vec{1}_z\frac{jC\pi}{kZ_0 w}\sin\left(\frac{\pi}{w}y\right)\mathrm{e}^{-j\beta z}$$

$$k\gg\frac{\pi}{w}\ \rightarrow\ \beta\approx k\,,\ H_{0z}\ll H_{0y}\qquad \vec{E}_0\approx\vec{1}_x C\cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)\mathrm{e}^{-jkz}\qquad \vec{H}_0\approx\vec{1}_y\frac{C}{Z_0}\cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)\mathrm{e}^{-jkz}$$

Elektromagnetno polje osnovnega rodu TE_{01} v pravokotnem valovodu z

ima prečno komponento električnega polja E_{0x} ter prečno H_{0y} in vzdolžno H_{0z} komponenti magnetnega polja. Ko pravokotni valovod razširimo v piramidni lijak $w \gg a$ in $h \gg b$, postane vzdolžna komponenta magnetnega polja $H_{0z} \ll H_{0y}$ zelo majhna v primerjavi s prečno komponento. Elektromagnetno polje na odprtini piramidnega lijaka približno ustreza ravninskemu valu E_{0x} in H_{0y} .

Sevanje piramidnega lijaka računamo kot vsoto Huygensovih izvorov. Porazdelitev polja na odprtini dolgega in položnega lijaka $\vec{E}_0(x, y, z=0)$ ustreza povečani sliki polja v pravokotnem valovodu: konstantna porazdelitev v ravnini E in kosinusna porazdelitev $\cos(\pi y/w)$ v ravnini H:

Sevanje piramidnega lijaka

$$\vec{E}_0(x, y, z=0) \approx \vec{1}_x C \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right)$$

$$\vec{E} \approx \left(\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi\right) \frac{jC}{2\lambda} \frac{e^{-jkr}}{r} (1+\cos\Theta) \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-w/2}^{w/2} \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{jkx\cos\Theta_x} e^{jky\cos\Theta_y} dx\, dy$$

$$I_x = \int_{-h/2}^{h/2} e^{jkx\cos\Theta_x} dx = \frac{e^{\frac{jkh}{2}\cos\Theta_x} - e^{-\frac{jkh}{2}\cos\Theta_x}}{jk\cos\Theta_x} = h \frac{\sin\left(\frac{kh}{2}\cos\Theta_x\right)}{\frac{kh}{2}\cos\Theta_x}$$

$$\cos\Theta_x = \sin\Theta\cos\Phi$$
$$\cos\Theta_y = \sin\Theta\sin\Phi$$

$$I_y = \int_{-w/2}^{w/2} \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) e^{jky\cos\Theta_y} dy = \int_{-w/2}^{w/2} \frac{1}{2}\left[e^{j\left(k\cos\Theta_y + \frac{\pi}{w}\right)y} + e^{j\left(k\cos\Theta_y - \frac{\pi}{w}\right)y}\right] dy =$$

$$= w\left[\frac{\sin\left(\frac{kw}{2}\cos\Theta_y + \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{kw}{2}\cos\Theta_y + \frac{\pi}{2}} + \frac{\sin\left(\frac{kw}{2}\cos\Theta_y - \frac{\pi}{2}\right)}{\frac{kw}{2}\cos\Theta_y - \frac{\pi}{2}}\right] = \left(\frac{w}{\pi/2}\right) \frac{\cos\left(\frac{kw}{2}\cos\Theta_y\right)}{1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{kw}{2}\cos\Theta_y\right)^2}$$

$$\vec{E} \approx \left(\vec{1}_\Theta \cos\Phi - \vec{1}_\Phi \sin\Phi\right) \frac{jCwh}{\lambda\,\pi/2} \frac{e^{-jkr}}{r} \frac{1+\cos\Theta}{2} \frac{\sin\left(\frac{kh}{2}\cos\Theta_x\right)}{\frac{kh}{2}\cos\Theta_x} \frac{\cos\left(\frac{kw}{2}\cos\Theta_y\right)}{1 - \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \left(\frac{kw}{2}\cos\Theta_y\right)^2}$$

Integracija po odprtini lijaka se preprosto razcepi na integracijo v smeri x , ki daje odvisnost sevanja od $\cos\Theta_x$ v ravnini E in na integracijo v smeri y , ki daje odvisnost od $\cos\Theta_y$ v ravnini H. Sam Huygensov izvor dodaja odvisnost $1+\cos\Theta$. Če normiramo smerni diagram $F(\Theta_{MAX}=0)=1$, je končni rezultat sorazmeren $Cwh/(\pi/2)$. Kosinusna porazdelitev v ravnini H dodaja faktor $\pi/2$ v imenovalcu.

Smerni diagram zapišemo v običajnih krogelnih koordinatah (r,Θ,Φ) s tečajem v osi z v smeri največjega sevanja. Zapis smernega diagrama $F(\Theta,\Phi)$ se zelo poenostavi v ravnini E $\Phi=0$ oziroma v ravnini H $\Phi=\pi/2$:

$$F(\Theta,\Phi)=\frac{1+\cos\Theta}{2}\frac{\sin\left(\frac{kh}{2}\sin\Theta\cos\Phi\right)}{\frac{kh}{2}\sin\Theta\cos\Phi}\frac{\cos\left(\frac{kw}{2}\sin\Theta\sin\Phi\right)}{1-\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\left(\frac{kw}{2}\sin\Theta\sin\Phi\right)^2}$$

$$F(\Theta,\Phi=0)=\frac{1+\cos\Theta}{2}\frac{\sin\left(\frac{kh}{2}\sin\Theta\right)}{\frac{kh}{2}\sin\Theta}\equiv ravnina\ E$$

$$E_0(x,y,z=0)\approx C\cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)$$

$$F(\Theta,\Phi=\pi/2)=\frac{1+\cos\Theta}{2}\frac{\cos\left(\frac{kw}{2}\sin\Theta\right)}{1-\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\left(\frac{kw}{2}\sin\Theta\right)^2}\equiv ravnina\ H$$

$$A=wh$$

$$D=\frac{4\pi\left|\iint_A E_0\,dA\right|^2}{\lambda^2\iint_A|E_0|^2\,dA}=\frac{4\pi\left|\int_{-h/2}^{h/2}\int_{-w/2}^{w/2}C\cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)dx\,dy\right|^2}{\lambda^2\int_{-h/2}^{h/2}\int_{-w/2}^{w/2}\left|C\cos\left(\frac{\pi}{w}y\right)\right|^2dx\,dy}=\frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|Ch\frac{w}{\pi/2}\right|^2}{|C|^2h\frac{w}{2}}=\frac{4\pi}{\lambda^2}wh\frac{8}{\pi^2}$$

$$\eta_0=\frac{8}{\pi^2}\approx 0.81=81\%$$

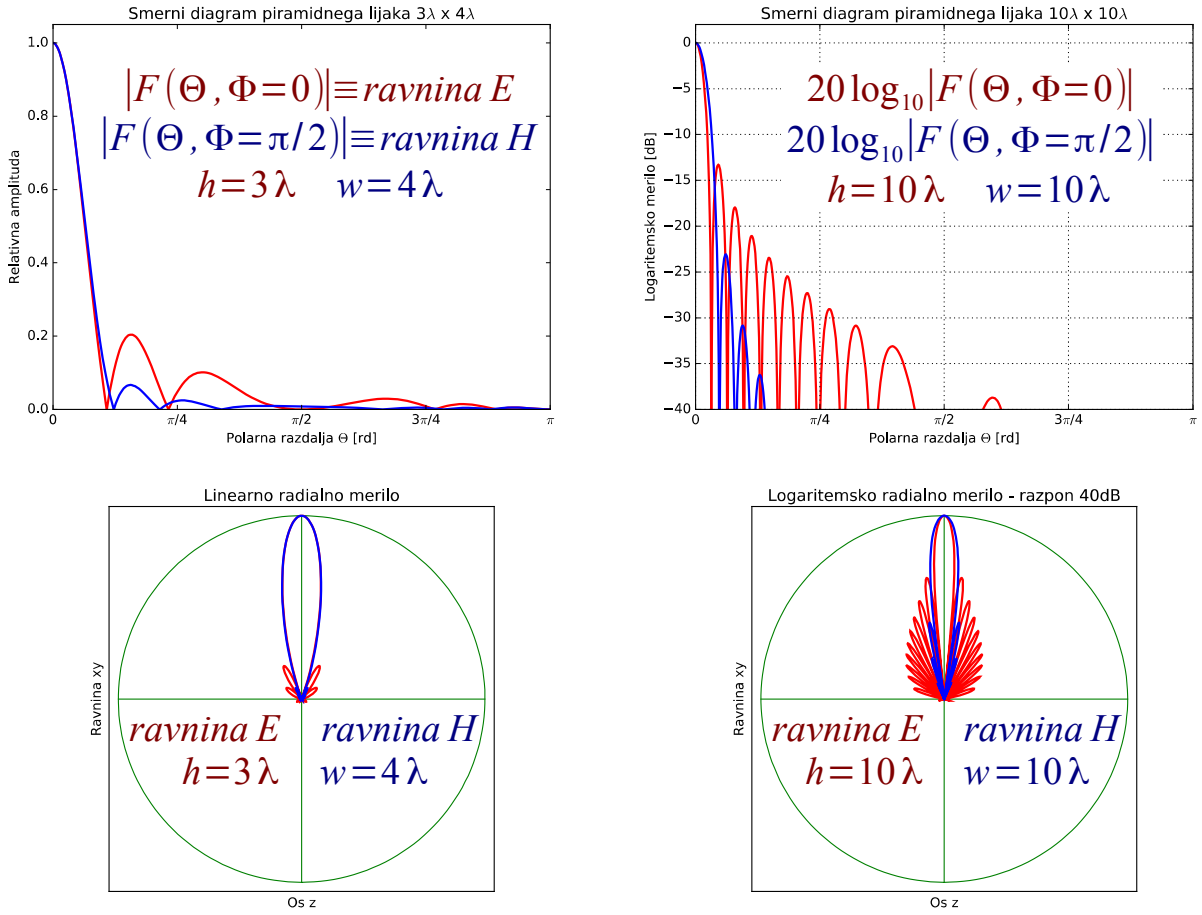
Smerni diagram in smernost piramidnega lijaka

Smernost piramidnega lijaka dobimo preko integracije gostote moči po odprtini lijaka. Izkoristek osvetlitve dolgega piramidnega lijaka s kosinusno porazdelitvijo v ravnini H in zanemarljivo napako faze dosega $\eta_0\approx 81\%$. Smernost dolgega piramidnega lijaka je za približno $-1\mathrm{dB}$ manjša od smernosti enako velike enakomerno osvetljene odprtine. Bolj enakomerno osvetlitev odprtine in višji izkoristek osvetlitve bi omogočalo vzbujanje lijaka z osnovnim rodom TE_{01} in višjim rodom TE_{03} v skrbno izbranem razmerju amplitud in medsebojne faze.

Smerna diagrama lijaka TE_{01} v ravninah E in H sta različna med sabo. Konstantna porazdelitev osvetlitve odprtine v ravnini E sicer daje močne stranske snope. Prvi stranski snop v ravnini E dosega $-13\mathrm{dB}$ glede na jakost glavnega snopa. Stranski snopi v ravnini H so šibkejši zaradi kosinusne porazdelitve. Prvi stranski snop v ravnini H dosega $-23\mathrm{dB}$ glede na jakost glavnega snopa Jakost ostalih stranskih snopov upada dosti

hitreje v ravnini H.

Rotacijsko simetričen glavni snop sevanja dobimo v primeru, ko razmerje stranic odprtine dolgega piramidnega lijaka TE_{01} dosega približno $w:h \approx 4:3$. Kot zgled sta prikazana smerna diagrama dolgega piramidnega lijaka s stranicama odprtine $h=3\lambda$ v ravnini E in $w=4\lambda$ v ravnini H:



Jakost in širino različnih snopov smernega diagrama piramidnega lijaka sicer lažje primerjamo v logaritemski skali $20\log_{10}|F(\Theta,\Phi)|$ za kvadratno odprtino $h=w=10\lambda$ dolgega lijaka z zanemarljivo napako faze.

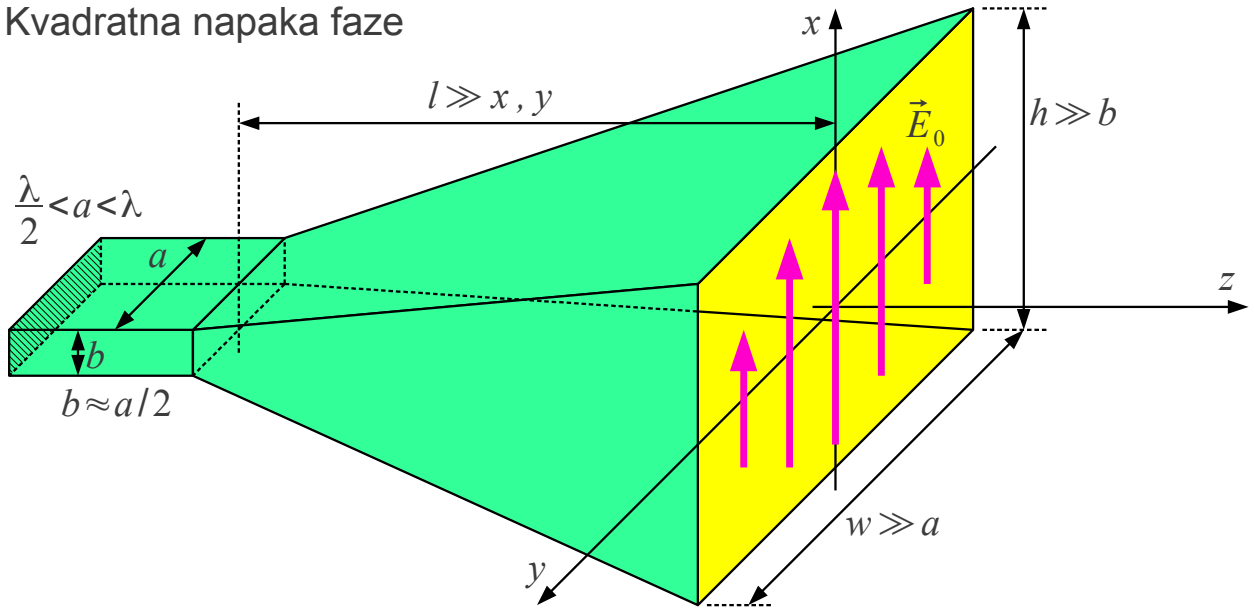
Zanemarljivo majhna napaka faze sicer zahteva zelo dolge lijake. Primer pravokotne odprtine $h=3\lambda$ in $w=4\lambda$ zahteva lijak dolžine $l \approx 2(w^2+h^2)/\lambda = 50\lambda$. Primer kvadratne odprtine $h=w=10\lambda$ zahteva lijak dolžine kar $l \approx 2(w^2+h^2)/\lambda = 400\lambda$! Opisani anteni sta nepraktično dolgi $l \gg w, h, \sqrt{A}$.

Isto smernost oziroma dobitek je zagotovo možno doseči s krajšimi in cenejšimi antenami. V primeru piramidnega lijaka TE_{01} je smiselno dopustiti

določeno napako faze na odprtini. Napaka faze znižuje izkoristek osvetlitve odprtine. Za doseganje enake smernosti krajši lijak zahteva večjo odprtino.

Napaka faze osvetlitve odprtine narašča sorazmerno s kvadratom razdalje $\rho^2 = x^2 + y^2$ od osi lijaka, zato jo imenujemo kvadratna napaka faze:

Kvadratna napaka faze



$$\Delta\phi = k\left[\sqrt{l^2 + x^2 + y^2} - l\right] \approx \frac{k\left(x^2 + y^2\right)}{2l} = \frac{\pi\left(x^2 + y^2\right)}{\lambda l}$$

$$\vec{E}_0\left(x, y, z = 0\right) \approx \vec{1}_x C \cos\left(\frac{\pi}{w} y\right) \mathrm{e}^{-j\Delta\phi(x,y)}$$

Optimalni lijak

$\Delta\phi_E \le \pi/2 \rightarrow h \approx \sqrt{2\lambda l}$

$\Delta\phi_H \le 3\pi/4 \rightarrow w \approx \sqrt{3\lambda l}$

$\eta_0 \approx 50\,\%$

Zelo dolgi lijak $\Delta\phi \le \pi/8 \rightarrow l \approx 2\left(w^2 + h^2\right)/\lambda \rightarrow \eta_0 \approx 81\,\%$

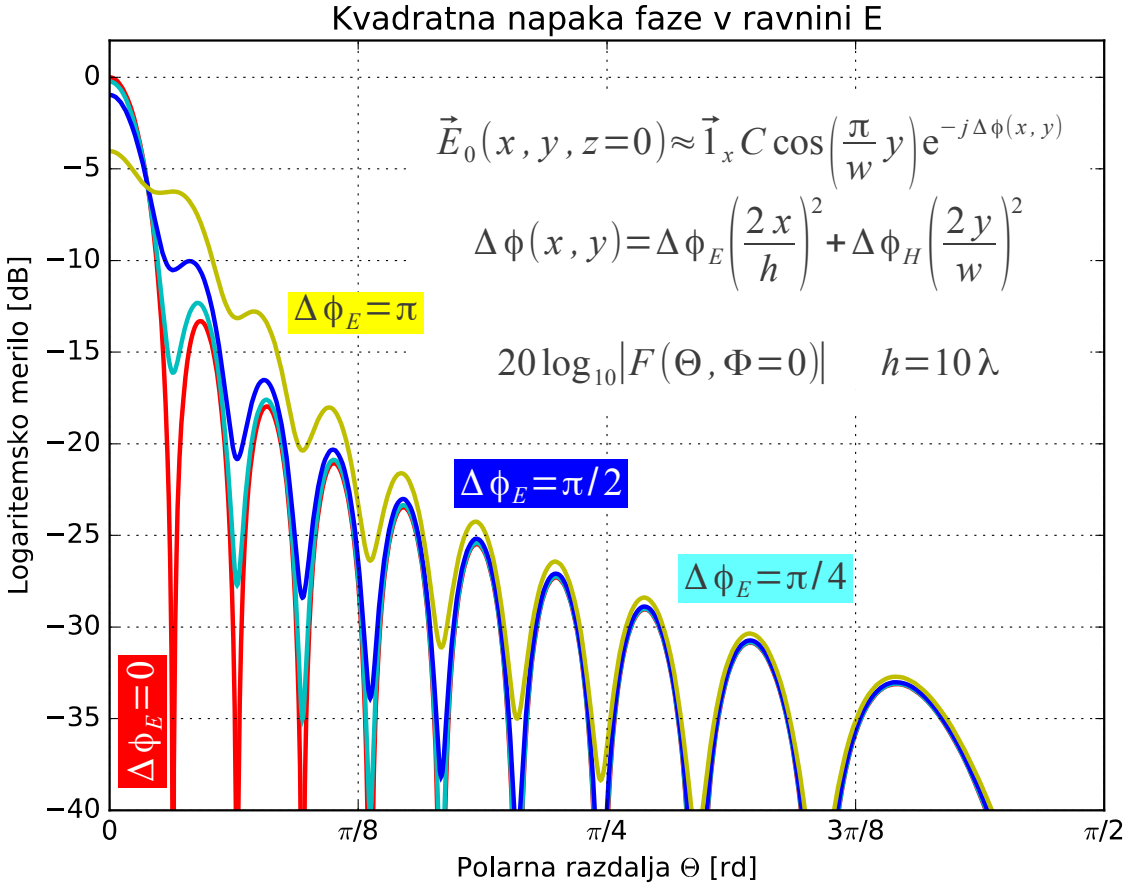
Optimalni piramidni lijak TE_{01} naj bi pri izbrani dolžini l dosegel največjo smernost. Lijak doseže slednjo, ko kvadratna napaka faze doseže $\Delta\phi_E = \pi/2$ na robu lijaka v ravnini E oziroma $\Delta\phi_H = 3\pi/4$ na robu lijaka v ravnini H. Pripadajoči stranici odprtine sta višina $h \approx \sqrt{2\lambda l}$ in širina $w \approx \sqrt{3\lambda l}$. Poleg neenakomerne kosinusne porazdelitve, izkoristek osvetlitve odprtine dodatno zmanjšuje kvadratna napaka faze, v primeru optimalnega lijaka na približno $\eta_0 \approx 50\,\%$.

Stranici odprtine optimalnega piramidnega lijaka TE_{01} sta v približnem razmerju $w : h \approx \sqrt{3} : \sqrt{2} \approx 5 : 4$. Izraza za optimalni lijak sicer računata obe stranici odprtine iz dolžine lijaka l, to je iz višine piramide. Piramidni lijak je odsekana piramida v grlu, kjer se pravokotni valovod začne širiti v lijak. Resnični lijak je torej nekoliko krajši $l' = l\left(1 - b/h\right)$ oziroma

$l'=l(1-a/w)$ od višine piramide ob upoštevanju razmerja med stranicama odprtine in pripadajočima stranicama pravokotnega valovoda.

Izračun sevanega polja piramidnega lijaka s kvadratno napako faze žal privede do integralov, ki niso analitsko rešljivi. Učinek kvadratne napake faze je zato smiselno prikazati na nekaj skrbno izbranih zgledih. Številske rešitve integralov so prikazane v obliki izračunanih smernih diagramov za različno velike kvadratne napake faze. Rešitve so prikazane v logaritemski skali v območju polarne razdalje $0\leq\Theta\leq\pi/2$, saj vzvratno sevanje lijaka ni zanimivo.

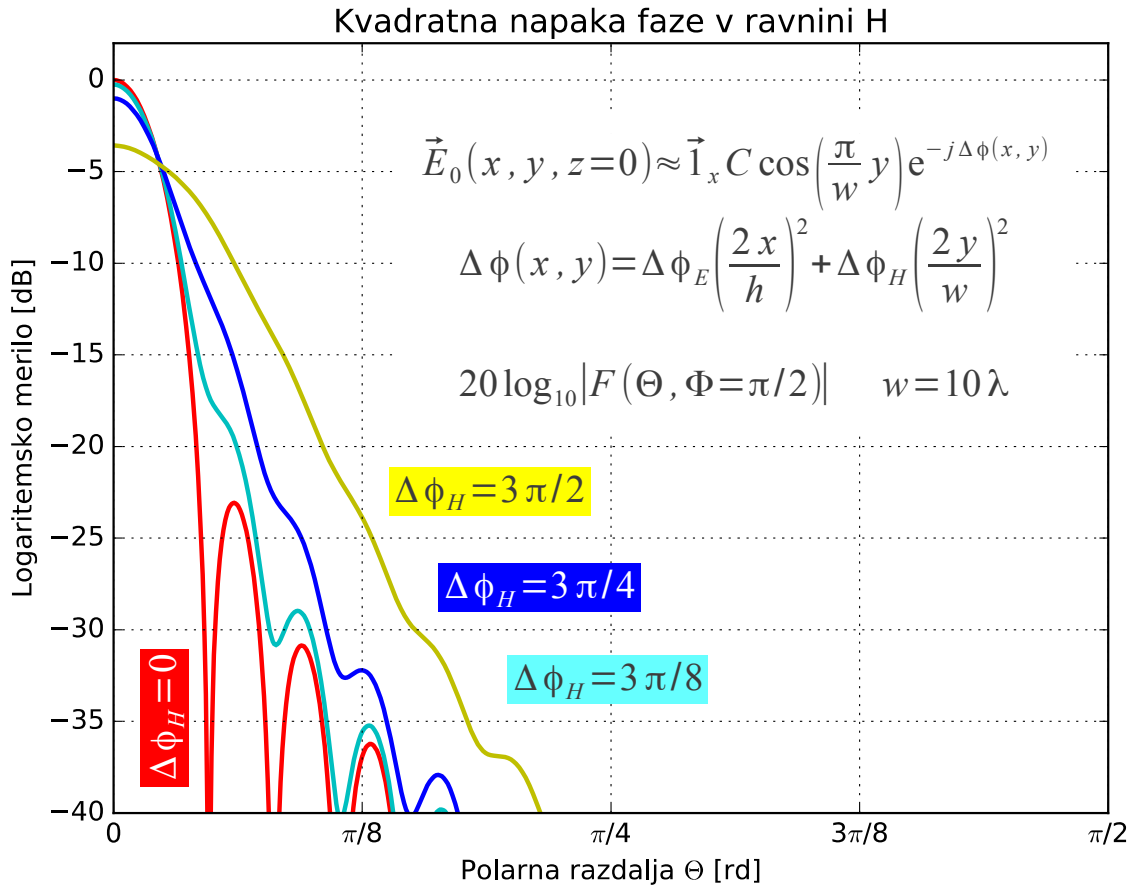
Učinek kvadratne napake faze na prerez smernega diagrama piramidnega lijaka TE_{01} v ravnini E je prikazan za napako na robu odprtine $\phi_E=\pi/4$ (sinja krivulja), $\phi_E=\pi/2$ (modra krivulja) in $\phi_E=\pi$ (rumena krivulja). Za primerjavo je izrisan tudi smerni diagram brez kvadratne napake faze (rdeča krivulja) za pravokotno odprtino višine $h=10\lambda$:



Kvadratna napaka faze ima v ravnini E dva dobro vidna učinka: minimumi med posameznimi snopi smernega diagrama postajajo plitvejši in glavni vrh smernega diagrama se znižuje. Plitvejši minimumi se pojavijo dosti

prej kot pa znižanje glavnega vrha. Kvadratna napaka faze $\phi_E = \pi/2$ optimalnega lijaka zniža glavni vrh za približno $-1\,\mathrm{dB}$ in hkrati postane minimum med glavnim snopom in prvim stranskim listom smernega diagrama komaj viden.

Učinek kvadratne napake faze na prerez smernega diagrama piramidnega lijaka TE_{01} v ravnini H je prikazan za napako na robu odprtine $\phi_H = 3\pi/8$ (sinja krivulja), $\phi_H = 3\pi/4$ (modra krivulja) in $\phi_H = 3\pi/2$ (rumena krivulja). Za primerjavo je izrisan tudi smerni diagram brez kvadratne napake faze (rdeča krivulja) za pravokotno odprtino širine $w = 10\lambda$:



Kvadratna napaka faze ima v ravnini H dva dobro vidna učinka: posamezni snopi smernega diagrama se zlepijo v en sam snop in glavni vrh smernega diagrama se znižuje. Zlepljenje snopov smernega diagrama se zgodi dosti prej kot pa znižanje glavnega vrha. Kvadratna napaka faze $\phi_H = 3\pi/4$ optimalnega lijaka zniža glavni vrh za približno $-1\,\mathrm{dB}$ in hkrati se vsi snopi smernega diagrama zlepijo v en sam snop sevanja.

Pri lijakih praktičnih dolžin, ki niso nujno optimalne, stranske snope vidimo samo v ravnini E. V ravnini H stranski snopi praktičnih lijakov niso

vidni. Na splošno imajo valovodni lijaki od velike večine anten najčistejši smerni diagram z najnižjimi stranskimi snopi.

Optimalni piramidni lijaki TE_{01} v primerjavi z enakomerno osvetljeno odprtino izgubi $-1\mathrm{dB}$ zaradi kosinusne porazdelitve osvetlitve odprtine, potem $-1\mathrm{dB}$ zaradi kvadratne napake faze v ravnini E in končno še $-1\mathrm{dB}$ zaradi kvadratne napake faze v ravnini H. Skupna izguba smernosti znaša torej $-3\mathrm{dB}$, kar ustreza izkoristku osvetlitve odprtine $\eta_0 \approx 50\,\%$.

Smernosti piramidnega lijaka je omejena z dolžino lijaka. Če omejimo dolžino lijaka $l \approx 3\,d = 3\sqrt{w^2+h^2}$ na trikratno diagonalo odprtine, dobimo lijak dolžine $l \approx 33\,\lambda$ z odprtino višine $h \approx 8\,\lambda$ in širine $w \approx 10\,\lambda$. Glede na izbrano omejitev največja smernost lijaka znaša:

$$D_{MAX} = 10\log_{10}\left[\frac{4\pi}{\lambda^2}\eta_0\, wh\right] \approx 27\mathrm{dBi}$$

Preprosti piramidni lijaki TE_{01} običajno dosegajo smernost v razponu $D \approx 10\mathrm{dBi}\ldots 25\mathrm{dBi}$. Višje smernosti bi zahtevale izredno dolge lijake. Seveda lahko dosežemo višjo smernost tudi s krajšim lijakom, če kvadratno napako faze popravimo z zbiralno lečo oziroma zbiralnim zrcalom, kar je snov naslednjih dveh poglavij.

Podobne lastnosti kot piramidni lijaki pravokotnega prereza imajo tudi valovodni lijaki drugačnih prerezov. Krožni valovod razširimo v stožčasti lijak. Eliptični valovod lahko razširimo v lijak eliptičnega prereza. Grebenasti valovod običajno razširimo v piramidni lijak s pravokotno odprtino. Fizikalne osnove delovanja vseh valovodnih lijakov so enake, razlika je edino v oštevilčenju rodov v različnih koordinatnih sistemih.

Ne glede na prečni presek valovoda oziroma lijaka daje osnovni valovodni rod največje sevanje v smeri osi lijaka. Višji valovodni rodovi lihih redov lahko popravijo izkoristek osvetlitve odprtine, če jih znamo vzbuditi s primerno amplitudo in skrbno izbrano fazo glede na osnovni rod.

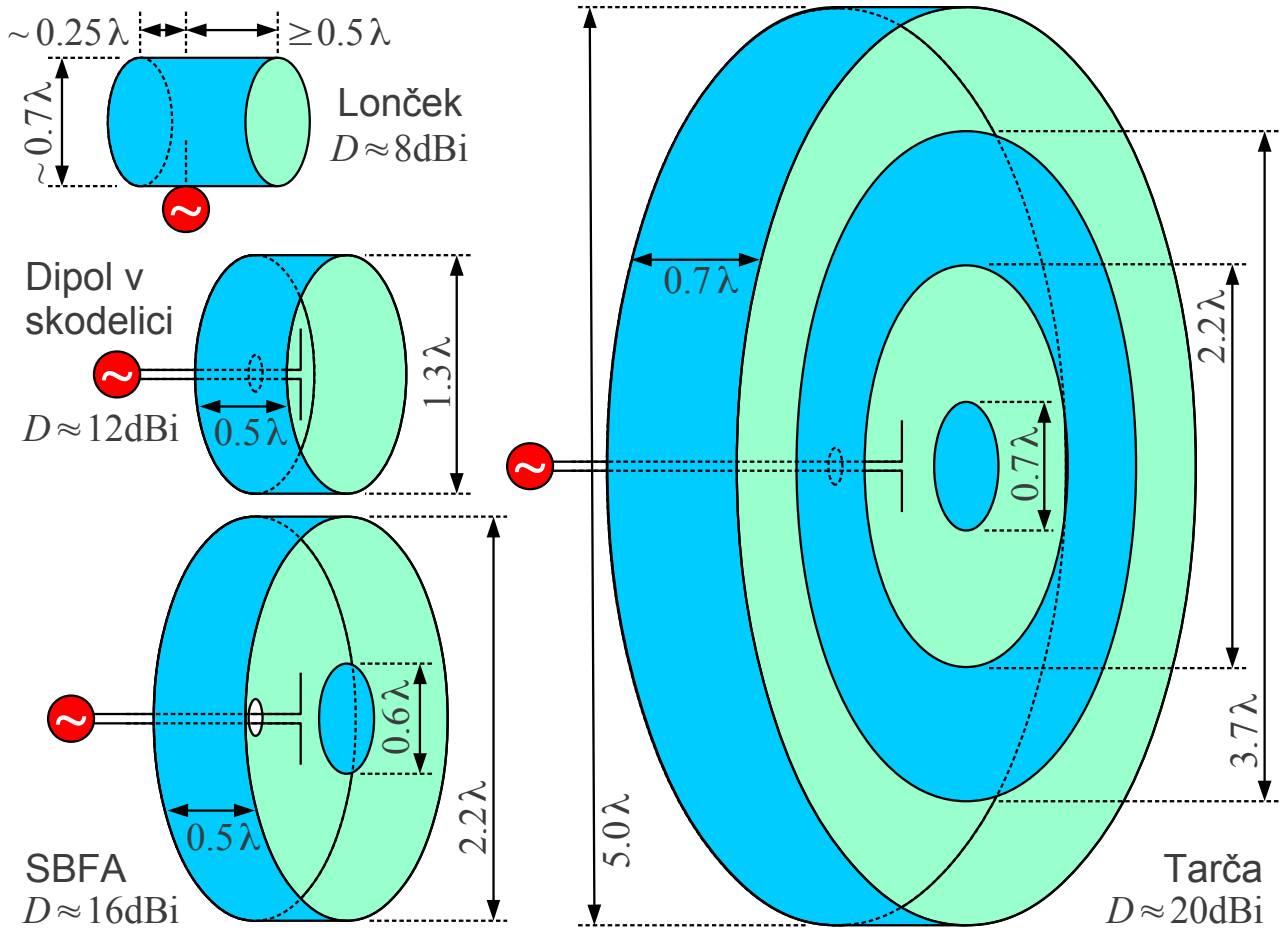
Višji rodovi sodih redov dajejo smerni diagram z ničlo v smeri osi lijaka. Ostro ničlo smernega diagrama lahko izrabimo za natančno določanje smeri oddajnika. Snop sevanja lijaka lahko odklonimo v izbrano smer, ki jo določata razmerje amplitud in medsebojna faza med osnovni rodom in višjim rodom sodega reda.

Končno, smernost oziroma dobitek nista edina načrtovalska cilja valovodnega lijaka. Pogosto potrebujemo anteno z nižjo smernostjo, ampak

čim manjših izmer s smernim diagramom natančno predpisane oblike. Kratke valovodne lijake pogosto imenujemo rezonatorske oziroma votlinske antene (angleško: cavity antennas).

Na frekvencah pod $f<3\mathrm{GHz}$ oziroma pri valovnih dolžinah nad $\lambda>10\mathrm{cm}$ običajno ne uporabljamo nerodno velikih kovinskih valovodov, pač pa TEM prenosne vode manjšega prereza: koaksialni kabel ali simetrični dvovod. Votlinske antene zato največkrat vsebujejo tudi prehod iz koaksialnega kabla ali drugačnega TEM voda na kovinski valovod.

Električno majhne votline podpirajo razmeroma nizko število različnih rodov. Votlinske antene zato nimajo poljubnih izmer kot večji lijaki, pač pa so omejene na nekaj učinkovitih tehničnih rešitev. Slednje so lahko zelo učinkovite, izkoristek osvetlitve odprtine dipola v skodelici oziroma SBFA lahko gre proti $\eta_0 \to 100\,\%$:



Najpreprostejša votlinska antena je prehod iz koaksialnega kabla na valovod. V primeru valovoda krožnega prereza je to lonček (angleško: coffee-can antenna). Premer lončka mora presegati $d>d_{TE11}\approx 0.5861\,\lambda$ najmanjši premer, ki še omogoča širjenje osnovnega valovodnega rodu TE_{11}.

Osnovni rod TE_{11} vzbujamo s paličasto antenico, ki je priključena na žilo koaksialnega kabla, oklop slednjega pa na steno valovoda. Krožni valovod med antenico in odprtino naj bo dolg vsaj polovico valovne dolžine, da valovod popravi polje palčke. Kratkosklenjeni odsek valovoda na drugi strani palčke mora biti krajši od četrtine valovne dolžine $\lambda_g/4>\lambda/4$ v valovodu,. Kratkosklenjeni odsek tedaj predstavlja induktivnost, ki skupaj s kapacitivnostjo palčke preslika karakteristično impedanco koaksialnega kabla v desetkrat višjo impedanco valovoda.

Premer lončka znaša običajno okoli $d\approx 0.7\lambda$. Če premer preseže $d>d_{TM01}\approx 0.7655\lambda$, palčka vzbuja poleg osnovnega rodu TE_{11} tudi naslednji višji (sodi) rod TM_{01}. Prisotnost višjega sodega rodu povzroči odklon snopa sevanja lončka. Lonček je sicer uporaben kot samostojna antena s smernostjo okoli $D\approx 8\text{dBi}$ oziroma kot žarilec za osvetljevanje globokih paraboličnih zrcal z razmerjem $f/d\approx 0.3...0.4$.

Vzbujanje večje valjne votline izvedemo s simetričnim dipolom, ki zaradi simetrije ne vzbuja nadležnih rodov TM_{01} oziroma TE_{21}. Dipol sredi skodelice premera $d\approx 1.3\lambda$ in dolžine $l\approx 0.5\lambda$ sicer vzbuja tudi višji lihi rod TM_{11} $d_{TM11}\approx 1.2197\lambda$, ki popravi polje osnovnega rodu TE_{11}, poveča izkoristek osvetlitve in daje lep rotacijsko-simetričen smerni diagram.

Dipol v skodelici (angleško: cup dipole) je sicer odlična samostojna antena s smernostjo okoli $D\approx 12\text{dBi}$ oziroma je uporaben kot žarilec za osvetljevanje plitvih paraboličnih zrcal z razmerjem $f/d\approx 0.6...0.7$. Delovanje dipola v skodelici se poruši z vzbujanjem višjih nadležnih rodov, ko premer skodelice preseže $d>1.4\lambda$.

Domiselno rešitev za učinkovito vzbujanje skodelice premera kar $d\approx 2.2\lambda$ in dolžine $l\approx 0.5\lambda$ je našel Hermann W. Ehrenspeck leta 1965. Pri SBFA (Short Back-Fire Antenna) polje na odprtini skodelice oblikuje dodaten kovinski disk premera približno $d'\approx 0.6\lambda$. SBFA ima odličen izkoristek osvetlitve odprtine $\eta_0\rightarrow 1$, nizke stranske snope in visoko smernost okoli $D\approx 16\text{dBi}$.

Z drugimi besedami, kovinski disk SBFA nadomešča dielektrično zbiralno lečo za popravljanje kvadratne napake faze. Umetni dielektriki iz različno oblikovanih kosov kovine sicer zahtevajo samostojno poglavje o antenah.

Nadgradnja SBFA je antena z imenom "lokostrelska tarča" (angleško: archery-target antenna). Tarča ima votlino premera kar $d\approx 5\lambda$ in dolžine približno $l\approx 0.7\lambda$. Votlino tarče vzbuja en sam simetrični dipol v sredini.

Polje na odprtini votline oblikujeta kovinski disk premera približno $d' \approx 0.7\lambda$ in kovinski kolobar z notranjim premerom $d_N \approx 2.2\lambda$ in zunanjim premerom $d_Z \approx 3.7\lambda$. Disk in kolobar spominjata na Fresnelovo lečo, kar ponovno zahteva svoje poglavje o razširjanju valov.

Tarča lahko presega smernost $D \approx 20\mathrm{dBi}$ pri izkoristku osvetlitve odprtine malo pod $\eta_0 < 50\,\%$. Podobno smernost in izkoristek osvetlitve enako velike krožne odprtine premera $d \approx 5\lambda$ bi dosegel stožčasti lijak dolžine kar $l \approx 8\lambda$! Dolžini stožčastega lijaka je treba v praksi prišteti še dolžino prehoda iz koaksialnega kabla na valovod (antena lonček).

Vzbujanje skodelice, SBFA in tarče je običajno izvedeno s simetričnim dipolom. Simetrični dipol je načeloma polvalovni dipol. Votlina ima zelo velik vpliv na impedanco dipola. Sevalna upornost dipola je nižja od sevalne upornosti polvalovnega dipola v praznem prostoru. Reaktivni del impedance dipola se zelo razlikuje med skodelico, SBFA in tarčo.

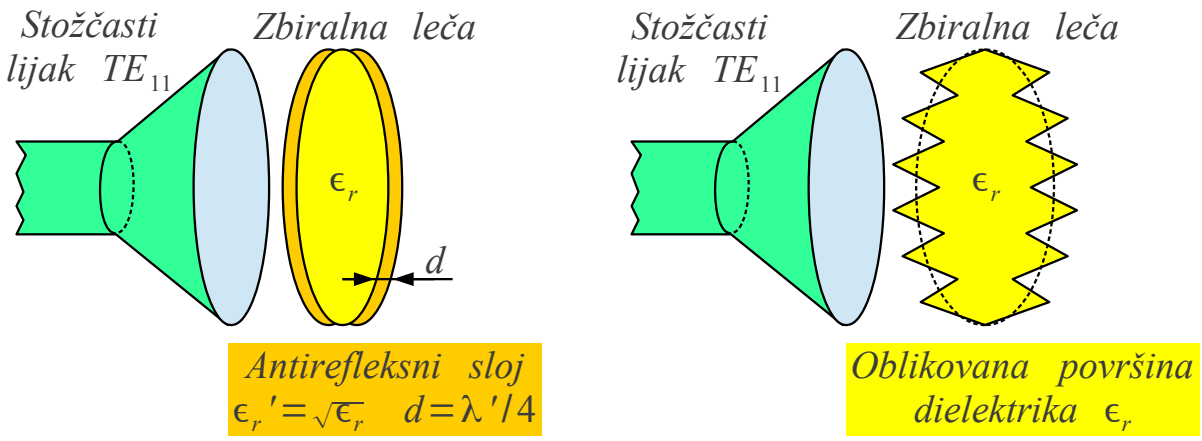
* * * * *

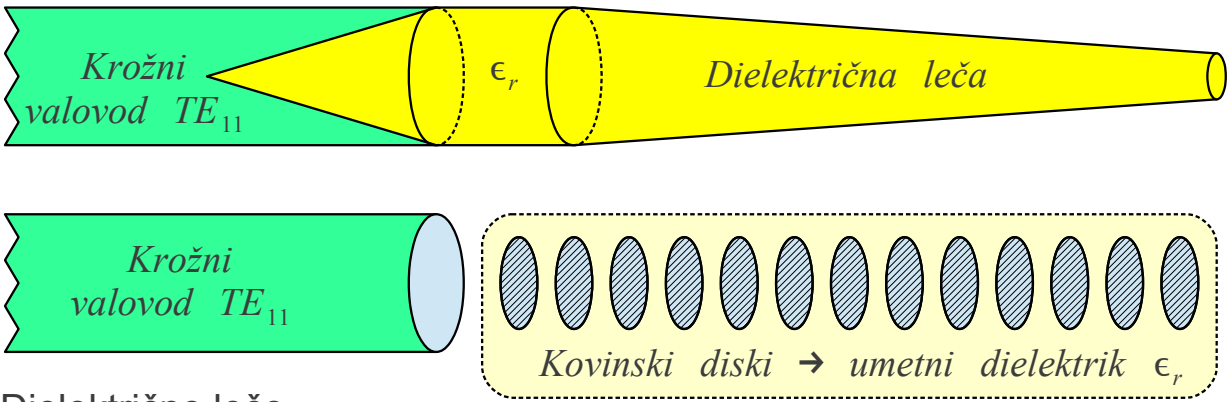
9. Umetni dielektriki

Omejevanje kvadratne napake faze lahko zahteva nepraktično dolge valovodne lijake. Kvadratno napako faze popravi zbiralna leča oziroma zbiralno zrcalo, ki pretvori krogelne valovne fronte v ravne valovne fronte.

Čeprav so osnove delovanja enake, se praktične izvedbe leč za radijske valove v marsičem razlikujejo od leč za vidno svetlobo. Bistvena razlika je v velikosti leče v primerjavi z valovno dolžino. Leče za vidno svetlobo so običajno dosti večje $d \gg \lambda$ od valovne dolžine. Izmere leč za radijske valove so pogosto primerljive $d \approx \lambda$ z valovno dolžino.

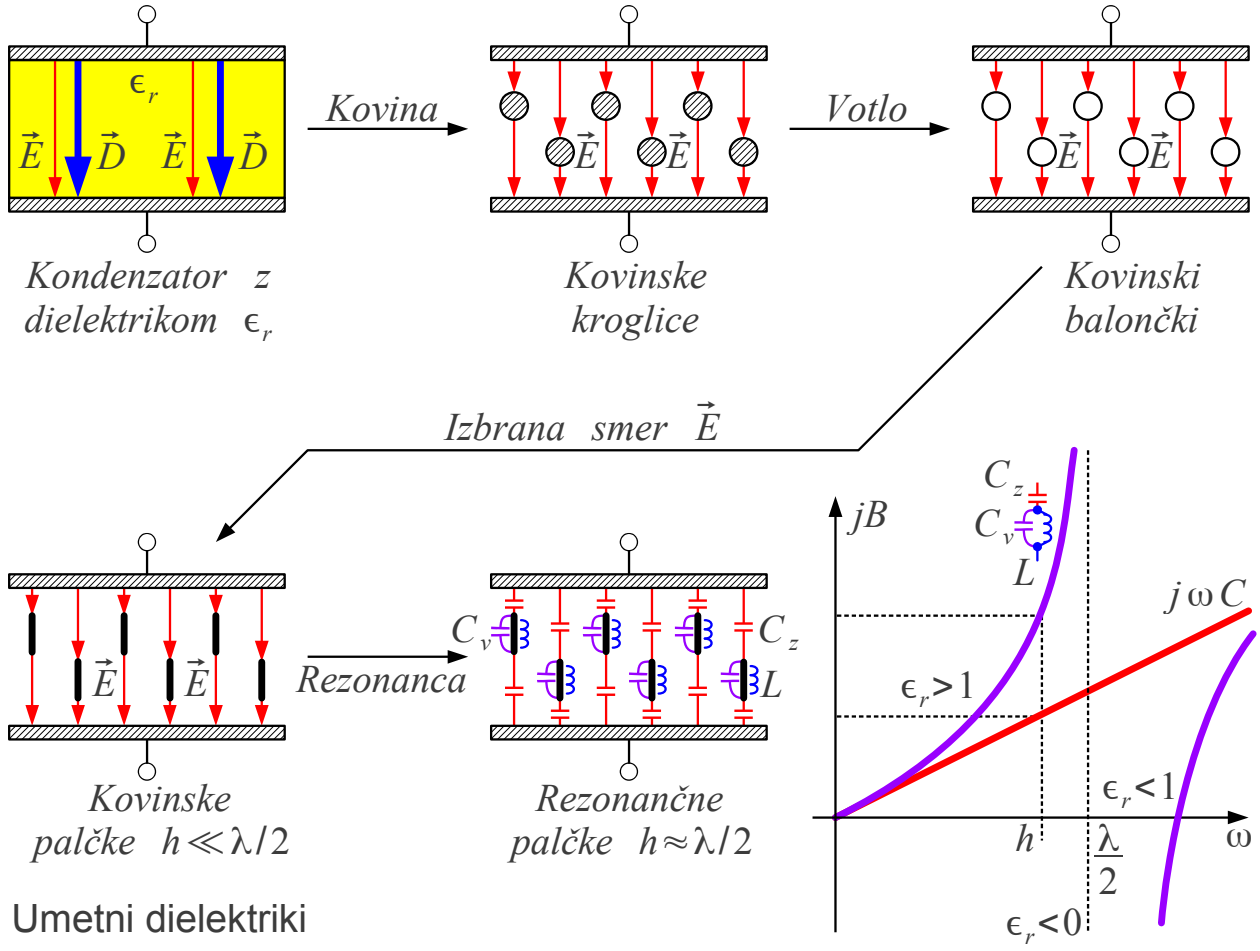
Antirefleksni sloj v področju radijskih valov zlahka nadomestimo s primernim oblikovanjem površine dielektrične leče. Pravi dielektrik lahko nadomestimo z lažjim in cenejšim umetnim dielektrikom. Slednji omogoča oboje: $\epsilon_r > 1$ oziroma $\epsilon_r < 1$. Končno je oblika majhnih leč $d \approx \lambda$ lahko precej drugačna od tistega, kar smo navajeni v optiki $d \gg \lambda$:





Dielektrične leče

Naloga naravnega dielektrika $\epsilon_r > 1$ v zbiralni leči je, da poveča električni pretok $\vec{D} > \vec{D}_0 = \epsilon_0 \vec{E}$ v primerjavi s praznim prostorom. Električni pretok in kapacitivnost ploščatega kondenzatorja lahko povečamo tudi drugače, na primer skrajšamo silnice električnega polja. Silnice skrajšamo tako, da prostor med ploščama zapolnimo s kovinskimi kroglicami:



Umetni dielektriki

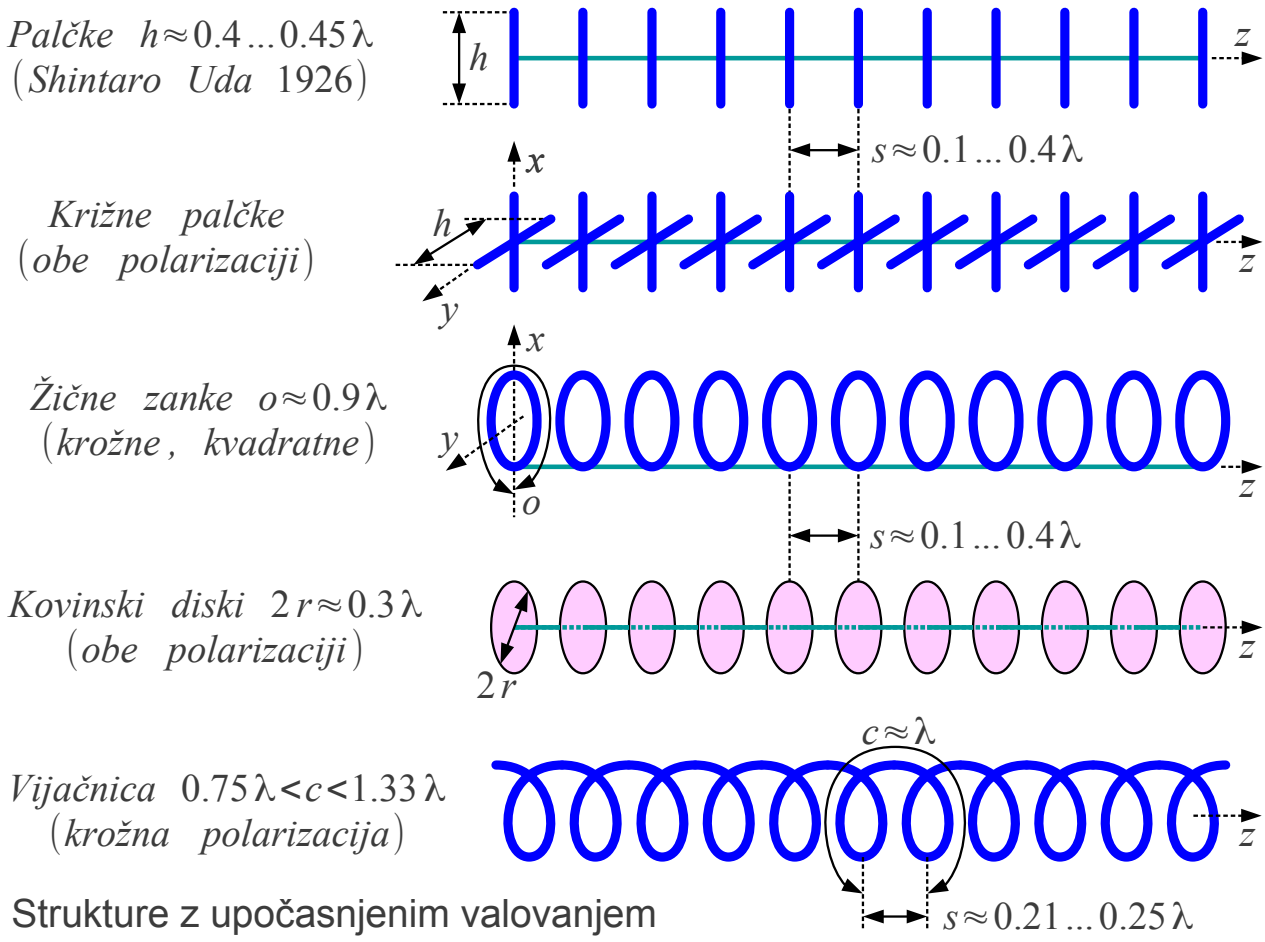
Radijske antene zahtevajo velike leče. Masa in cena 3D predmeta iz naravnega dielektrika oziroma kovine nista zanemarljivi. V primeru umetnega dielektrika smemo polne kovinske kroglice zamenjati z votlimi balončki. Drag in masiven 3D predmet lahko zamenja lahek in cenen 2D predmet. Kovinski balončki so lahko pravi nadomestek za naravni dielektrik z izotropno dielektričnostjo $\epsilon_r > 1$, ki je neodvisna od smeri električnega polja $\vec{E}$.

Radijsko anteno lahko dodatno poenostavimo tako, da izdelamo umetni dielektrik samo za izbrano smer električnega polja $\vec{E}$. V smereh, kjer je komponenta električnega polja enaka nič, je popolnoma nepotrebno graditi umetni dielektrik. Preprosto povedano, ko poznamo smer električnega polja, lahko kovinske balončke zamenjamo z lažjimi in cenejšimi kovinskimi palčkami v smeri polja $\vec{E}$.

Končno, radijske naprave pogosto uporabljajo razmeroma ozek frekvenčni pas $B<10\%\,f_0$, največkrat celo $B<1\%\,f_0$ v primerjavi z osrednjo frekvenco. V ozkopasovnih napravah $B \ll f_0$ lahko dodatno povečamo učinkovitost kovinskih palčk oziroma zmanjšamo količino potrebnega materiala za gradnjo antene z uporabo rezonančnih pojavov.

Vitka kovinska palčka doseže svojo najnižjo rezonančno frekvenco, ko dolžina palčke $h \approx \lambda/2$ približno ustreza polovici valovne dolžine v praznem prostoru. Tik pod zaporedno rezonanco palčka še dodatno poveča dielektričnost prostora $\epsilon_r > 1$, kar dodatno zbira valovanje. Nad zaporedno rezonanco je lahko dielektričnost $\epsilon_r < 1$ tudi manjša od enote, kar razpršuje valovanje. Med zaporedno in vzporedno rezonanco palčke je dielektričnost lahko celo $\epsilon_r < 0$ negativna, kar preprečuje širjenje valovanja.

Antene največkrat potrebujejo zbiralno lečo iz dielektrika $\epsilon_r > 1$. Leča je pogosto podolgovate oblike v smeri širjenja valovanja z . Eno-dimenzijske strukture z upočasnjenim valovanjem (angleško: slow-wave structure) lahko izdelamo na različne načine:



Strukture z upočasnjenim valovanjem

Ko ima električno polje samo eno smer, na primer $\vec{E}=\vec{1}_x E_x$, zadoščajo palčke v isti smeri x , ki jih nanizamo v smeri strukture z . Palčke smemo pritrditi na vzdolžni kovinski nosilec v smeri z točno na sredini, ker tam ni električnega polja v smeri nosilca. Dolžina palčk je običajno okoli $h\approx 0.4...0.45\lambda$ in razmak med palčkami $s\approx 0.1...0.4\lambda$.

Ko ima električno polje obe prečni komponenti $\vec{E}=\vec{1}_x E_x+\vec{1}_y E_y$, uporabimo skupino palčk v smeri osi x in drugo skupino enakih palčk v smeri osi y . Obe skupini palčk smemo pritrditi na skupni kovinski nosilec v smeri osi z . Dolžine palčk v obeh smereh x in y so med sabo enake $h_x=h_y\approx 0.4...0.45\lambda$.

Namesto palčk lahko uporabimo rezonatorje iz tankih vodnikov drugačnih oblik. Zanka krožne, kvadratne, pravokotne ali trikotne oblike doseže svojo najnižjo rezonančno frekvenco, ko obseg zanke $o\approx\lambda$ približno ustreza valovni dolžini. Žične zanke so uporabne kot umetni dielektrik $\epsilon_r>1$, ko obseg zanke znaša približno $o\approx 0.9\lambda$.

Krožne oziroma kvadratne zanke so uporabne kot umetni dielektrik za poljubno polarizacijo $\vec{E}=\vec{1}_x E_x+\vec{1}_y E_y$. Če zanke pritrdimo na vzdolžni kovinski nosilec, struktura žal ni več uporabna za obe polarizaciji. Struktura na sliki deluje samo še za električno polje v smeri $\vec{E}=\vec{1}_y E_y$. Električno polje v smeri $\vec{E}=\vec{1}_x E_x$ vzbudi v zankah na sliki takšno bližnje polje, da ga močno moti kovinski nosilec.

Ugodnejše lastnosti od žičnih zank imajo tanki kovinski diski premera okoli $2r\approx 0.3\lambda$. Takšna struktura z upočasnjenim valovanjem je lahko zelo širokopasovna $B\geq 50\% f_0$. Diske smemo pritrditi na kovinski nosilec v osi, ki ne moti prečnega polja $\vec{E}=\vec{1}_x E_x+\vec{1}_y E_y$ s poljubno polarizacijo. Kovinski diski seveda predstavljajo večji strošek materiala, večjo maso antene in večji upor za veter od vitkih palčk ali zank.

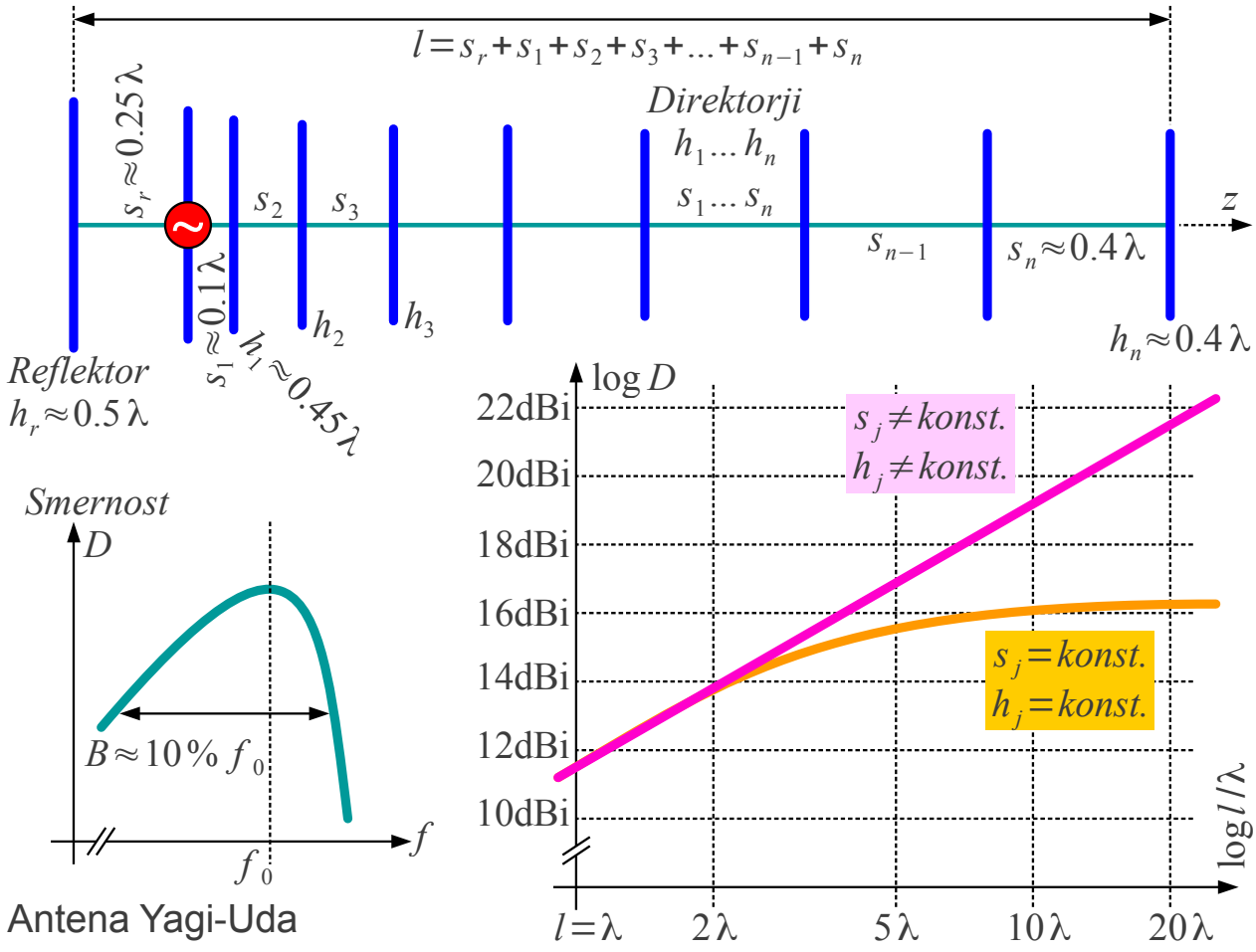
Kot zelo širokopasovna $B\approx 65\% f_0$ struktura z upočasnjenim valovanjem se obnaša tudi vijačnica (angleško: helix) iz kovinske žice ali traku. Obseg vijačnice oziroma dolžina ovoja $c\approx\lambda$ je v velikostnem razredu ene valovne dolžine. Korak vijačnice je okoli $s\approx 0.23\lambda$.

Vijačnica deluje kot struktura z upočasnjenim valovanjem za krožno polarizacijo. Bolj natančno, desna vijačnica deluje kot dielektrik $\epsilon_r>1$ za desno krožno polarizacijo $\vec{E}_D=\left(\vec{1}_x-j\vec{1}_y\right)E/\sqrt{2}$ in leva vijačnica kot

dielektrik $\epsilon_r > 1$ za levo krožno polarizacijo $\vec{E}_L = \left(\vec{1}_x + j\,\vec{1}_y\right) E/\sqrt{2}$.
Kovinski nosilci se nikjer ne smejo dotikati vijačnice!

Prve antene z umetnimi dielektriki je izdelal in objavil v svoji domovini Shintaro Uda leta 1926, tedaj asistent na univerzi Tohoku v mestu Sendai (Japonska). Njegove antene so postale bolj znane šele leta 1928, ko predpostavljeni profesor Hidetsugu Yagi prikaže delo svoje skupine na področju oddajnikov, sprejemnikov, anten in razširjanja metrskih (VHF) in decimetrskih (UHF) v ZDA. Čeprav je Yagi v svojih člankih o usmerjeni (angleško: beam) radijski zvezi pošteno navajal Udo kot izumitelja antene, se je slednje prijelo ime Yagi. Poleg tega se v angleško govorečih državah pogosto uporablja izraz "beam" in le redkokdaj Yagi-Uda kot ime izuma.

Antena Yagi-Uda uporablja umetni dielektrik $\epsilon_r > 1$ v zbiralni leči, strukturi z upočasnjenim valovanjem iz številnih palčk, ki Uda jih imenuje "direktorji" in v razpršilni leči $\epsilon_r < 1$ oziroma odbojniku, ki ga Uda imenuje "reflektor". Anteno Yagi-Uda vzbuja en sam polvalovni dipol. Vse palčke: reflektor, vzbujevalni dipol in direktorji, so običajno nameščene na enem samem (kovinskem) nosilcu v smeri največjega sevanja antene z :



Zaradi uporabe rezonančnih pojavov v vseh palčkah je antena Yagi-Uda razmeroma ozkopasovna $B \approx 10\% f_0$. Debelejše palčke dajejo malenkost večjo pasovno širino. Odvisnost smernosti antene Yagi-Uda $D(f)$ od frekvence ni simetrična funkcija. Delovanje antene Yagi-Uda se zelo hitro poruši na višjih frekvencah. Ko direktorji dosežejo polovico valovne dolžine, antena Yagi-Uda lahko celo seva vzvratno! Obratno, proti nižjim frekvencam smernost antene Yagi-Uda upada razmeroma počasi s frekvenco.

Tudi v svoji najpreprostejši različici z vsemi palčkami na enem samem vzdolžnem nosilcu je načrtovanje antene Yagi-Uda silno zahtevno s številnimi stopnjami svobode. Načeloma so lahko vse palčke različnih dolžin in na različnih medsebojnih razmakih. Debelina palčk ima prav tako manjši vpliv na lastnosti antene Yagi-Uda. Končno mora načrtovalec izbirati med številom palčk $n+2$, skupno dolžino antene l , željeno smernostjo D in pripadajočo pasovno širino B .

Shintaro Uda je v svojih poskusih leta 1926 uporabljal direktorje enakih dolžin $h_j = konst. @\ j = 1,2,3 \ldots n-1,n$ na enakih medsebojnih razdaljah $s_j = konst. @\ j = 2,3,4 \ldots n-1,n$. Uporabljal je enega ali več prostorsko razporejenih reflektorjev in eksperimentiral z oddaljenostjo reflektorja s_r in oddaljenostjo prvega direktorja s_1 od vzbujevalnega dipola. Poskusi so pokazali, da v takšnih razmerah antena Yagi-Uda doseže največjo smernost okoli $D_{MAX} \approx 16\text{dBi}$, ki pri dolžini nosilca nad $l \geq 5\,\lambda$ več ne narašča.

Razvoj antene Yagi-Uda se nadaljuje šele v desetletjih po drugi svetovni vojni. H. W. Ehrenspeck in H. Pöhler sta z res natančnimi meritvami leta 1959 ugotovila, da je bistven podatek za načrtovanje verige direktorjev fazna hitrost strukture z upočasnjenim valovanjem. Fazna hitrost ne sme biti konstantna vzdolž antene Yagi-Uda, pač pa mora biti najnižja pri vzbujevalnem dipolu in počasi naraščati vzdolž antene v smeri sevanja.

Peter P. Viezbicke je v laboratorijih National Bureau of Standards (Sterling, Virginia in Boulder, Colorado, ZDA) opravil v dveh desetletjih številne meritve s ciljem najti načrtovalski postopek anten Yagi-Uda. Viezbicke je svoje ugotovitve strnil v poročilu "Yagi Antenna Design, NBS Technical Note 688" leta 1976.

Viezbicke je uporabljal samo direktorje $h_j \neq konst.$ različnih dolžin. Medsebojne razdalje direktorjev $s_j = konst. @\ j = 1,2,3 \ldots n-1,n$ je držal konstantne. Kljub temu njegovo delo še vedno predstavlja temelj resnega načrtovanja antene Yagi-Uda s pomočjo tabele nekaj uspešnih prototipov:

TABLE 1. OPTIMIZED LENGTHS OF PARASITIC ELEMENTS FOR YAGI ANTENNAS OF SIX DIFFERENT LENGTHS

		LENGTH OF YAGI IN WAVELENGTHS					
		0.4	0.8	1.20	2.2	3.2	4.2
LENGTH OF REFLECTOR, λ		0.482	0.482	0.482	0.482	0.482	0.475
LENGTH OF DIRECTOR, λ	1st	0.424	0.428	0.428	0.432	0.428	0.424
	2nd		0.424	0.420	0.415	0.420	0.424
	3rd		0.428	0.420	0.407	0.407	0.420
	4th			0.428	0.398	0.398	0.407
	5th				0.390	0.394	0.403
	6th				0.390	0.390	0.398
	7th				0.390	0.386	0.394
	8th				0.390	0.386	0.390
	9th				0.398	0.386	0.390
	10th				0.407	0.386	0.390
	11th					0.386	0.390
	12th					0.386	0.390
	13th					0.386	0.390
	14th					0.386	
	15th					0.386	
SPACING BETWEEN DIRECTORS, IN λ		0.20	0.20	0.25	0.20	0.20	0.308
GAIN RELATIVE TO HALF-WAVE DIPOLE IN dBd		7.1	9.2	10.2	12.25	13.4	14.2
DESIGN CURVE (SEE FIG. 9)		(A)	(B)	(B)	(C)	(B)	(D)

Tabela NBS

ELEMENT DIAMETER = 0.0085 λ

f = 400 MHz

REFLECTOR SPACED 0.2λ BEHIND DRIVEN ELEMENT

Viezbicke je prvi objavil, kako upoštevati debelino palčk in preračunati

uspešno anteno Yagi-Uda za palčke drugačnih debelin s pomočjo grafa:

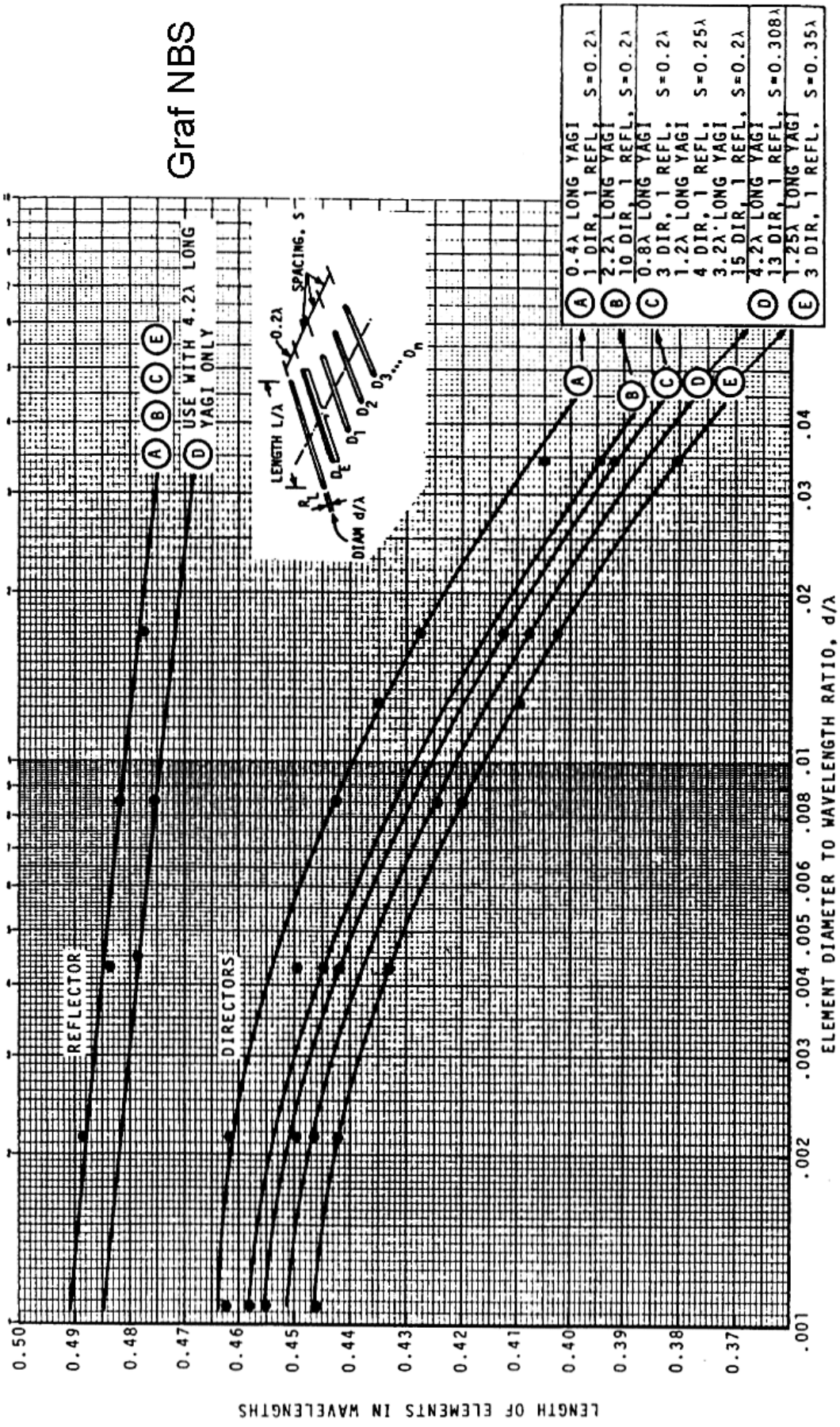


FIG. 9 YAGI ANTENNA DESIGN DATA SHOWING THE RELATIONSHIP BETWEEN ELEMENT DIAMETER TO WAVELENGTH RATIO AND ELEMENT LENGTH FOR DIFFERENT ANTENNAS

Viezbicke je ovrednotil manjši vpliv vzdolžnega nosilca na lastnosti antene. Če palčke prebadajo kovinski nosilec in so z njim v dobrem električnem stiku, je treba dolžinam palčk prišteti približno $\Delta h \approx 0.7\, d$ premera kovinskega nosilca krožnega prereza.

Z uporabo direktorjev $h_j \neq konst.$ različnih dolžin na razdaljah, ki naraščajo od $s_1 \approx 0.1\,\lambda$ pri vzbujevalnem dipolu vse do $s_n \approx 0.4\,\lambda$ na drugem koncu antene je možno doseči še višje smernosti zelo dolge antene Yagi-Uda. Günter Hoch je leta 1982 s skrbnim načrtovanjem antene Yagi-Uda dosegel prirastek smernosti za $\Delta D_{\mathrm{dB}} = D_{\mathrm{dBi}}(2l) - D_{\mathrm{dBi}}(l) \approx 2.35\mathrm{dB}$ za vsako podvojitev dolžine antene vse do $l \geq 20\,\lambda$ in več.

Smernost skrbno načrtovane antene Yagi-Uda torej narašča počasneje od dolžine nosilca oziroma stroškov materiala. Podvojitev dolžine prinese precej manjši prirastek smernosti $\Delta D_{\mathrm{dB}} < 3\mathrm{dB}$ od pričakovanj. Pri zelo dolgih antenah Yagi-Uda niti izgube zaradi končne prevodnosti palčk iz aluminija niso zanemarljive, da je prirastek dobitka še manjši $\Delta G_{\mathrm{dB}} < \Delta D_{\mathrm{dB}}$ od prirastka smernosti.

Varčevanje s kovino v umetnem dielektriku antene Yagi-Uda ima še druge neželjene posledice. Če se na palčkah antene Yagi-Uda za $f_0 \approx 1\mathrm{GHz}$ naberejo dežne kapljice, se frekvenčni odziv antene premakne navzdol za približno $\Delta f \approx -50\mathrm{MHz}$. Če se na palčkah nabereta sneg ali žled, se snop sevanja antene za $f_0 \approx 1\mathrm{GHz}$ obrne v vzvratno smer, frekvenčni odziv antene za $f_0 \approx 100\mathrm{MHz}$ pa znatno premakne navzdol.

Iz omenjenih razlogov vse antene Yagi-Uda običajno načrtujemo za nekoliko višjo frekvenco od nazivne. Če anteno zapremo v pokrov iz izolirne snovi, moramo obvezno upoštevati vpliv dielektričnosti pokrova na frekvenčni odziv antene. Pri izbiri antene ne smemo pozabiti, da so drugačne vrste anten lahko manj občutljive na vremenske pojave, zaščita pred vremenskimi vplivi je mogoče bolj preprosta in lahko imajo pri enaki smernosti manjše izmere od antene Yagi-Uda oziroma drugih anten z umetnimi dielektriki.

Že Shintaro Uda je preizkusil strukture s palčkami, več direktorji in več reflektorji, razporejenimi v več kot eni dimenziji, kar zahteva kompliciranе nosilce. Strukture z upočasnjenim valovanjem iz vitkih kovinskih zank imajo zelo podobne električne lastnosti kot strukture iz ravnih palčk. Večjo pasovno širino omogočajo kovinski diski kot tudi gradniki iz pločevine drugačnih oblik.

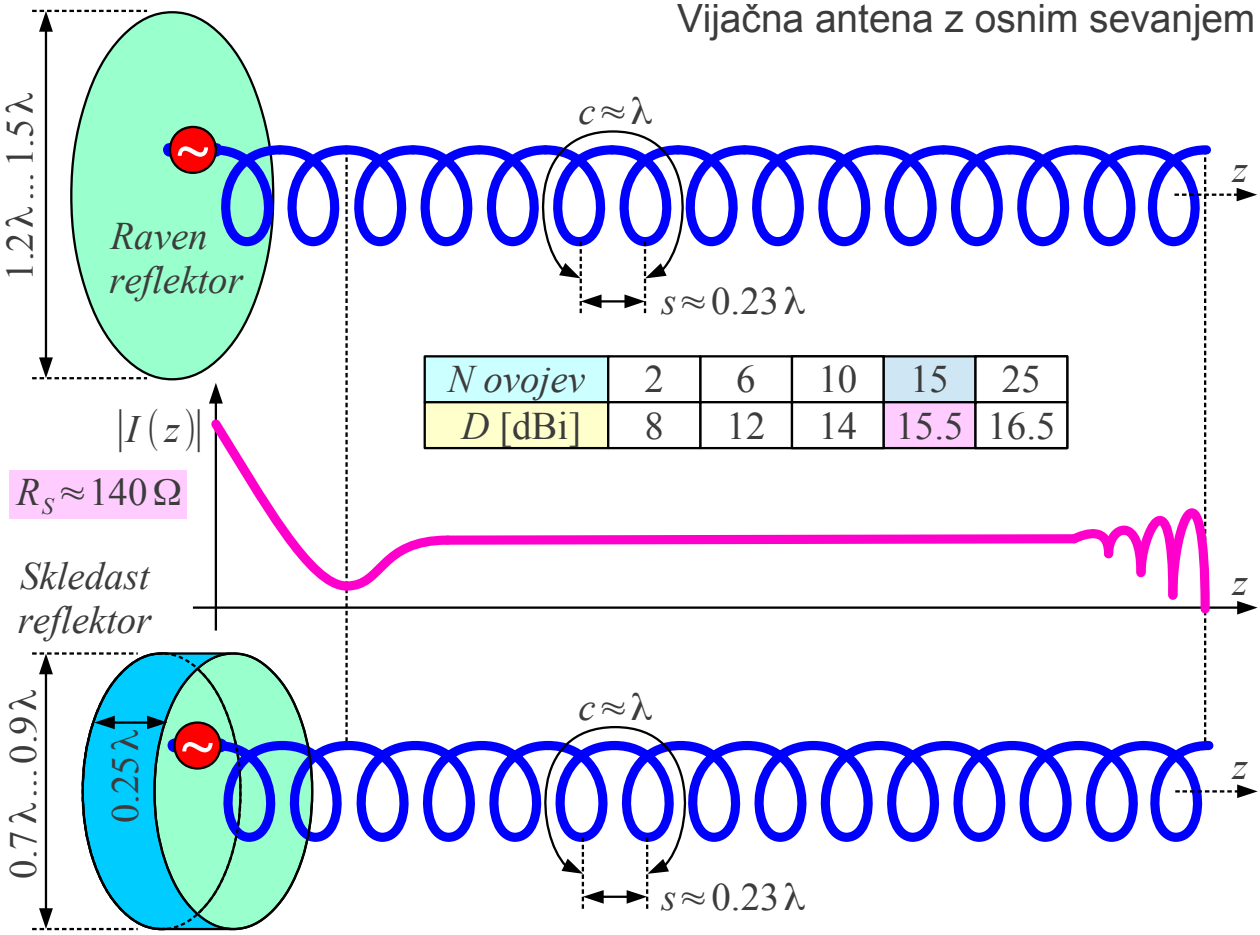
Vijačnica iz žice se je najprej uporabljala v mikrovalovnih elektronkah na potujoči val (TWT). V slednjih vijačnica ali drugačna struktura upočasni

elektromagnetno valovanje do te mere, da postane njegova fazna hitrost primerljiva s hitrostjo snopa elektronov. Takšna vijačnica ima premajhne ovoje in prenizko fazno hitrost, da bi bila uporabna v antenah.

Uporabno usmerjeno anteno, osnovano na vijačnici iz žice, je razvil John D. Kraus in opisal leta 1948. Vijačnica z obsegom oziroma dolžino enega ovoja v območju $3\lambda/4 \le c \le 4\lambda/3$ in razmeroma majhnim naklonom $\alpha = 12° \ldots 15°$ se obnaša kot struktura z upočasnjenim valovanjem za pripadajočo krožno polarizacijo. Naklon ustreza hodu vijačnice $s \approx 0.21 \ldots 0.25\lambda$ pri osrednji frekvenci $c \approx \lambda$.

Vijačnica ni samo struktura z upočasnjenim valovanjem, pač pa hkrati izvor sevanja. Električni generator priključimo med veliko ravno kovinsko ploščo (reflektor) in začetkom vijačnice. Porazdelitev toka na vijačnici pokaže dva zelo različna pojava. Prva dva ovoja vijačnice se obnašata kot izvor sevanja, jakost toka $|I(z)|$ tu skoraj linearno upada. Ostali ovoji vijačnice se obnašajo kot dielektrična leča s tokom skoraj konstantne jakosti $|I(z)| = konst.$ z izjemo krajšega stojnega vala na odprtem koncu antene:

Vijačna antena z osnim sevanjem



N ovojev	2	6	10	15	25
D [dBi]	8	12	14	15.5	16.5

Med obema deloma vijačne antene, po dveh ovojih, jakost toka močno upade. Poskus pokaže, da se obnašanje antene skoraj nič ne spremeni, če

po dveh ovojih žico prekinemo. Najkrajša smiselna vijačna antena z osnim sevanjem v smeri osi z ima torej dva ovoja. Vijačne antene z več ovoji se obnašajo zelo podobno antenam Yagi-Uda primerljive dolžine z izjemo krožne polarizacije in večje pasovne širine strukture z upočasnjenim valovanjem.

Vijačna antena z osnim sevanjem zahteva velik kovinski reflektor. Krožna kovinska plošča naj ima premer $d \approx 1.2\lambda ... 1.5\lambda$. Premajhen reflektor povzroči bočno sevanje antene, kar odžira smernost v osi antene. Raven reflektor lahko uspešno nadomesti skledast reflektor premera $d \approx 0.7\lambda ... 0.9\lambda$ in obodom višine najmanj četrt valovne dolžine.

Nadležno bočno sevanje lahko povzroči tudi raven odsek žice, pravokoten na reflektor, med reflektorjem in začetkom vijačnice. Slednji je pogosta konstrukcijska napaka številnih praktičnih vijačnih anten. Na skici vijačne antene je na tem mestu narisan električni generator, ki bi moral biti čim manjši, da bočno sevanje ravnega odseka ne odžira smernosti v osi antene. Sevalna upornost opisane vijačne antene z osnim sevanjem je v velikostnem razredu $R_S \approx 140\Omega$.

Vijačnica s konstantnim premerom in hodom ustreza anteni Yagi-Uda z direktorji enake dolžine $h_j = konst.$ na enakih medsebojnih razdaljah $s_j = konst.$. Seveda lahko električni vodnik navijemo tudi na plašč stožca in uporabimo spremenljiv hod vijačnice. Stojni val na odprtem koncu vijačnice lahko zadušimo tako, da zadnja dva ovoja skrčimo v stožec in na ta način izboljšamo osno razmerje krožne polarizacije.

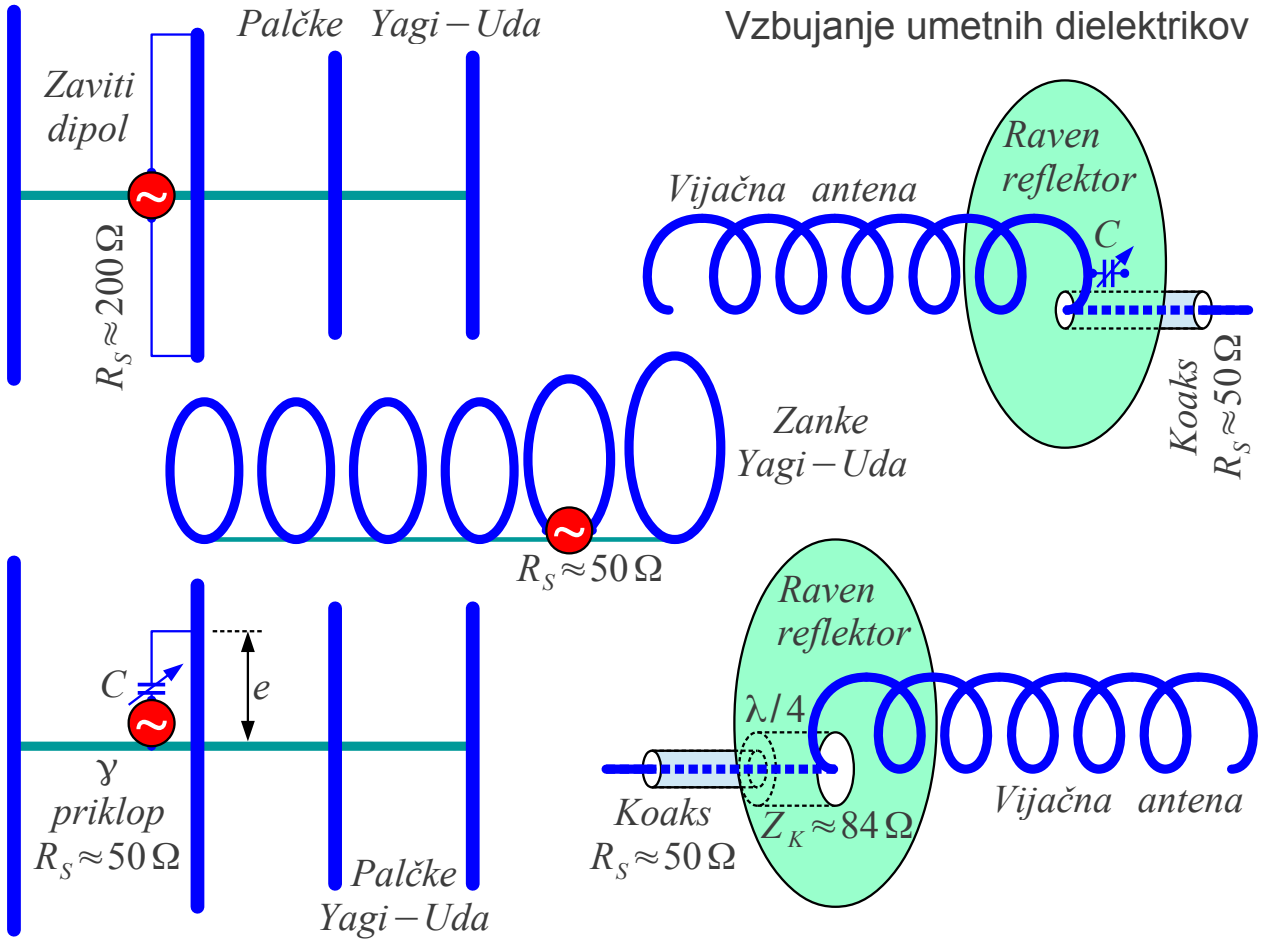
Z izjemo vijačnice večina ostalih struktur z upočasnjenim valovanjem potrebuje še vzbujanje s primernim izvorom sevanja. Vzbujanje je najpogosteje podobno gradnikom strukture, na primer polavalovni dipol v anteni Yagi-Uda s palčkami, enovalovna zanka $o \approx \lambda$ v strukturi zank oziroma valovodni lijak, ki osvetljuje kovinske diske. Prisotnost zbiralnih in razpršilnih leč ter odbojnikov ima velik vpliv na impedanco polvalovnega dipola oziroma enovalovne zanke.

Reflektor in direktorji običajno znižajo sevalno upornost vzbujevalnega dipola antene Yagi-Uda. Kot vzbujevalni dipol se pogosto uporablja zaviti dipol s sevalno upornostjo okoli $R_S \approx 200\Omega$, kar simetrirni člen $\lambda/2$ preslika na $Z_K = 50\Omega$ standardnega koaksialnega kabla. Dodatno transformacijo impedance omogoča nesimetrični zaviti dipol.

"Gama" prilagoditev (angleško: gamma match) oziroma γ priklop omogoča transformacijo impedance v zelo širokem razponu z nastavljanjem dveh gradnikov: kondenzatorja C in dolžine prilagodilnega voda e .

Izredno širok razpon transformacije γ priklopa je lahko celo varljiv: kljub brezhibni prilagoditvi impedance antena mogoče sploh ne deluje na željeni frekvenci?

Sevalna upornost osamljene enovalovne zanke je v velikostnem razredu $R_S \approx 100\,\Omega$. Ko vzbujevalno zanko vstavimo med zanko reflektor in verigo zank direktorjev, se njena sevalna upornost razpolovi. Slednja je blizu $Z_K = 50\,\Omega$ standardnega koaksialnega kabla, kar razlaga priljubljenost zank Yagi-Uda:



Vijačno anteno pogosto napajamo s standardnim koaksialnim kablom $Z_K = 50\,\Omega$ preko četrtvalovnega transformatorja iz koaksialnega kabla s karakteristično impedanco $\sqrt{140\,\Omega \cdot 50\,\Omega} \approx 84\,\Omega$. Bolj preprosta rešitev prilagoditve impedance vijačne antene na $Z_K = 50\,\Omega$ je nastavljivi kondenzator C , priključen med prvi ovoj vijačnice in reflektor na približno $1/8$ ovoja ($45\,°$) od napajalne točke. Nastavljivi kondenzator C je lahko preprosto košček pločevine, pritrjen na reflektor ali pa vijačnico in ukrivljen proti drugi elektrodi za najboljšo prilagoditev impedance.

Za vse antene s strukturami z upočasnjenim valovanjem, ki so

načrtovane za največjo smernost, so značilni razmeroma veliki stranski snopi sevanja in ožji glavni snop. Krausov približek smernosti $D \approx 4\pi/(\alpha_E \alpha_H)$ iz širin $-3\mathrm{dB}$ obeh prerezov glavnega snopa daje previsoko oceno smernosti. Previsoke navedbe smernosti in dobitkov zasledimo v številnih člankih, knjigah in reklamah proizvajalcev anten.

Vsem antenam s strukturami z upočasnjenim valovanjem se impedanca hitro spreminja s frekvenco. Če izmerjena impedanca antene ni kaj dosti odvisna od frekvence oziroma je antena dobro impedančno prilagojena v širšem frekvenčnem pasu, to najpogosteje pomeni resno načrtovalsko napako antene. Smernost in dobitek takšne sumljive antene sta najpogosteje dosti nižja od navedb.

Vsi opisani umetni dielektriki so eno-dimenzijske strukture. Gradniki strukture so nanizani na eni sami osi v smeri sevanja antene. Povsem jasno se da izdelati tudi 2D in 3D umetne dielektrike. Ker slednji potrebujejo večjo količino kovine od preprostega zbiralnega zrcala, se pri gradnji anten večinoma niso uveljavili.

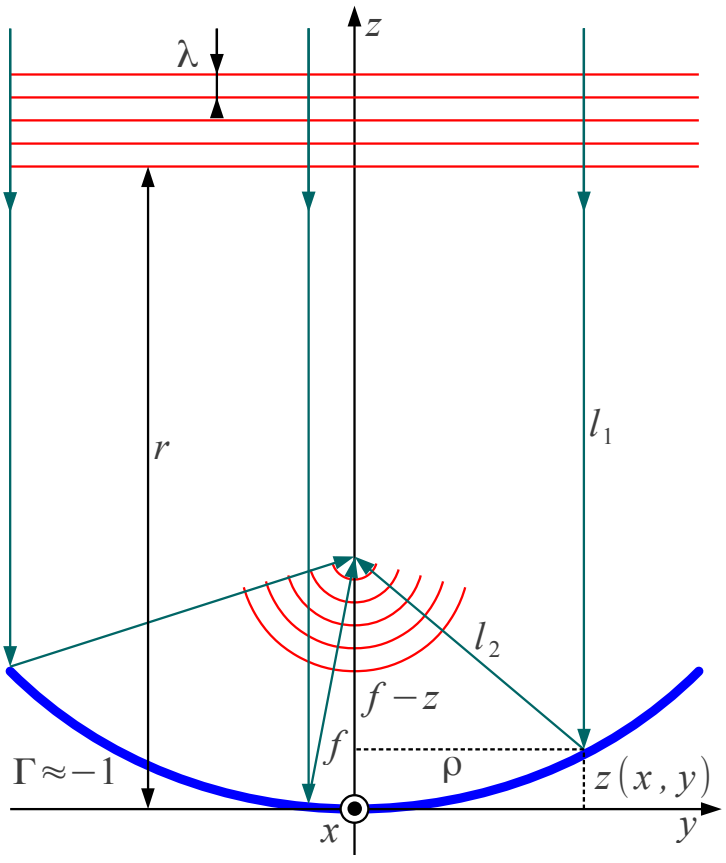
* * * * *

10. Zbiralna zrcala

Izmed različnih ukrepov za odpravljanje kvadratne napake faze so zbiralna zrcala za radijske valove še najbolj podobna zbiralnim zrcalom za vidno svetlobo. Radijska zrcala so učinkovitejša od kovinskih zrcal za svetlobo. Od kovine se odbije približno $P_0 \approx 80\% P_V$ ali $-1\,\mathrm{dB}$ vpadne svetlobe. Površina kovine je dosti boljše zrcalo za radijske valove, odbojnost dosega $\Gamma \approx -1$, da se odbije skoraj vsa vpadna moč.

Kvadratno napako faze popravlja zbiralno zrcalo. Zbiralno zrcalo je ukrivljena kovinska ploskev z dvema dimenzijama, torej načeloma lažja in cenejša od tri-dimenzijske dielektrične leče. Povrhu je delovanje kovinskega zrcala neodvisno od frekvence za razliko od frekvenčno zelo odvisnih umetnih dielektrikov.

Obliko zbiralnega zrcala dobimo iz pogoja, da so vsi žarki od izbrane ravne valovne fronte do gorišča zrcala enako dolgi $l_1 + l_2 = konst.$, kar pretvori ravninski val v krogelni val ali obratno:



Zbiralno zrcalo

$$l_1 + l_2 = konst. = r + f$$

$$l_1 = r - z$$

$$l_2 = \sqrt{(f - z)^2 + \rho^2}$$

$$f \equiv goriščna \quad razdalja$$

$$r - z + \sqrt{(f - z)^2 + \rho^2} = r + f$$

$$\sqrt{(f - z)^2 + \rho^2} = f + z$$

$$(f - z)^2 + \rho^2 = (f + z)^2$$

$$f^2 - 2fz + z^2 + \rho^2 = f^2 + 2fz + z^2$$

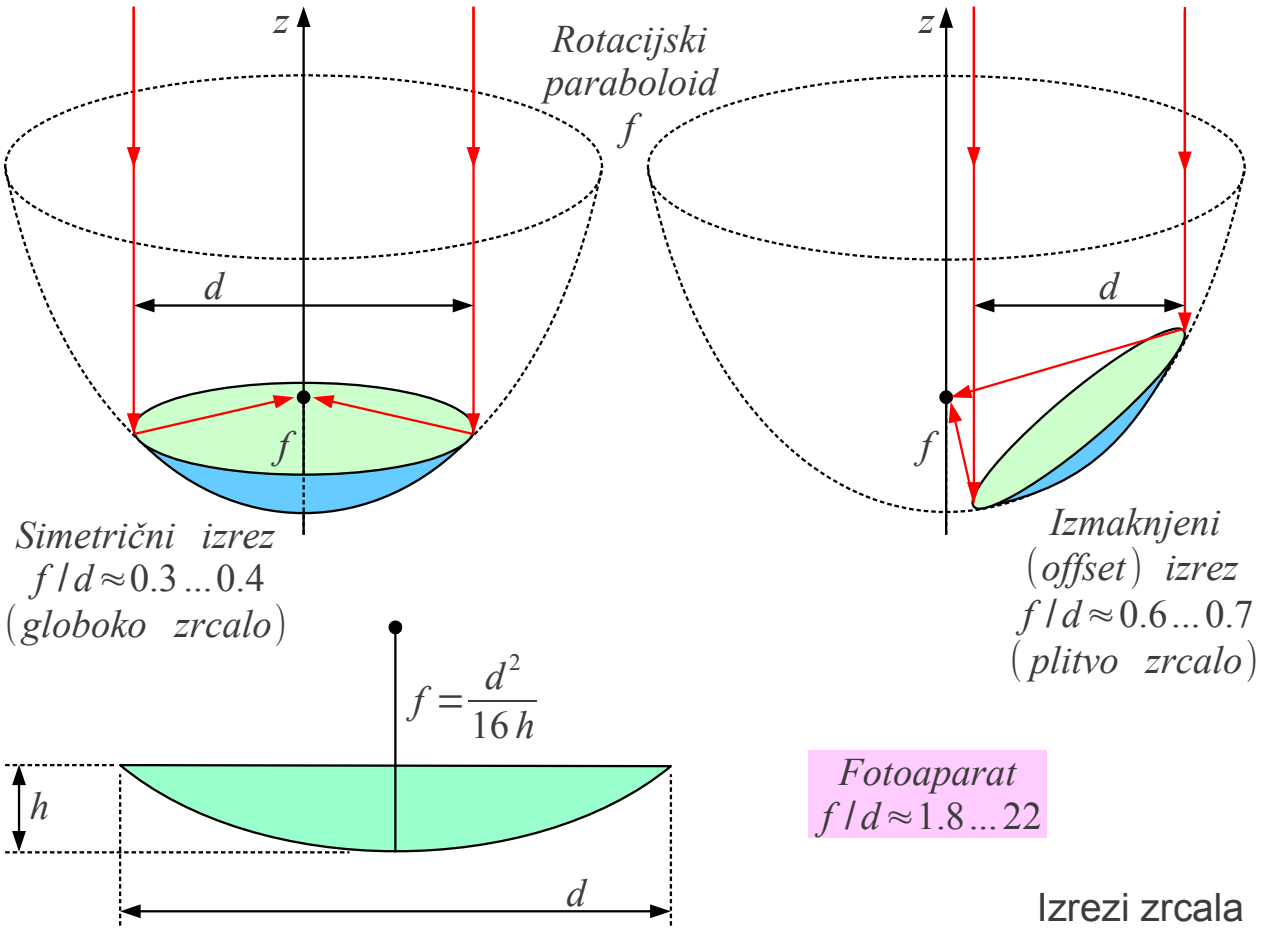
$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\rho^2 = 4fz = x^2 + y^2$$

$$Rotacijski \quad paraboloid: \quad z(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{4f}$$

Matematična krivulja, ki ima eno gorišče na končni razdalji f in drugo gorišče v neskončnosti, je v dveh dimenzijah parabola. V treh dimenzijah krivuljo nadomesti ploskev vrtenina, to je rotacijski paraboloid. Krivuljo v dveh dimenzijah oziroma ploskev v treh dimenzijah določa ena skalarna enačba, na primer $z(x,y)=(x^2+y^2)/(4f)$.

Rotacijski paraboloid je neskončno velika ploskev. Neskončno velike naprave v praksi ne moremo izdelati. Izdelamo lahko kvečjemu del ploskve, ki jo izrežemo iz teoretskega paraboloida. V radijskih antenah se večinoma uporabljata dva izreza, simetrični izrez in izmaknjeni (angleško: offset) izrez:



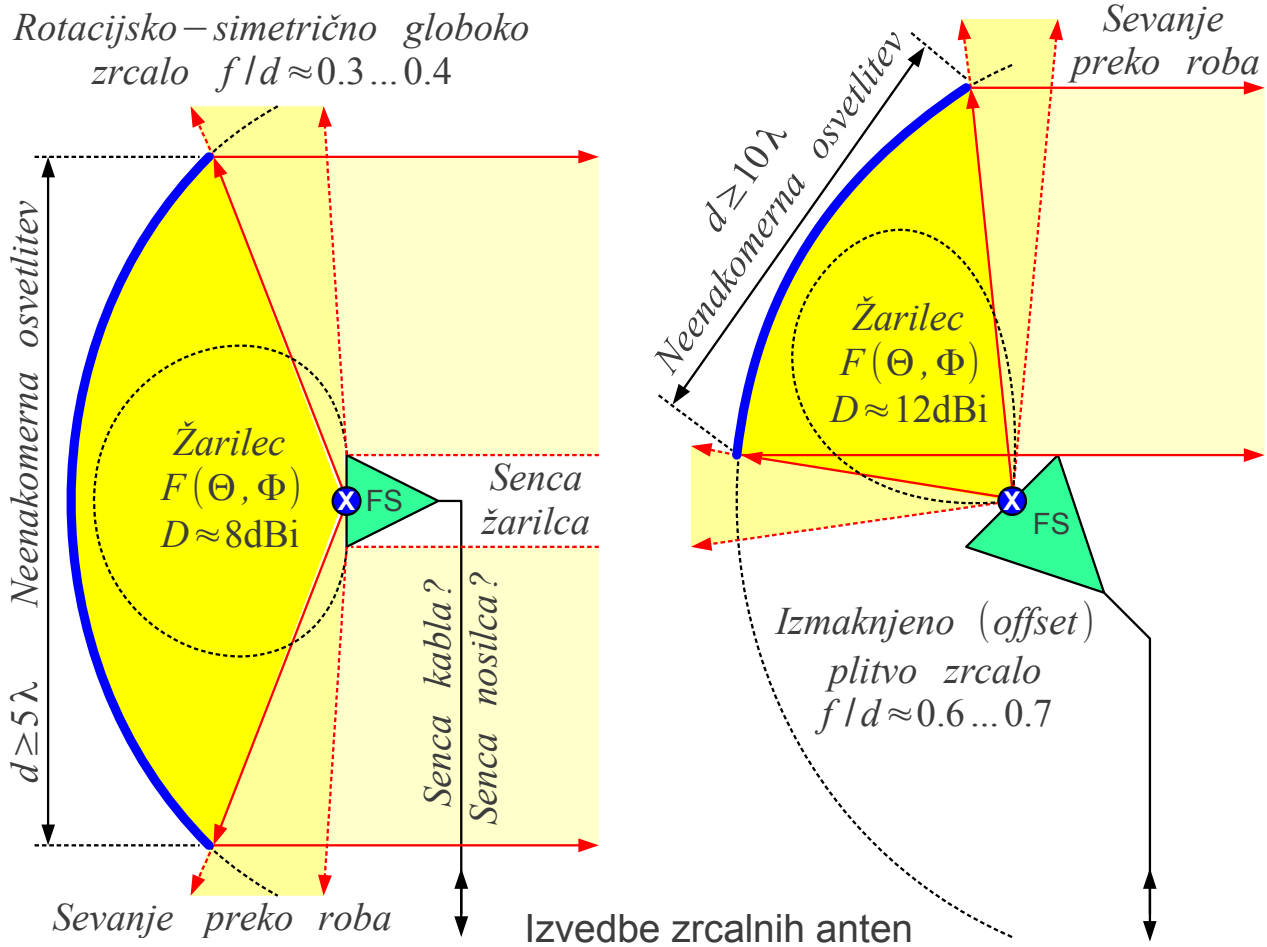
Izrezi zrcala

Oba izreza sta največkrat krožne oblike premera d . Izreza sta lahko eliptične oblike, ko želimo sploščen snop sevanja. Kvadratne izreze oziroma izreze drugačnih oblik je težje izdelati in še težje učinkovito osvetliti s primernim žarilcem. Pri krožnem simetričnem izrezu velja preprosta povezava med goriščnico in globino zrcala $f=d^2/(16h)$.

Rotacijsko-simetrična zrcala so večinoma globoka zrcala z razmerjem $f/d\approx 0.3\ldots 0.4$, kar za izbrano površino daje kompaktno anteno.

Izmaknjena zrcala so plitvejša z razmerjem $f/d \approx 0.6 \ldots 0.7$. Vsa ta razmerja so majhna v primerjavi s tistim, česar smo navajeni v optiki. Zaslonka fotoaparata nastavlja $f/d \approx 1.8 \ldots 22$.

Žarilec moramo pred zrcalo namestiti tako, da fazno središče žarilca sovpada z goriščem zrcala:

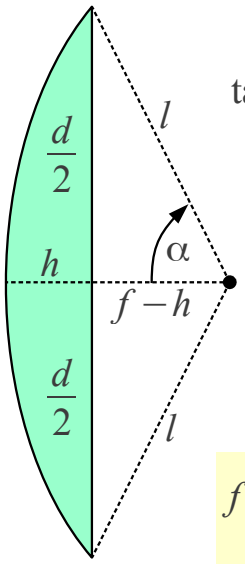


Izvedbe zrcalnih anten

Vsaka izvedba zrcalne antene ima svoje omejitve. Smerni diagram žarilca ni idealen. Površina zrcala ni osvetljena enakomerno. Nekaj sevanja žarilca uhaja tudi preko roba zrcala (angleško: spillover). Pri rotacijsko-simetričnem zrcalu se ne moremo izogniti senci žarilca kot tudi njegovih nosilcev in priključnega voda. Izmaknjeno zrcalo se sicer izogiblje senci žarilca, ima pa zaradi bolj položnega vpada valovanja večjo površino in zahteva daljši nosilec žarilca.

Velikost žarilca in učinek njegove sence postavlja najmanjše smiselne izmere globokega rotacijsko simetričnega zrcala $d \geq 5\lambda$. Plitvo izmaknjeno zrcalo ima večji f/d , kar zahteva večji žarilec in postavlja smiselne izmere izmaknjenega zrcala nad $d \geq 10\lambda$. Zbiralno zrcalo ni smiselna izbira za majhne antene, kjer drugačna zasnova antene daje enako smernost z manj stranskimi snopi in predvsem z manj materiala za nižjo ceno.

Lastnosti zrcalne antene so v veliki meri odvisne od načine osvetlitve in uporabljenega žarilca. Zahteve za žarilec najlažje določimo pri rotacijsko-simetričnem zrcalu. Iz razmerja f/d lahko določimo kot 2α, ki mora ustrezati snopu sevanja žarilca:



$$\tan\alpha=\frac{\frac{d}{2}}{f-h}=\frac{\frac{d}{2}}{f-\frac{d^2}{16f}}=\frac{2\cdot\frac{d}{4f}}{1-\left(\frac{d}{4f}\right)^2}$$

$$h=\frac{d^2}{16f}$$

$$\tan\frac{\alpha}{2}=\frac{d}{4f}$$

$$\tan\alpha=\frac{2\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\left(\tan\frac{\alpha}{2}\right)^2}$$

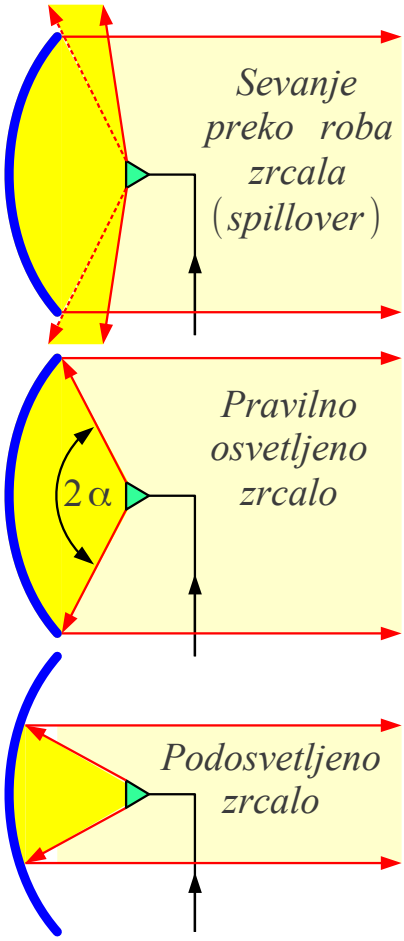
$$f/d=\frac{1}{4\tan\frac{\alpha}{2}}$$

$$\alpha=2\arctan\frac{1}{4(f/d)}$$

$$l=\sqrt{(d/2)^2+(f-h)^2}=f\left[1+\left(\frac{1}{4(f/d)}\right)^2\right]$$

Zgled $f/d=0.4$ → $\alpha\approx1.12\text{rd}\approx64°$ $2\alpha\approx128°$

$l\approx1.39f$ → $20\log_{10}(l/f)\approx2.86\text{dB}$



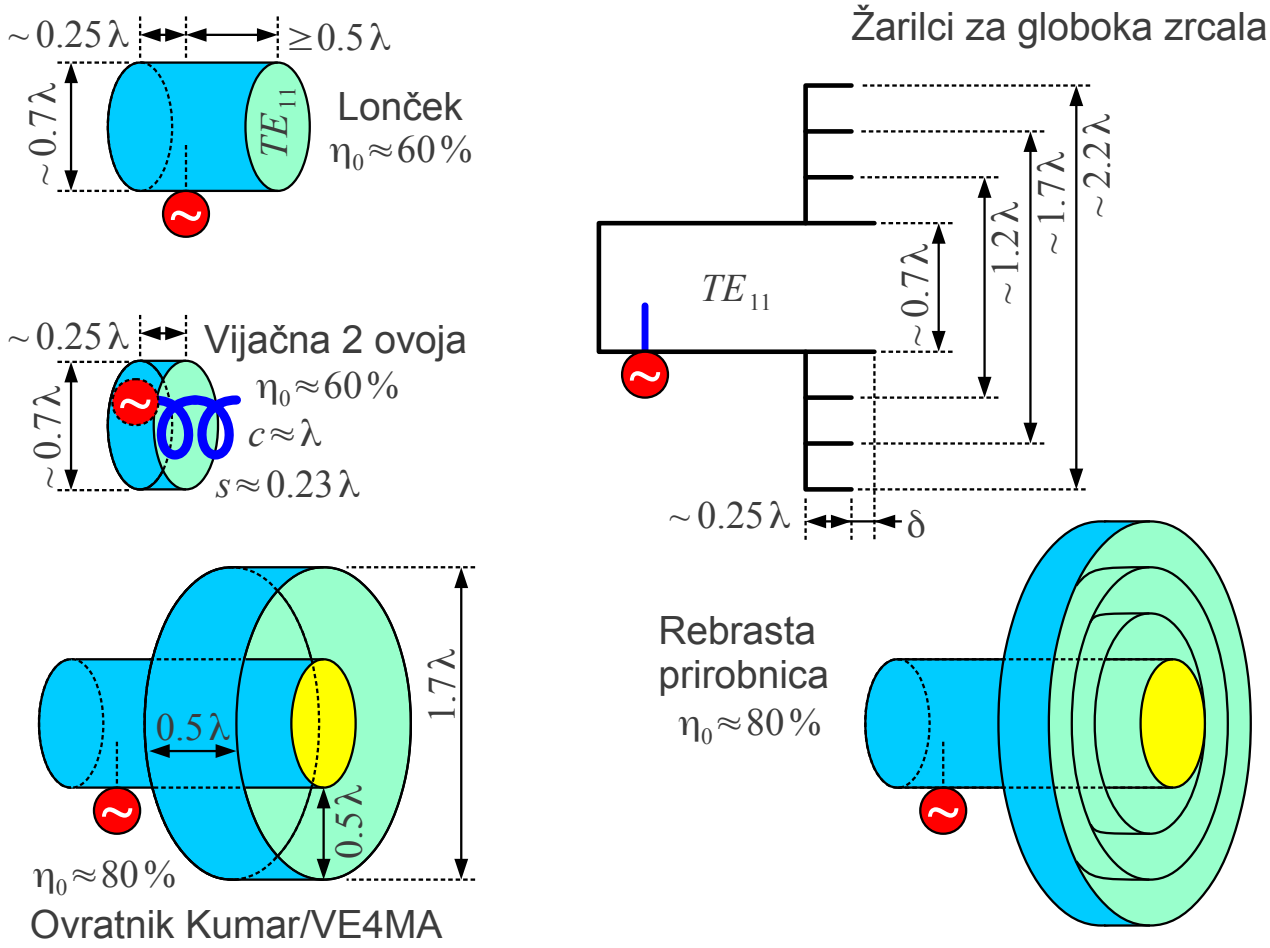
Osvetlitev zrcala

Pri osvetlitvi zrcala moramo upoštevati, da se razdalja med žarilcem in površino zrcala spreminja od najnižje vrednosti f v temenu zrcala vse do l na robu zrcala. Pri globokih rotacijsko simetričnih zrcalih $f/d\approx0.3\ldots0.4$ povečana razdalja prinese do $\Delta a\approx-3\text{dB}\ldots-4\text{dB}$ več slabljenja do roba zrcala glede na teme.

Preprosti žarilci imajo zvezno funkcijo smernega diagrama $F(\Theta,\Phi)$, ki počasi upada od smeri največjega sevanja v osi. Z upoštevanjem neenakomerne osvetlitve površine zrcala, sevanja preko roba in sence žarilca izkoristek osvetlitve odprtine dosega komaj $\eta_0\approx50\%\ldots60\%$, ko osvetlitev na robu zrcala upade za približno $a\approx-10\text{dB}$ glede na središče zrcala. Upadanje osvetlitve vključuje okoli -6dB upadanja smernega diagrama žarilca $F(\Theta,\Phi)$ ter učinek povečane razdalje do roba zrcala $l>f$.

Visoko slabljenje stranskih snopov sevanja zrcalne antene zahteva večje upadanje osvetlitve vse do $a \approx -15\mathrm{dB} \ldots -20\mathrm{dB}$ na robu zrcala. Pri vesoljskih komunikacijah predstavlja veliko omejitev toplotni šum. Satelitske antene pogosto načrtujemo za upadanje osvetlitve $a \approx -15\mathrm{dB}$ na robu zrcala, da pogled žarilca preko roba ne sprejema toplotnega šuma vroče okolice $T_Z \approx 290\mathrm{K}$ na Zemlji. Znižanje toplotnega šuma na raven hladnega neba $T_N \approx 10\mathrm{K}$ je v tem primeru bolj pomembno od manjše izgube smernosti sprejemne antene.

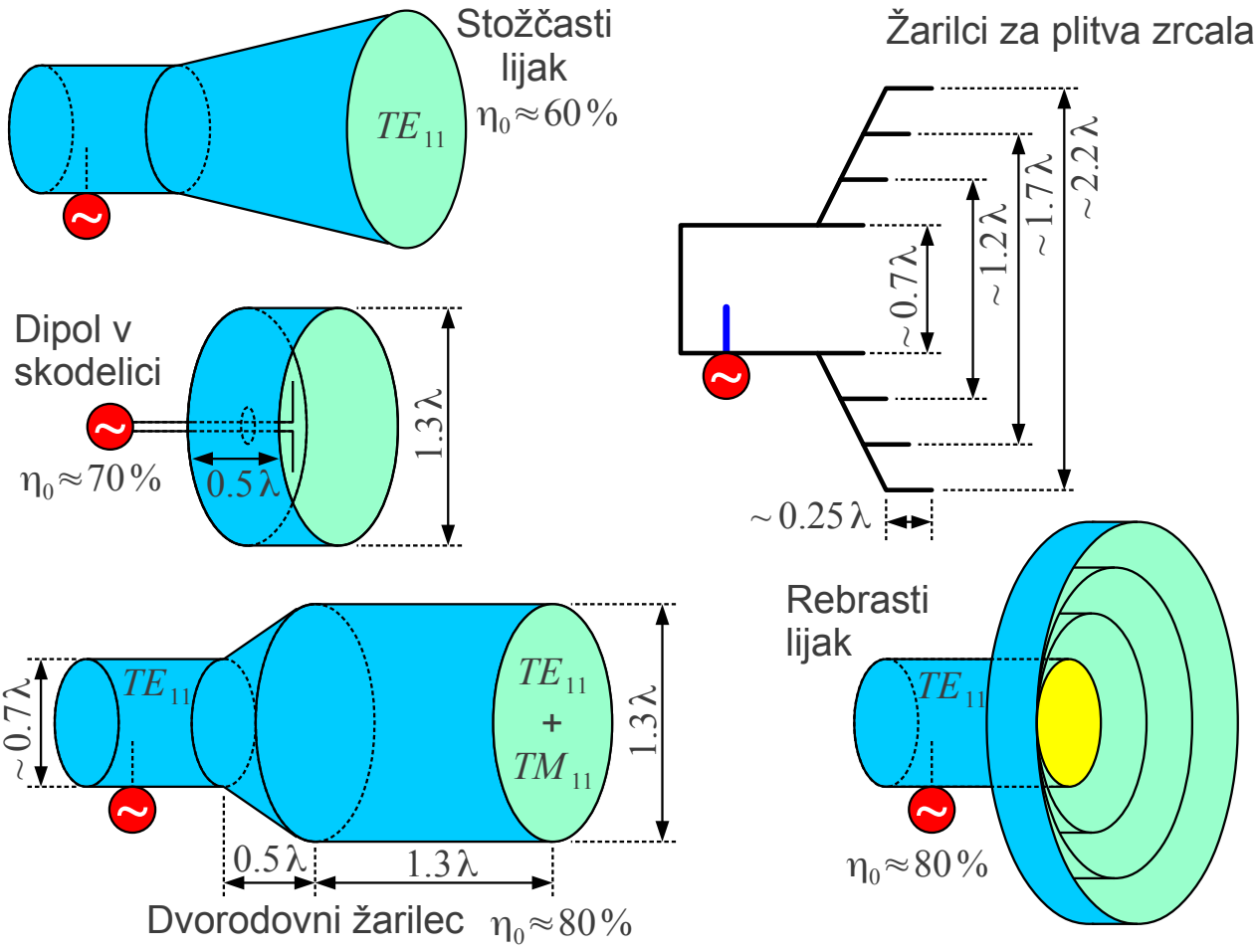
Smernost žarilca je v velikostnem razredu $D \approx 8\mathrm{dBi}$ za osvetlitev globokega zrcala $f/d \approx 0.3 \ldots 0.4$. Za osvetlitev majhnega $d \approx 5\lambda$ zrcala je smiselno uporabiti čim manjši žarilec, da je njegova senca čim manjša. V ta namen lahko uporabimo votlinsko anteno "lonček" oziroma prehod iz koaksialnega kabla na krožni valovod. Podobne lastnosti ima tudi krajša vijačna antena na dva ovoja. V obeh primerih lahko računamo na izkoristek osvetlitve okoli $\eta_0 \approx 60\,\%$. Pri krožni polarizaciji ne smemo pozabiti, da odboj od zrcala menja smer krožne polarizacije!



Pri večji globokih zrcalih $d \geq 10\lambda$ si lahko privoščimo večji žarilec, ki omogoča bolj enakomerno osvetlitev zrcala z izkoristkom do $\eta_0 \approx 80\,\%$.

Preprosta rešitev je ovratnik globine $\lambda/2$ in širine $\lambda/2$, ki ga je izumil Akhileshwar Kumar leta 1978, med radioamaterje pa razširil VE4MA. Širši frekvenčni pas pokrije rebrasta prirobnica (angleško: corrugated flange), ki jo namestimo na krožni valovod. Odmik prirobnice δ od odprtine valovoda pri tem omogoča manjše popravke kota sevanja 2α žarilca.

Plitva (izmaknjena) zrcala $f/d \approx 0.6 \ldots 0.7$ zahtevajo večje žarilce z višjo smernostjo okoli $D \approx 12\text{dBi}$. Stožčasti kovinski lijak pri tem dosega izkoristek osvetlitve okoli $\eta_0 \approx 60\,\%$ zaradi nesimetrije osnovnega valovodnega rodu TE_{11} . Boljši izkoristek osvetlitve doseže dipol v skodelici. Še boljši izkoristek osvetlitve okoli $\eta_0 \approx 80\,\%$ doseže dvorodovni žarilec:



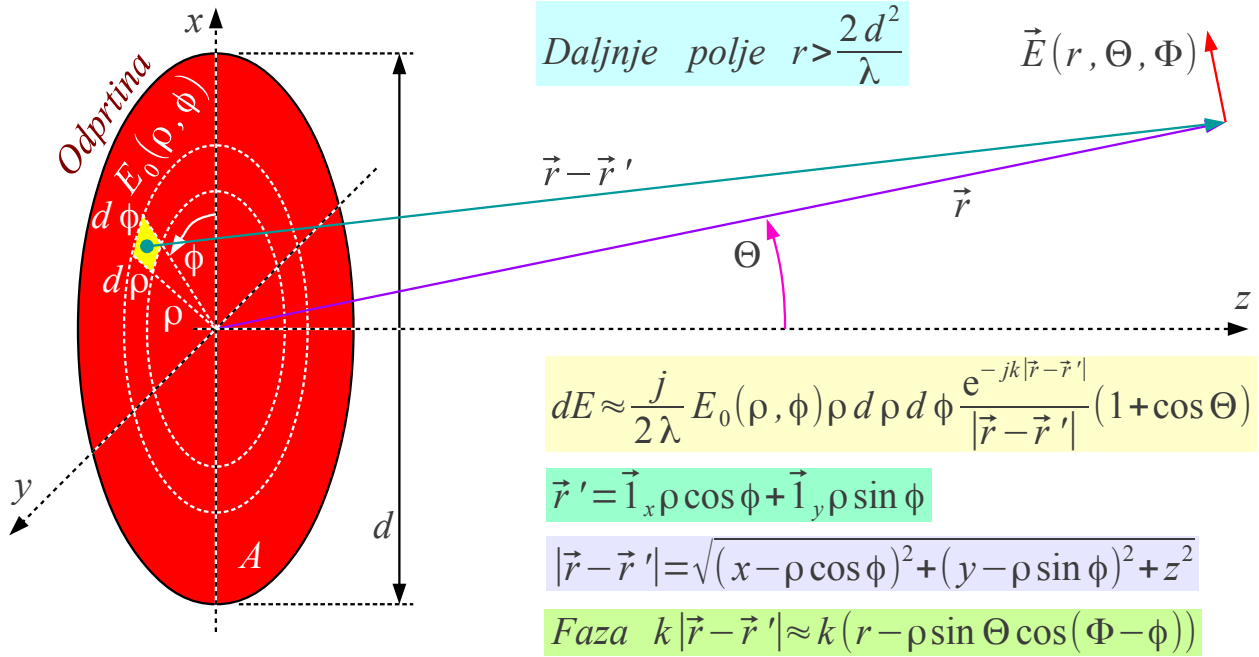
V dvorodovnem žarilcu krožni valovod hitro razširimo, da poleg osnovnega rodu TE_{11} vzbudimo še višji rod TM_{11} v širši cevi. Zaradi različnih faznih konstant $\beta_{TM11} < \beta_{TE11}$ lahko s skrbno izbiro dolžine širše cevi natančno nastavimo medsebojno fazo obeh rodov. Opisana rešitev dobro deluje v ozkem frekvenčnem pasu.

Širokopasovna rešitev za vsa zrcala je rebrasti lijak (angleško:

corrugated horn). Rebrasta prirobnica je navsezadnje samo široko odprt rebrasti lijak. Rebrasta površina ima krožne utore globine $\lambda/4$. Utori preslikajo kratek stik v odprte sponke, kar preprečuje ploskovne tokove $\vec{K}=0$ oziroma tangencialno komponento magnetnega polja ob steni $\vec{H}_t=0$. Kovinski grebeni med utori preprečujejo tangencialno komponento električnega polja $\vec{E}_t=0$.

Rebraste stene valovoda oziroma lijaka se pri gostoti najmanj tri rebra na valovno dolžino (boljše več) obnašajo enako za električno in magnetno polje. Osnovni rod v takšnem valovodu oziroma lijaku je hibridni rod HE_{11} , ki ima zelo lepo simetrično porazdelitev električnega in magnetnega polja ter lep, rotacijsko-simetričen smerni diagram. Rebrasti žarilec oziroma angleško "scalar feed" dosega izkoristek osvetlitve zrcala okoli $\eta_0 \approx 80\,\%$ za globoka in plitva zrcala in celo še več pri dvo-zrcalnih antenah.

Sevanje zrcalne antene $\vec{E}(\vec{r})=\vec{E}(r,\Theta,\Phi)$ običajno računamo kot sevanje krožne odprtine. Osvetlitev odprtine $E_0(\rho,\phi)$ običajno zapišemo z valjnimi koordinatami na površini zrcala A :



$$dE \approx \frac{j}{2\lambda} E_0(\rho,\phi)\,\rho\,d\rho\,d\phi\,\frac{e^{-jk|\vec{r}-\vec{r}\,'|}}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}(1+\cos\Theta)$$

$$\vec{r}\,' = \vec{1}_x \rho\cos\phi + \vec{1}_y \rho\sin\phi$$

$$|\vec{r}-\vec{r}\,'| = \sqrt{(x-\rho\cos\phi)^2+(y-\rho\sin\phi)^2+z^2}$$

$$\text{Faza}\quad k|\vec{r}-\vec{r}\,'| \approx k\left(r-\rho\sin\Theta\cos(\Phi-\phi)\right)$$

$$dE \approx \frac{j}{2\lambda} E_0(\rho,\phi)\,\rho\,d\rho\,d\phi\,\frac{e^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)\,e^{jk\rho\sin\Theta\cos(\Phi-\phi)}$$

$$E = E(r,\Theta,\Phi) = \iint_A dE \approx \frac{j}{2\lambda}\frac{e^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)\int_0^{d/2}\int_0^{2\pi} E_0(\rho,\phi)\,e^{jk\rho\sin\Theta\cos(\Phi-\phi)}\,\rho\,d\rho\,d\phi$$

Sevanje krožne odprtine

Osvetlitev odprtine $E_0(\rho,\phi)$ je lahko zelo komplicirana funkcija. Pri rotacijsko-simetričnem zrcalu moramo pri osvetlitvi upoštevati celo senco žarilca! Valovanje, ki ga zasenči žarilec, sicer ne izgine v nič, pač pa ga opazimo kot odbiti val, ki kazi impedančno prilagoditev linearno-polariziranega žarilca oziroma povzroči presluh med levo in desno krožno polarizacijo za velikost odbojnosti:

$$|\Gamma| \approx \frac{G\lambda}{4\pi f} \qquad G \equiv dobitek \quad \check{z}arilca$$

Pri velikih zrcalih $d > 30\lambda$ je pojav zanemarljiv. Protiukrep pri manjših zrcalih $d < 30\lambda$ je majhen kovinski disk v temenu simetričnega zrcala. Disk je po velikosti primerljiv žarilcu. Razdaljo med diskom in površino zrcala nastavimo tako, da je odboj od zrcala nazaj v žarilec najmanjši.

Enakomerno osvetlitev zrcala brez sence žarilca in drugih napak je zelo težko doseči. Kljub temu izpeljava sevanja in smernega diagrama enakomerno osvetljene krožne odprtine brez napake faze veliko pove o obnašanju zrcalnih anten:

$$E_0(\rho,\phi) = konst. = C$$

$$J_n(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m t^{2m+n}}{2^{2m+n}\, m!\,(m+n)!}$$

$$E = \frac{j}{2\lambda} C \frac{e^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta) \int_0^{d/2}\int_0^{2\pi} e^{jk\rho\sin\Theta\cos(\Phi-\phi)}\rho\, d\rho\, d\phi$$

$$\int_0^{2\pi} e^{jt\cos\phi}\, d\phi = 2\pi J_0(t)$$

$$E = \frac{j}{\lambda} C \frac{e^{-jkr}}{r}\frac{1+\cos\Theta}{2}\int_0^{d/2} 2\pi J_0(k\rho\sin\Theta)\rho\, d\rho$$

$$\frac{d}{dt}\left[t^n J_n(t)\right] = t^n J_{n-1}(t)$$

$$\int_0^{d/2} 2\pi J_0(k\rho\sin\Theta)\rho\, d\rho = 2\pi\left[\rho\frac{J_1(k\rho\sin\Theta)}{k\sin\Theta}\right]_0^{d/2} = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \frac{2J_1\left(\frac{kd}{2}\sin\Theta\right)}{\frac{kd}{2}\sin\Theta}$$

$$A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \qquad \frac{kd}{2} = \frac{\pi d}{\lambda}$$

$$F(\Theta,\Phi) = \frac{1+\cos\Theta}{2}\frac{2J_1\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\Theta\right)}{\frac{\pi d}{\lambda}\sin\Theta}$$

$$E = \frac{j}{\lambda} C A \frac{e^{-jkr}}{r}\frac{1+\cos\Theta}{2}\frac{2J_1\left(\frac{kd}{2}\sin\Theta\right)}{\frac{kd}{2}\sin\Theta}$$

$$J_1(t) = 0 \;\rightarrow\; t \approx 3.8318$$

$$\alpha_{-3dB} \approx \Theta_0 \approx \arcsin\Theta_0 \approx \frac{3.8318\lambda}{\pi d} \approx 1.22\frac{\lambda}{d}$$

Enakomerno osvetljen krog

Integracija po kotu ϕ je povsem enaka definiciji Besselove funkcije $J_0(t)$. Integracija po polmeru ρ daje funkcijo oblike $2J_1(t)/t$, ki v valjnih koordinatah zamenja $\sin(x)/x$ iz kartezičnih koordinat. Obe funkciji sicer izgledata podobno. Pri enakomerno osvetljeni krožni odprtini je prvi stranski snop bolj zadušen za približno $-17.6\mathrm{dB}$ glede na glavni snop sevanja, ko smemo zanemariti $1+\cos\Theta$ Huygensovega izvora.

Smer prve ničle smernega diagrama je preprosto določiti $\Theta_0[\mathrm{rd}]\approx\arcsin\Theta_0\approx 1.22\lambda/d$ v primeru enakomerno osvetljene krožne odprtine. Obrazec ima široko področje uporabe, od določanja ločljivosti optičnih daljnogledov do ocene širine $-3\mathrm{dB}$ snopa sevanja zrcalne antene približno $\alpha_{-3\mathrm{dB}}\approx\Theta_0$.

Kljub temu, da je glavna naloga zbiralnega zrcala popravljanje kvadratne napake faze, smerni diagram in smernost krožne odprtine največkrat kazi prav kvadratna napaka faze. Sevanje krožne odprtine premera d zato izpeljemo za primer konstante jakosti osvetlitve C in napako faze, ki narašča sorazmerno kvadratu oddaljenosti od osi odprtine ρ^2 vse do vrednosti $\Delta\phi$ na robu odprtine:

$$E_0(\rho,\phi)=C\,\mathrm{e}^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2}$$

$$\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{jt\cos\phi}\,d\phi=2\pi J_0(t)$$

$$E=\frac{j}{2\lambda}\frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}(1+\cos\Theta)\int_0^{d/2}\int_0^{2\pi}C\,\mathrm{e}^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2}\mathrm{e}^{jk\rho\sin\Theta\cos(\Phi-\phi)}\rho\,d\rho\,d\phi$$

$$E=\frac{j}{\lambda}\frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}\frac{1+\cos\Theta}{2}\int_0^{d/2}C\,\mathrm{e}^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2}2\pi J_0(k\rho\sin\Theta)\rho\,d\rho$$

$$A=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$E=\frac{j}{\lambda}CA\frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}\frac{1+\cos\Theta}{2}\left[\frac{8}{d^2}\int_0^{d/2}\mathrm{e}^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2}J_0(k\rho\sin\Theta)\rho\,d\rho\right]$$

$$F(\Theta,\Phi)=\frac{1+\cos\Theta}{2}\left[\frac{8}{d^2}\int_0^{d/2}\mathrm{e}^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2}J_0(k\rho\sin\Theta)\rho\,d\rho\right]$$

$\Theta=0\ \rightarrow\ \cos\Theta=1\qquad J_0(k\rho\sin\Theta)=1$

$$u=(2\rho/d)^2$$

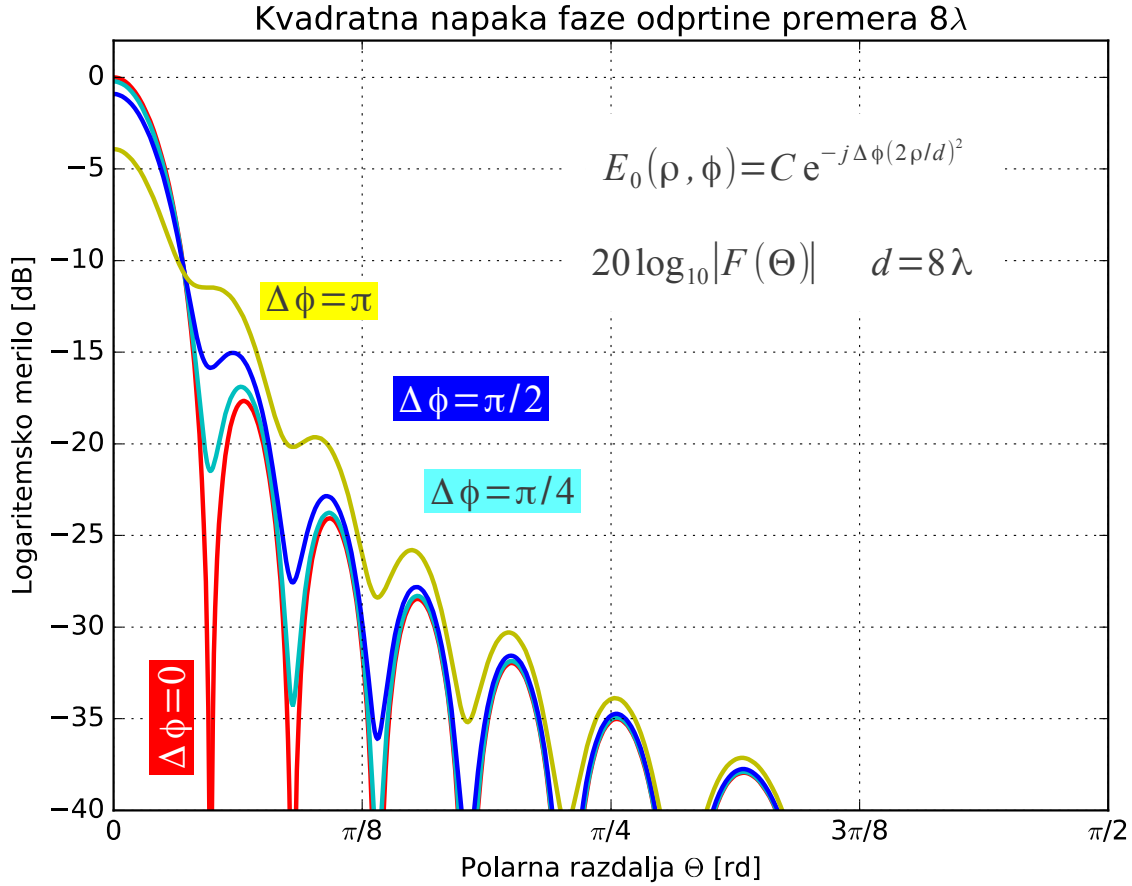
$$F(\Theta=0)=\frac{8}{d^2}\int_0^{d/2}\mathrm{e}^{-j\Delta\phi(2\rho/d)^2}\rho\,d\rho=\int_0^1\mathrm{e}^{-j\Delta\phi u}\,du=\frac{\mathrm{e}^{-j\Delta\phi}-1}{-j\Delta\phi}=\mathrm{e}^{-j\Delta\phi/2}\frac{\sin(\Delta\phi/2)}{\Delta\phi/2}$$

Kvadratna napaka faze

$$\Delta D_{[\mathrm{dB}]}=20\log_{10}|F(\Theta=0)|=20\log_{10}\left|\frac{\sin(\Delta\phi/2)}{\Delta\phi/2}\right|$$

Integracija po polmeru ρ v splošnem ni analitsko rešljiva z izjemo osi $\Theta=0$ krožne odprtine. Na osi krožne odprtine preko integracije polja preprosto izračunamo izgubo smernosti, dobitka oziroma moči kot funkcijo napake faze $\Delta\phi$. Rezultat računa smo uporabili že v poglavju o meritvah anten pri določanju Fraunhoferjevega pogoja oziroma Rayleighjeve razdalje.

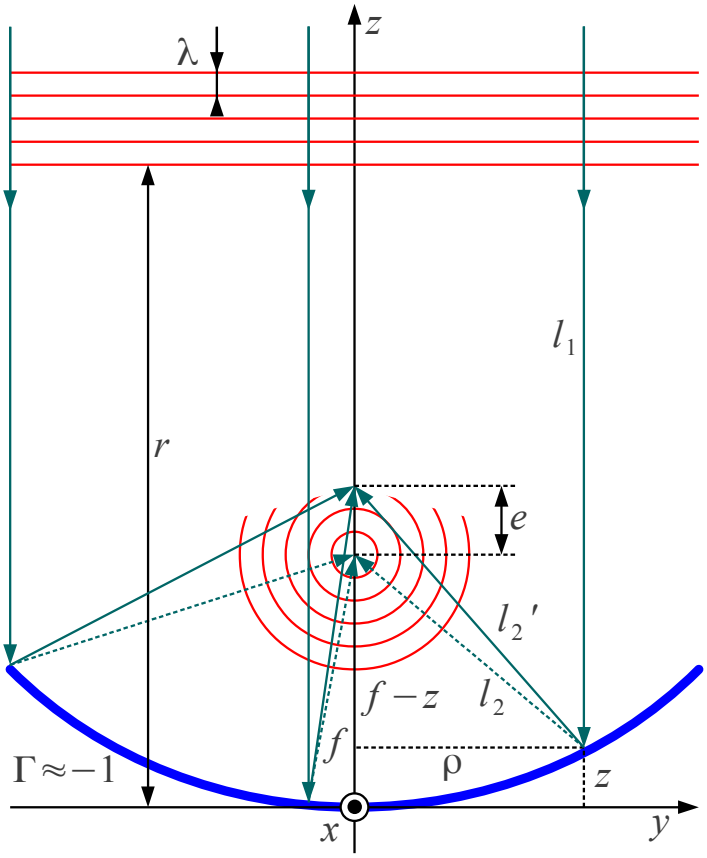
Integracijo v poljubni smeri Θ pri neničelni kvadratni napaki faze $\Delta\phi\neq 0$ izvedemo številsko. Kot zgled izrišemo smerne diagrame krožne odprtine premera $d=8\lambda$ brez fazne napake (analitska rdeča krivulja $\Delta\phi=0$ oziroma s fazno napako $\Delta\phi=\pi/4$ (sinja krivulja), $\Delta\phi=\pi/2$ (modra krivulja) in $\Delta\phi=\pi$ (rumena krivulja):



Tudi v primeru krožne odprtine so smerni diagrami izrisani v logaritemskem merilu z razponom 40dB v območju $0\leq\Theta\leq\pi/2$, saj nas vzvratno sevanje odprtine ne zanima. Učinek kvadratne napake faze na krožni odprtini je podoben učinku na pravokotni odprtini piramidnega lijaka. Prva ničla smernega diagrama postaja čedalje bolj plitev minimum, še preden se učinek kvadratne napake faze sploh opazi kot izguba smernosti odprtine.

V primeru antene s paraboličnim zbiralnim zrcalom hitro opazimo bočni odmik žarilca od osi zrcala. Manjše bočne odmike lahko popravimo tako, da

celotno anteno zasukamo za najmočnejši sprejem. Osni odmik e faznega središča žarilca od gorišča paraboličnega zrcala povzroči v prvem približku tik ob osi zrcala kvadratno napako faze:



Osni odmik žarilca

$$l_2=\sqrt{(f-z)^2+\rho^2} \qquad \rho=\sqrt{x^2+y^2}$$

$$l_2'=\sqrt{(e+f-z)^2+\rho^2} \qquad l_1=r-z$$

$$l_1+l_2'=r-z+\sqrt{(e+f-z)^2+\rho^2}=$$
$$=r-z+\sqrt{(f+z)^2+e^2+2ef-2ez}$$

$$e \ll f$$
$$l_1+l_2' \approx r+f+\frac{(e^2+2ef-2ez)}{2(f+z)}$$

$$\Delta l \approx e\left[\frac{f-z}{f+z}-1\right]=e\frac{-2z}{f+z}$$

$$\Delta l \approx e\frac{-2\rho^2}{4f^2+\rho^2} \qquad z=\frac{\rho^2}{4f}$$

$$\Delta\phi=k\,\Delta l \approx ke\frac{-2\rho^2}{4f^2+\rho^2}$$

Ob osi zrcala
$$\rho \ll f \;\rightarrow\; \Delta\phi \approx -ke(\rho/f)^2/2$$

Osni odmik žarilca težko opazimo iz geometrije antene, iz izgube smernosti antene oziroma iz sprejete moči signala. Položaj gorišča ni prav preprosto določiti pri izmaknjenem zrcalu. Natančnega položaja faznega središča žarilca običajno sploh ne poznamo.

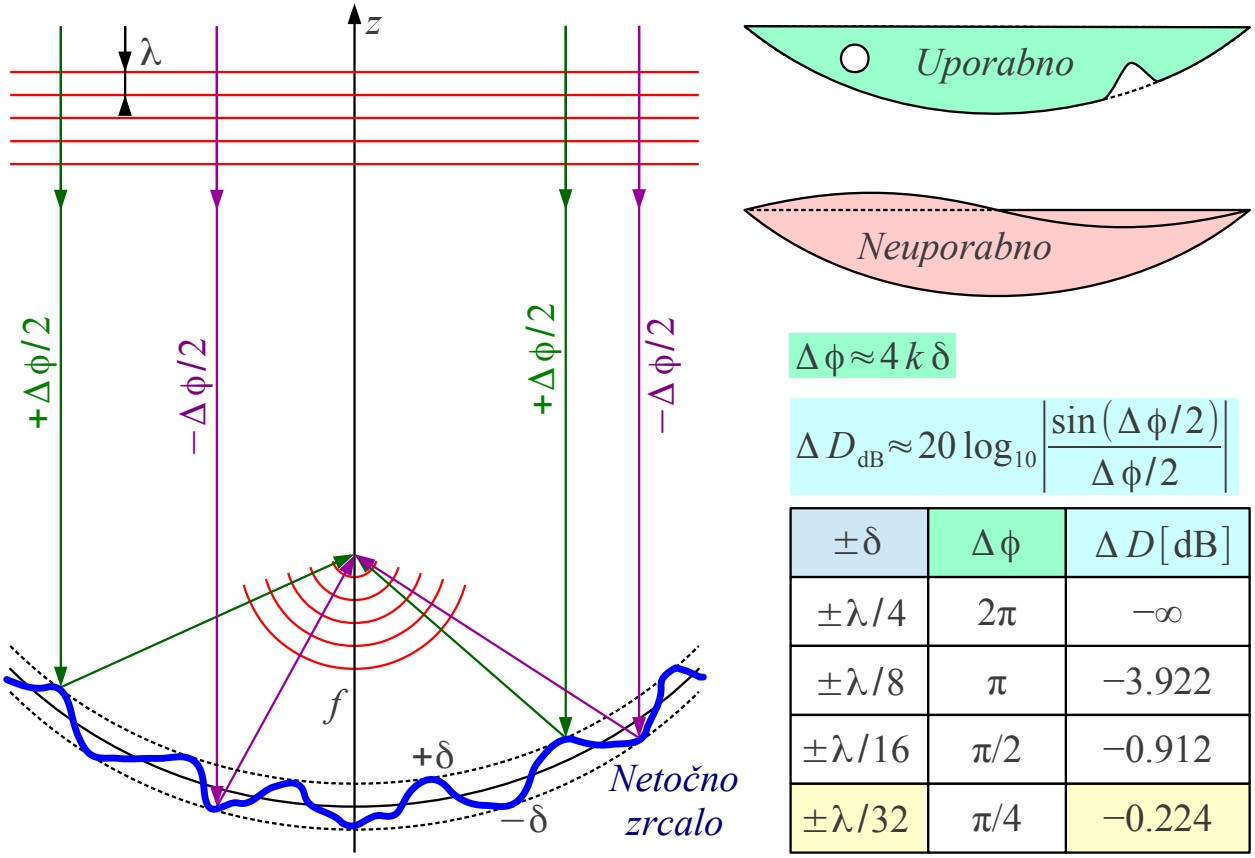
V takšnih primerih je smiselno nalogo obrniti. Najprej izmeriti smerni diagram celotne zrcalne antene. Nato iz globine prvih ničel oceniti kvadratno napako faze. Končno iz kvadratne napake faze določiti osni odmik žarilca. Pri merjenju smernega diagrama moramo uporabiti zadosti veliko oddaljenost r referenčne antene oziroma končno oddaljenost referenčne antene r preračunati v popravek položaja gorišča f' po enačbi zbiralnega zrcala:

$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{f}-\frac{1}{r}$$

V napake faze se preslikajo tudi napake oblike zrcala. Natančno izdelan astronomski teleskop prikaže vsaj en uklonski kolobar (prva ničla smernega

diagrama!) okoli točkastega vira svetlobe (oddaljena zvezda). Nekakovosten teleskop z netočnimi lečami oziroma zrcali ne prikaže uklonskih kolobarjev okoli zvezd.

V primeru zbiralnega zrcala se netočnost površine zrcala $\pm\delta$ preslika v dvakratno spremembo dolžine poti žarka valovanja $\pm 2\delta$ od ravne valovne fronte do površine zrcala in od površine zrcala do gorišča. Pri odstopanju površine zrcala $\pm\delta$ zato pričakujemo skupni razpon napake faze $\Delta\phi \approx 4k\delta$. Če so odstopanja oblike zrcala enakomerno razporejena po površini zrcala, izgubo smernosti antene opisuje popolnoma enak izraz kot v primeru kvadratne napake faze:



$$\Delta\phi \approx 4k\delta$$

$$\Delta D_{\mathrm{dB}} \approx 20\log_{10}\left|\frac{\sin(\Delta\phi/2)}{\Delta\phi/2}\right|$$

$\pm\delta$	$\Delta\phi$	$\Delta D\,[\mathrm{dB}]$
$\pm\lambda/4$	2π	$-\infty$
$\pm\lambda/8$	π	-3.922
$\pm\lambda/16$	$\pi/2$	-0.912
$\pm\lambda/32$	$\pi/4$	-0.224

Napake oblike zrcala

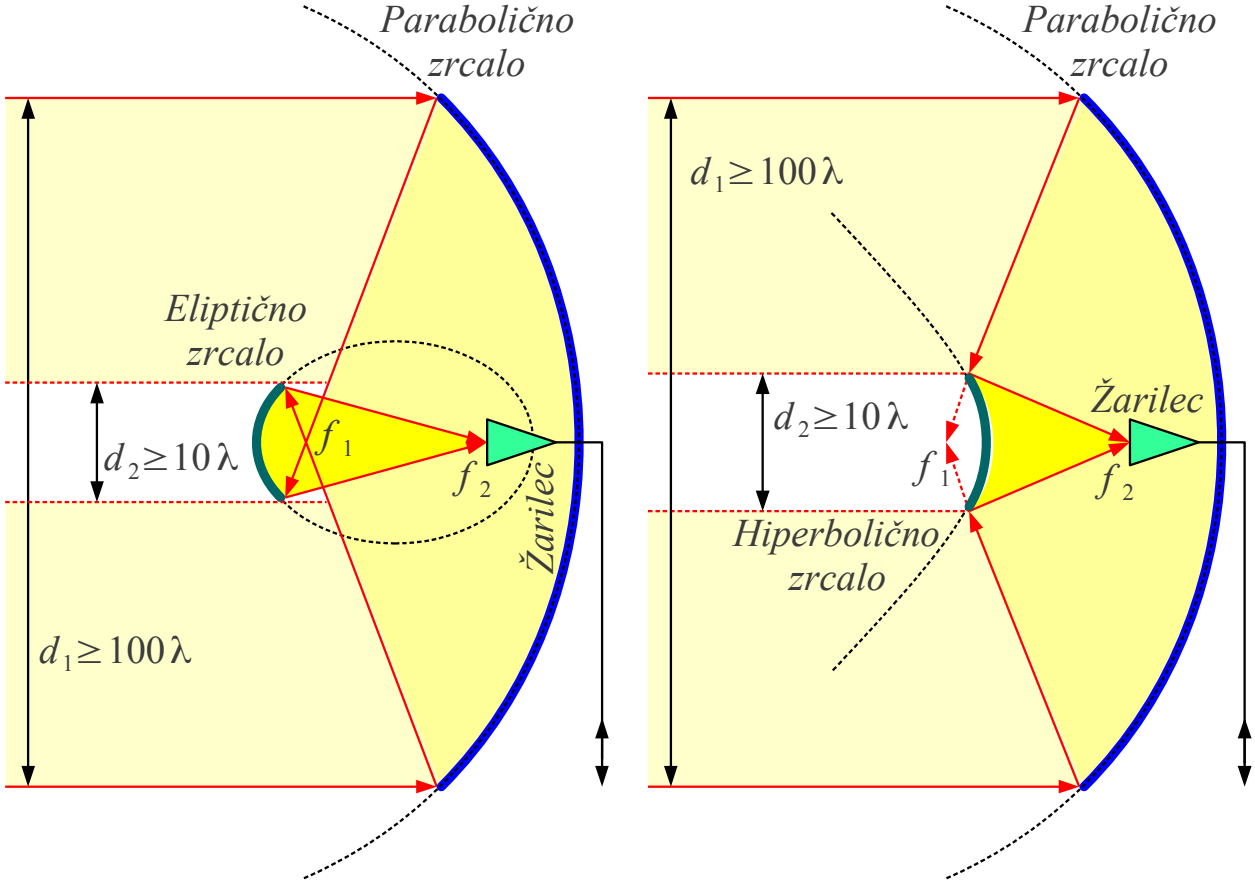
Zgled: $f = 12\mathrm{GHz}$ $\lambda = 25\mathrm{mm}$ $\pm\delta = \pm 0.8\mathrm{mm}$

Smiselna izguba smernosti antene zahteva zelo točno zrcalo. Oblika zrcala sme odstopati za največ $\pm\lambda/32$! Sprejem satelitske televizije v frekvenčnem pasu $f_0 = 12\mathrm{GHz}$ zahteva zbiralno zrcalo s površino, ki ne odstopa za več kot $\pm 0.8\mathrm{mm}$ od idealnega rotacijskega paraboloida.

V resničnem svetu brezhibno zrcalo ne obstaja. Vsako zrcalo ima določena odstopanja zaradi netočne izdelave, napačne vgradnje, okoljskih vplivov (težnost, veter) in poškodb. Zrcalo z manjšimi lokalnimi poškodbami, kot so posamezne luknje ali globoke buške v površini, je običajno povsem

uporabno, saj večina površine nima hujših napak. Obratno je zrcalo z ukrivljenim robom v osmico običajno povsem neuporabno, saj večina površine hudo odstopa od predpisane oblike.

Podobno kot optične teleskope lahko izdelamo tudi radijske antene z več različnimi zrcali. Najbolj znana dvo-zrcalna teleskopa sta Gregorijanski teleskop, ki ga je izumil James Gregory leta 1663 in Cassegrainov teleskop, ki ga je izumil Laurent Cassegrain leta 1672. Na popolnoma enak način sta načrtovani dvo-zrcalni radijski anteni, Gregorijanska in Cassegrainova antena:



Gregorijanska antena Cassegrainova antena

Pri obeh teleskopih oziroma antenah je veliko zrcalo rotacijski paraboloid. Gregorijanski teleskop uporablja rotacijski elipsoid kot manjše zrcalo. Cassegrainov teleskop uporablja rotacijski hiperboloid kot manjše zrcalo. Rotacijski elipsoid oziroma hiperboloid ima dve gorišči, da preslika gorišče velikega paraboličnega zrcala f_1 v drugo gorišče f_2 .

Eliptično zrcalo ima obe gorišči na isti strani zrcalne ploskve. Žarki iz velikega paraboličnega zrcala se najprej sekajo v gorišču f_1 , preden ji eliptično zrcalo odbije v drugo gorišče f_2 . Hiperbolično zrcalo ima gorišči na različnih straneh zrcalne ploskve. Žarki iz velikega paraboličnega zrcala

sploh ne dosežejo gorišča f_1 , saj jih hiperbolično zrcalo že prej odbije v drugo gorišče f_2 .

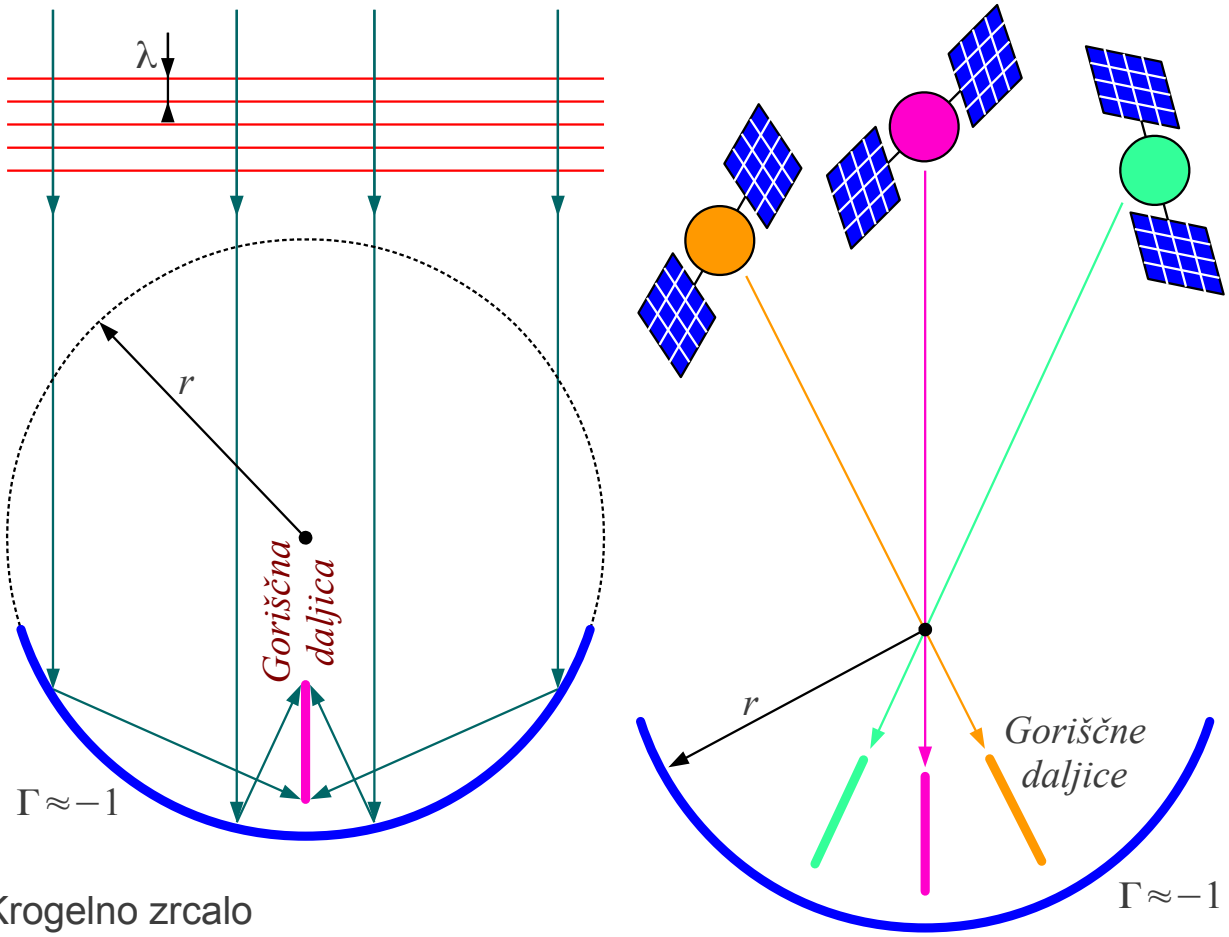
S stališča načrtovanja dvo-zrcalne antene imata obe, Gregorijanska in Cassegrainova podobne lastnosti. Obe potrebujeta žarilec za višje razmerje f/d , kjer lahko z dolgim in položnim rebrastim lijakom dosežemo zelo natančno osvetlitev zrcal. Dostop do žarilca je ugoden z zadnje strani antene, še posebno v primeru, ko anteno napajamo z radijskim oddajnikom velike moči na visokih frekvencah. Sevanje preko roba malega zrcala in stranski snopi žarilca vidijo hladno nebo, torej prispevajo le malo toplotnega šuma v radijski sprejemnik.

Smiselne izmere dvo-zrcalne antene so zelo velike. Veliko parabolično zrcalo je običajno večje od $d_1 \geq 100\lambda$, manjše eliptično ali hiperbolično zrcalo pa večje od $d_2 \geq 10\lambda$. Zaradi nekoliko manjših izmer in preprostejše mehanske konstrukcije se pogosteje uporablja Cassegrainova antena.

Pri dvo-zrcalnih antenah lahko manjše zrcalo oblikujemo tako, da popravimo smerni diagram žarilca in dosežemo zelo enakomerno osvetlitev velikega zrcala. Manjšo napako faze je nujno popraviti z obliko velikega zrcala, ki ni več natančen paraboloid. Opisani ukrepi prinesejo do $1\mathrm{dB}$ višjo smernost dvo-zrcalne antene v primerjavi z eno-zrcalno anteno z odličnim rebrastim žarilcem v gorišču paraboličnega zrcala. Pri tem lahko izkoristek osvetlitve odprtine preseže $\eta_0 > 95\,\%$ kljub nezanemarljivi senci manjšega zrcala.

Načrtovanje takšne optimizirane dvo-zrcalne antene daleč presega okvir tega učbenika. Sama izgradnja antene dopušča veliko stopenj svobode za medsebojno lego obeh zrcal in žarilca. Natančna nastavitev lege dveh zrcal in žarilca je dosti bolj kompliciran naloga od iskanja gorišča eno-zrcalne antene!

Rotacijski paraboloid ni edina možna oblika zbiralnega zrcala. Od drugih oblik zbiralnih zrcal je najpomembnejše krogelno zrcalo. Krogelno zrcalo ima prednost, da zbira žarke na povsem enak način ne glede na smer prihoda valovanja. Žal krogelno zrcalo nima točkastega gorišča, pač pa goriščno daljico. Slednja zahteva poseben žarilec, ki nima faznega središča:



Krogelno zrcalo

Krogelno zrcalo je smiselno takrat, ko želimo z istim zrcalom hkrati sprejemati signale iz različnih smeri, na primer iz različnih satelitov na različnih položajih v geostacionarni tirnici. Krogelno zrcalo uporabljamo tudi takrat, ko je zrcalo preveliko, da bi ga lahko mehansko obračali. Največji radioteleskopi uporabljajo fiksna krogelna zrcala, premika se le žarilec.

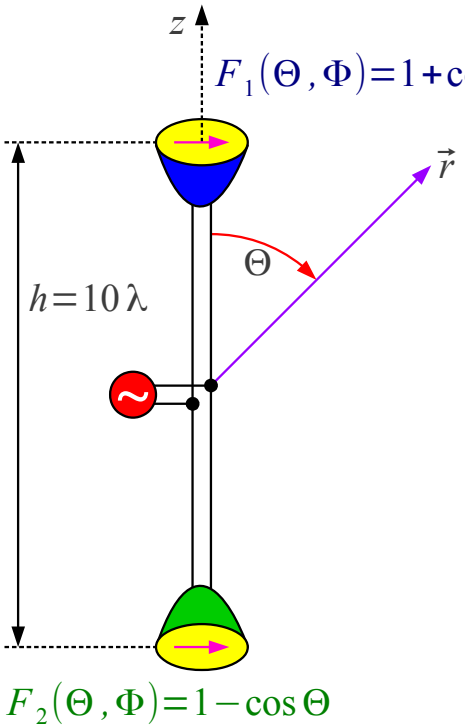
Izvedba krogelnega zrcala in primernih žarilcev se silno poenostavi za manjša $d<30\lambda$ plitva (običajno izmaknjena) zrcala. Krogla se tedaj kaj dosti ne razlikuje od rotacijskega paraboloida. Pri majhnih razlikah smeri televizijskih satelitov $\Theta<10°$ preprosto namestimo več standardnih dvorodovnih žarilcev na primernih legah pred standardno izmaknjeno zrcalo.

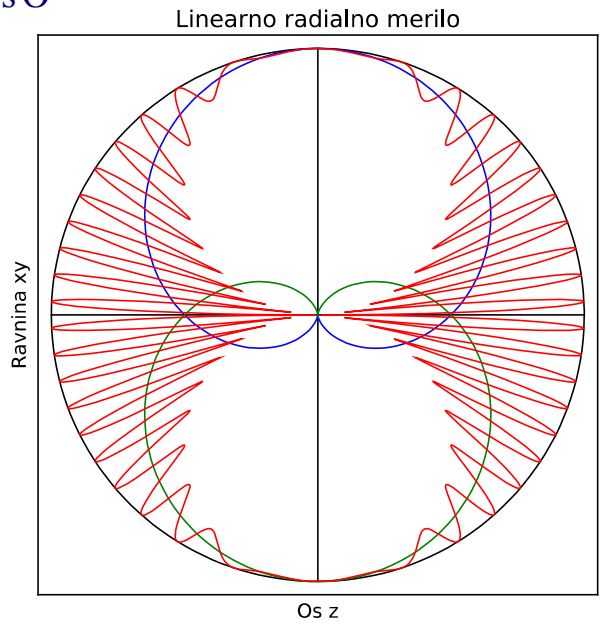
* * * * *

11. Skupine anten

Višja smernost oziroma dobitek je mogoče najpogostejši, ampak nikakor ni edini namen sestavljanja skupine anten (angleško: antenna array). Skupina anten omogoča tudi doseganje drugačne polarizacije, pokrivanje širšega frekvenčnega pasu ali več ločenih frekvenčnih pasov, smerne diagrame, ki jih z eno samo anteno ne moremo narediti, električno odklanjanje smeri sevanja brez mehanskega premikanja antene in podobno.

Pri sestavljanju skupine moramo biti previdni. Doseganje ene lastnosti lahko poruši druge lastnosti skupine anten. Preprost zgled je antena na letalu ali umetnem satelitu, ki mora oddajati in sprejemati iz poljubne smeri. Ko je plovilo dosti večje $d \gg \lambda$ od valovne dolžine, se je senci plovila zelo težko izogniti ne glede na to, kam namestimo eno samo anteno na površino plovila. Radijsko zvezo v poljubno smer omogočata dve ločeni anteni, nameščeni na nasprotni strani plovila, da vsaka antena vidi neovirano poloblo:





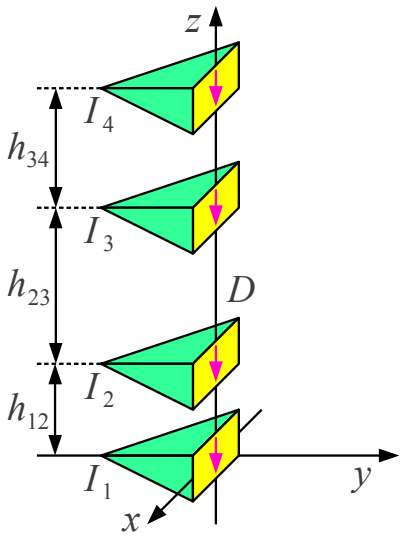
$$F(\Theta,\Phi)=F_1(\Theta,\Phi)\,e^{j\frac{kh}{2}\cos\Theta}-F_2(\Theta,\Phi)\,e^{-j\frac{kh}{2}\cos\Theta}$$

Nesmiselna skupina dveh anten

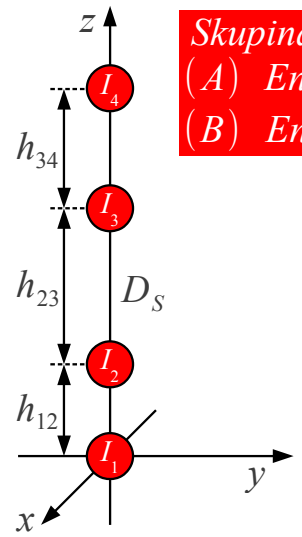
Poloblo odlično pokriva Huygensov izvor. Dva Huygensova izvora na gornji in spodnji strani plovila naj bi omogočala radijsko zvezo v poljubno

smer. Žal se delovanje opisane naprave poruši, ko obe anteni na nasprotnih straneh plovila povežemo vzporedno na skupni radijski oddajnik oziroma sprejemnik. Že pri debelini plovila oziroma razdalji med antenama komaj $h=10\lambda$ smerni diagram opisane skupine postane interferenčni vzorec z velikim številom ozkih snopov sevanja in globokimi minimumi med njimi. Smerni diagram s številnimi globokimi minimumi pomeni nezanesljivo radijsko zvezo s številnimi izpadi, pogosto celo slabše od tistega, kar bi dosegli z eno samo anteno...

Sevano polje skupine virov $\vec{E}=\sum \vec{E}_i$ je kazalčna in vektorska vsota polja posameznih virov. V kazalčni vsoti je nujno upoštevati različne razdalje do faznih središč posameznih virov. Naloga načrtovanja skupine postane nepregledna ob upoštevanju različnih amplitud in faz vzbujanja, različnih smernih diagramov, različnih polarizacij in različnih orientacij posameznih virov. Naloga načrtovanja skupine se poenostavi, ko skupina vsebuje med sabo enake antene, ki so enako orientirane in enako polarizirane:

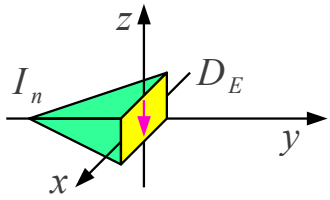


$F(\Theta,\Phi)\equiv$ *smerni diagram skupine anten*



$F_S(\Theta,\Phi)\equiv$ *smerni diagram skupine neusmerjenih virov*

Skupina neusmerjenih virov
(A) Enaka razporeditev h_{mn}
(B) Enako napajanje I_n



$F_E(\Theta,\Phi)\equiv$ *smerni diagram elementa*

(1) Skupina samih enakih anten
(2) Vse antene enako orientirane
(3) Vse antene enako polarizirane

$$F(\Theta,\Phi)=F_S(\Theta,\Phi)\cdot F_E(\Theta,\Phi)$$

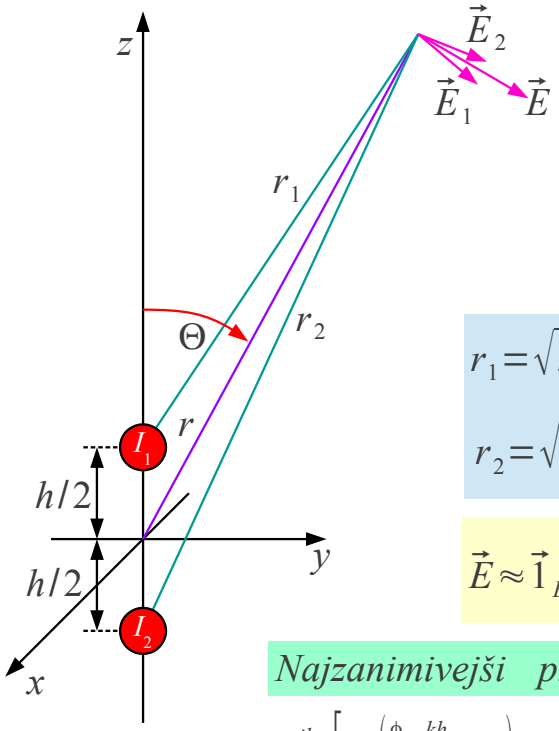
Pravilo o množenju smernih diagramov

$$D\neq D_S\cdot D_E$$
Običajno $D_E, D_S < D < D_S\cdot D_E$

Smerni diagram skupine anten $F(\Theta,\Phi)$ je tedaj enak zmnožku smernega diagrama skupine neusmerjenih (izotropnih) virov $F_S(\Theta,\Phi)$, ki so enako nameščeni v prostoru ter napajani z enakimi tokovi I_1, I_2,

I_3 ... in smernega diagrama posameznega elementa skupine $F_E(\Theta,\Phi)$ v koordinatnem izhodišču. Kar se pogosto privzame ampak običajno NE velja, skupna smernost ni enaka $D \neq D_S \cdot D_E$ zmnožku smernosti skupine izotropnih virov in smernosti elementa.

Antene skupine so načeloma lahko poljubno nameščene v vseh treh dimenzijah prostora. Kako do več-dimenzijskih skupin kasneje. Zaenkrat nalogo poenostavimo za eno-dimenzijsko skupino z elementi na osi z . Najpreprostejši zgled sta dva neusmerjena izvora na $z = \pm h/2$:



$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{1}_{E_1}\,\alpha\, I_1 \frac{e^{-jkr_1}}{r_1} + \vec{1}_{E_2}\,\alpha\, I_2 \frac{e^{-jkr_2}}{r_2}$$

$$Fraunhofer \quad r > \frac{2h^2}{\lambda}$$

$$\vec{1}_{E_1} \approx \vec{1}_{E_2} \approx \vec{1}_E \qquad \frac{1}{r_1} \approx \frac{1}{r_2} \approx \frac{1}{r}$$

$$r_1 = \sqrt{r^2 + (h/2)^2 - rh\cos\Theta} \approx r - \frac{h}{2}\cos\Theta$$

$$r_2 = \sqrt{r^2 + (h/2)^2 + rh\cos\Theta} \approx r + \frac{h}{2}\cos\Theta$$

$$\vec{E} \approx \vec{1}_E\,\alpha\,\frac{e^{-jkr}}{r}\left[I_1 e^{j\frac{kh}{2}\cos\Theta} + I_2 e^{-j\frac{kh}{2}\cos\Theta}\right]$$

Najzanimivejši primer $|I_1| = |I_2| \rightarrow I_1 = I\,e^{j\phi/2} \quad I_2 = I\,e^{-j\phi/2}$

$$\vec{E} \approx \vec{1}_E\,\alpha\, I\,\frac{e^{-jkr}}{r}\left[e^{j\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)} + e^{-j\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)}\right] = \vec{1}_E\,\alpha\, I\,\frac{e^{-jkr}}{r}\,2\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)$$

$$F(\Theta,\Phi) = \cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)$$

Dva neusmerjena (izotropna) vira

Na velikih razdaljah v Fraunhoferjevem področju $r > 2h^2/\lambda$ postanejo razlike v smeri in amplitudi električnega polja nepomembne. Učinek skupine je interferenčni pojav zaradi razlike v fazi, ki nastane zaradi različnih razdalj $r_1 \neq r_2$. Razdalji računamo s kosinusnem izrekom, ki ga na velikih razdaljah smemo poenostaviti tudi pri fazi.

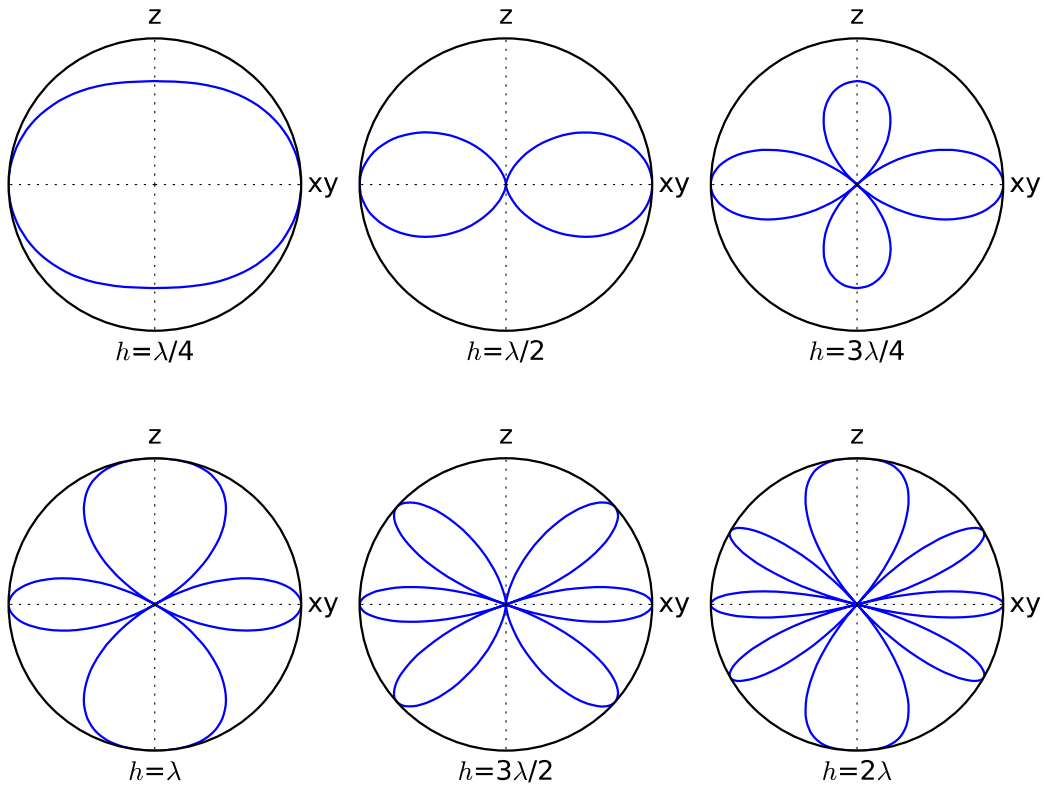
Učinek skupine dveh virov je največji, ko sta tokova enako velika $|I_1| = |I_2|$. V primeru različnih amplitud tokov $|I_1| \neq |I_2|$ se učinek skupine hitro izgubi v motečih pojavih pri razširjanju valovanja, kot so odboji od predmetov v okolici anten. Najzanimivejši primer $|I_1| = |I_2|$ opiše fazna

razlika vzbujanja virov ϕ . Glede na en sam neusmerjen vir daje skupina dveh takšnih virov dvakratno polje in smerni diagram, ki je funkcija razdalje h med viroma in razlike v fazi vzbujanja ϕ :

$$F(\Theta,\Phi)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{hk}{2}\cos\Theta\right)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\pi\frac{h}{\lambda}\cos\Theta\right)$$

Skupine anten običajno imenujemo po namenu. Bočna skupina (angleško: broadside array) največ seva v ravnini xy , torej pravokotno oziroma bočno na os z , v kateri so postavljeni viri. Osna skupina (angleško: end-fire array) največ seva v osi postavljanja virov , torej v smeri $+z$ oziroma $-z$.

Načrtovanje bočne skupine preprosto zahteva sofazno vzbujanje obeh virov oziroma $\phi=0$. Učinek razdalje h med viroma je razviden iz nekaj značilnih zgledov:

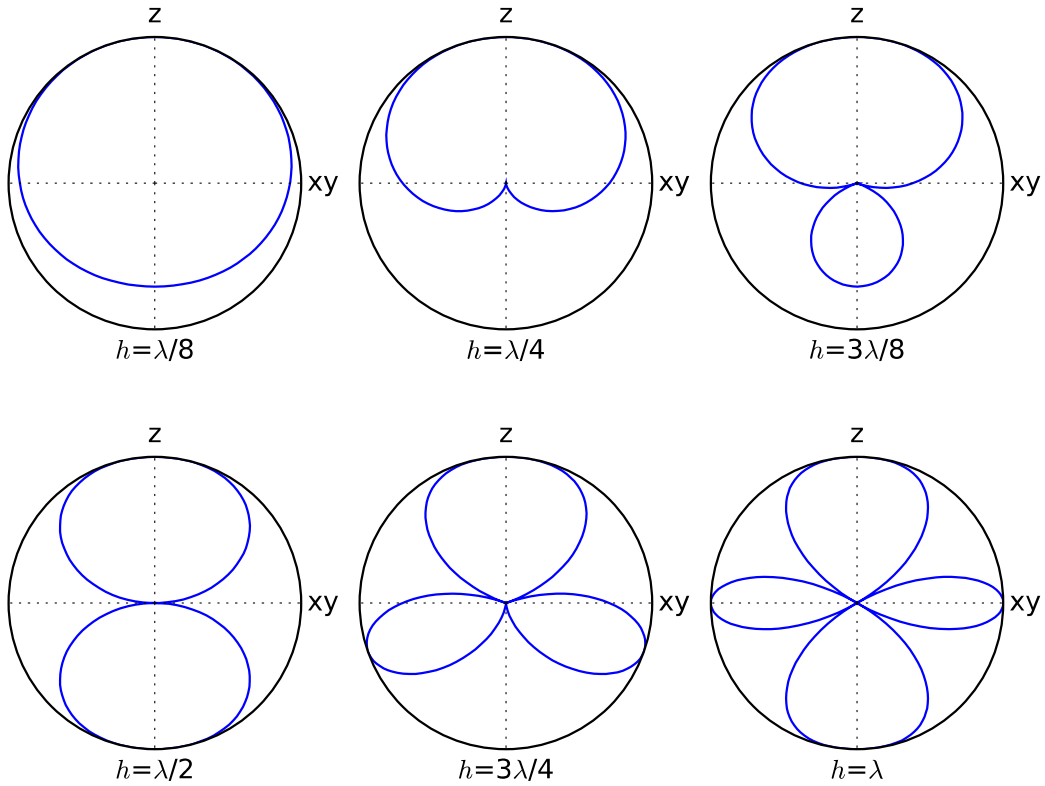


Smerni diagrami bočnih skupin $\phi=0$

Na majhnih razdaljah $h\leq\lambda/4$ med viroma je učinek bočne skupine komaj viden. Na velikih razdaljah $h\geq\lambda$ med viroma ima smerni diagram bočne skupine številne liste enake velikosti in globoke ničle med njimi, kar

večinoma ni zaželjeno niti uporabno. Bočna skupina ima uporaben smerni diagram na razdaljah $\lambda/2 \leq h \leq 3\lambda/4$ z enim samim, rotacijsko-simetričnim glavnim snopom v ravnini xy in dvema šibkima stranskima listoma v smereh $\pm z$.

Načrtovanje osne skupine ni samoumevno, saj dopušča različne možne izbire fazne razlike vzbujanja ϕ . Preprosta izbira $\phi = -kh$ daje največjo kazalčno vsoto v smeri osi $+z$. Žal izbira $\phi = -kh$ ne daje največje smernosti osne skupine, več o tem kasneje. Učinek razdalje h med viroma je razviden iz nekaj značilnih zgledov:



Smerni diagrami osnih skupin $\phi = -kh$

Na majhnih razdaljah $h \leq \lambda/8$ med viroma je učinek osne skupine $\phi = -kh$ komaj viden. Na velikih razdaljah $h \geq \lambda/2$ med viroma ima smerni diagram osne skupine številne liste enake velikosti in globoke ničle med njimi, kar večinoma ni zaželjeno niti uporabno. Osna skupina $\phi = -kh$ ima uporaben smerni diagram na razdaljah $\lambda/4 \leq h \leq 3\lambda/8$ z enim samim glavnim snopom v smeri $+z$ in šibkim stranskim listom v vzvratni smeri $-z$.

Smernost D skupine dveh neusmerjenih izvorov dobimo z integracijo

smernega diagrama $F(\Theta,\Phi)$. Pri tem nam je v veliko pomoč preprosta analitska rešitev integrala za poljubno razdaljo h med viroma in poljubno razliko v fazi vzbujanja ϕ :

$$D=\frac{4\pi\left|F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})\right|^2}{\oiint_{4\pi}\left|F(\Theta,\Phi)\right|^2 d\Omega}$$

$$F(\Theta,\Phi)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)$$

$$\oiint_{4\pi}\left|F(\Theta,\Phi)\right|^2 d\Omega=\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\left|F(\Theta,\Phi)\right|^2\sin\Theta\,d\Theta\,d\Phi=$$

$$=\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\left|\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)\right|^2\sin\Theta\,d\Theta\,d\Phi=2\pi\int_0^{\pi}\left|\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)\right|^2\sin\Theta\,d\Theta=$$

$$=2\pi\int_{-1}^{1}\left[\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{khu}{2}\right)\right]^2 du=\pi\int_{-1}^{1}\left[1+\cos(\phi+khu)\right]du=$$

$$=\pi\left[2+\frac{\sin(\phi+kh)-\sin(\phi-kh)}{kh}\right]=2\pi\left[1+\frac{\sin(kh)}{kh}\cos\phi\right]$$

$$D=\frac{2\left|F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})\right|^2}{1+\frac{\sin(kh)}{kh}\cos\phi}$$

Smernost dveh virov

$F(\Theta_{MAX}=\pi/2,\Phi_{MAX})=1$

Bočna skupina → $\phi=0$

$$D=\frac{2}{1+\frac{\sin(kh)}{kh}}$$

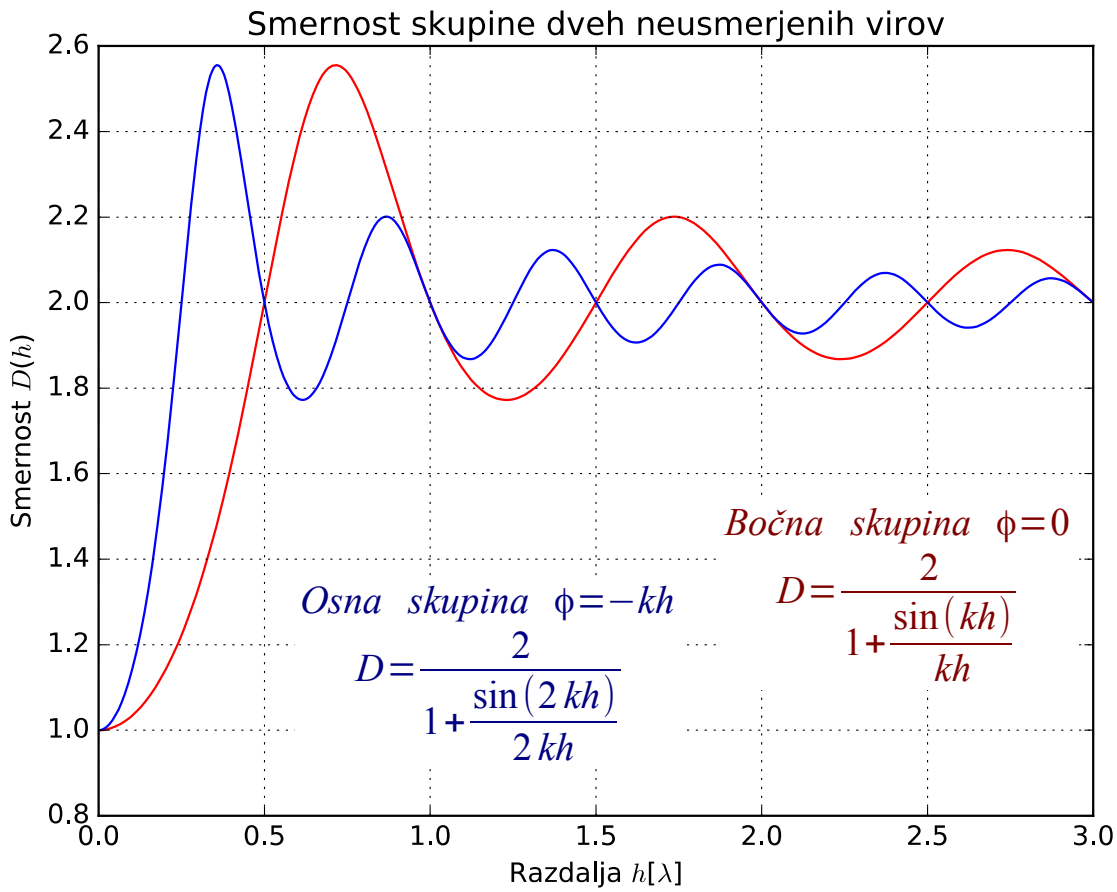
$F(\Theta_{MAX}=0,\Phi_{MAX})=1$

Osna skupina → $\phi=-kh$

$$D=\frac{2}{1+\frac{\sin(2kh)}{2kh}}$$

Bočna skupina $\phi=0$ največ seva v ravnini xy , kjer pri $\Theta_{MAX}=\pi/2$ smerni diagram doseže $F(\Theta_{MAX})=1$. Osna skupina $\phi=-kh$ največ seva v smeri osi $+z$, kjer pri $\Theta_{MAX}=0$ smerni diagram prav tako doseže $F(\Theta_{MAX})=1$. Pri izračunu smernosti osne skupine upoštevamo $\sin(kh)\cos(-kh)=\sin(2kh)/2$, kar daje silno podoben rezultat bočni skupini z izjemo dvakratnega faktorja $2kh$.

Smernost bočne skupine $\phi=0$ dveh neusmerjenih virov in smernost osne skupine $\phi=-kh$ dveh neusmerjenih virov je smiselno prikazati kot funkcijo razdalje med viroma h :



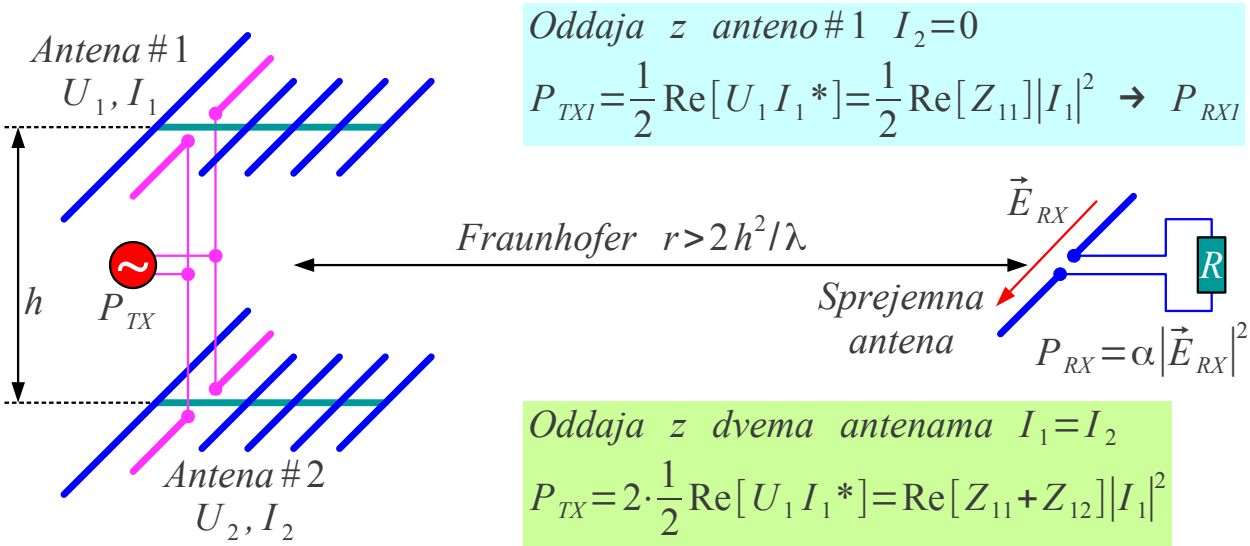
Na majhnih razdaljah $h\to 0$ gresta smernosti obeh, bočne skupine $\phi=0$ in osne skupine $\phi=-kh$, proti enoti $D\to 1=0\text{dBi}$, saj na majhnih razdaljah skupina nima učinka na smerni diagram. Na velikih razdaljah $h\gg\lambda$ opletata smernosti obeh, bočne skupine $\phi=0$ in osne skupine $\phi=-kh$, proti vrednosti $D\to 2\approx 3\text{dBi}$. Slednji rezultat je varljiv, saj mu pripada neuporaben smerni diagram s številnimi listi in ostrimi ničlami med njimi.

Bočna skupina $\phi=0$ dveh neusmerjenih virov doseže največjo smernost $D_{MAX}\approx 2.56\approx 4.07\text{dBi}$ pri razdalji med viroma $h\approx 0.715\lambda$, kar popolnoma ustreza smiselnemu smernemu diagramu z enim samim, rotacijsko-simetričnim glavnim snopom v ravnini xy in dvema šibkima stranskima listoma v smereh $\pm z$.

Osna skupina $\phi=-kh$ dveh neusmerjenih virov doseže največjo smernost $D_{MAX}\approx 2.56\approx 4.07\text{dBi}$ pri razdalji med viroma $h\approx 0.357\lambda$, kar popolnoma ustreza smiselnemu smernemu diagramu z enim samim glavnim snopom v smeri $+z$ in šibkim stranskim listom v vzvratni smeri $-z$.

Smernost skupine dveh neusmerjenih virov žal ne daje odgovora, kako sestaviti učinkovito skupino iz dveh med sabo enakih anten s poljubnim smernim diagramom $F_E(\Theta,\Phi)\neq konst.$ Pri iskanju največje smernosti $D_{MAX}=?$ na pripadajoči razdalji $h_{MAX}=?$ bi morali integrirati skupni smerni diagram $F(\Theta,\Phi)=F_S(\Theta,\Phi)\cdot F_E(\Theta,\Phi)$. Žal znamo natančno izračunati samo smerni diagram skupine neusmerjenih virov $F_S(\Theta,\Phi)$. Smernega diagrama tržno-dobavljivih anten $F_E(\Theta,\Phi)$ običajno ne poznamo zadosti natančno.

Meritev funkcije dveh spremenljivk $F_E(\Theta,\Phi)$ zahteva poleg primerne merilne opreme dosti prostora. Vrtenje antene po dveh oseh Θ in Φ je zamudno. Popolnoma enakovreden rezultat za optimalno razdaljo h_{MAX} elementov bočne skupine in dosegljivo smernostjo D_{MAX} lahko dobimo z meritvijo medsebojne impedance dveh anten v skupini:



Oddaja z anteno #1 $I_2=0$

$$P_{TX1}=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[U_1 I_1^*]=\frac{1}{2}\mathrm{Re}[Z_{11}]|I_1|^2 \rightarrow P_{RX1}$$

Oddaja z dvema antenama $I_1=I_2$

$$P_{TX}=2\cdot\frac{1}{2}\mathrm{Re}[U_1 I_1^*]=\mathrm{Re}[Z_{11}+Z_{12}]|I_1|^2$$

$$\vec{E}_{RX}=2\vec{E}_{RX1} \rightarrow P_{RX}=4P_{RX1}$$

Medsebojni vpliv v skupini

$$\begin{bmatrix}U_1\\U_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Z_{11}&Z_{12}\\Z_{21}&Z_{22}\end{bmatrix}.\begin{bmatrix}I_1\\I_2\end{bmatrix}$$

Recipročnost $Z_{12}(h)=Z_{21}(h)$

Enaki anteni $Z_{11}=Z_{22}$

$$\Delta D=\frac{\left(\frac{P_{RX}}{P_{RX1}}\right)}{\left(\frac{P_{TX}}{P_{TX1}}\right)}=\frac{4}{\frac{\mathrm{Re}[Z_{11}+Z_{12}]|I_1|^2}{\frac{1}{2}\mathrm{Re}[Z_{11}]|I_1|^2}}=\frac{2\,\mathrm{Re}[Z_{11}]}{\mathrm{Re}[Z_{11}+Z_{12}]}$$

Medsebojna impedanca v bočni skupini

Povečanje smernosti ΔD oziroma dobitka bočne skupine izračunamo iz razmerja povečanja sprejete moči P_{RX}/P_{RX1} in povečanja moči oddajnika P_{TX}/P_{TX1} , ko oddajno skupino primerjamo z eno samo anteno. Največja smernost ustreza minimumu moči oddajnika P_{TX} oziroma

minimumu realnega dela medsebojne impedance $\mathrm{Re}[Z_{12}(h)]$, če obnašanje oddajne skupine zapišemo z impedančno matriko $[Z]$. Zahtevno meritev smernega diagrama $F_E(\Theta,\Phi)$ torej nadomesti dosti bolj preprosta meritev lastne impedance Z_{11} in medsebojne impedance $Z_{12}(h)$ kot funkcija razdalje med antenama.

V grobem je $\mathrm{Re}[Z_{12}(h)]$ sorazmeren obratni vrednosti funkcije smernosti $D(h)$. Na majhnih razdaljah $h \to 0$ gre v bočni skupini medsebojna impedanca $Z_{12}(h) \to Z_{11}$ proti lastni impedanci in učinek bočne skupine izgine. Na velikih razdaljah $h \gg \lambda$ medsebojni vpliv izgine $Z_{12}(h) \to 0$.

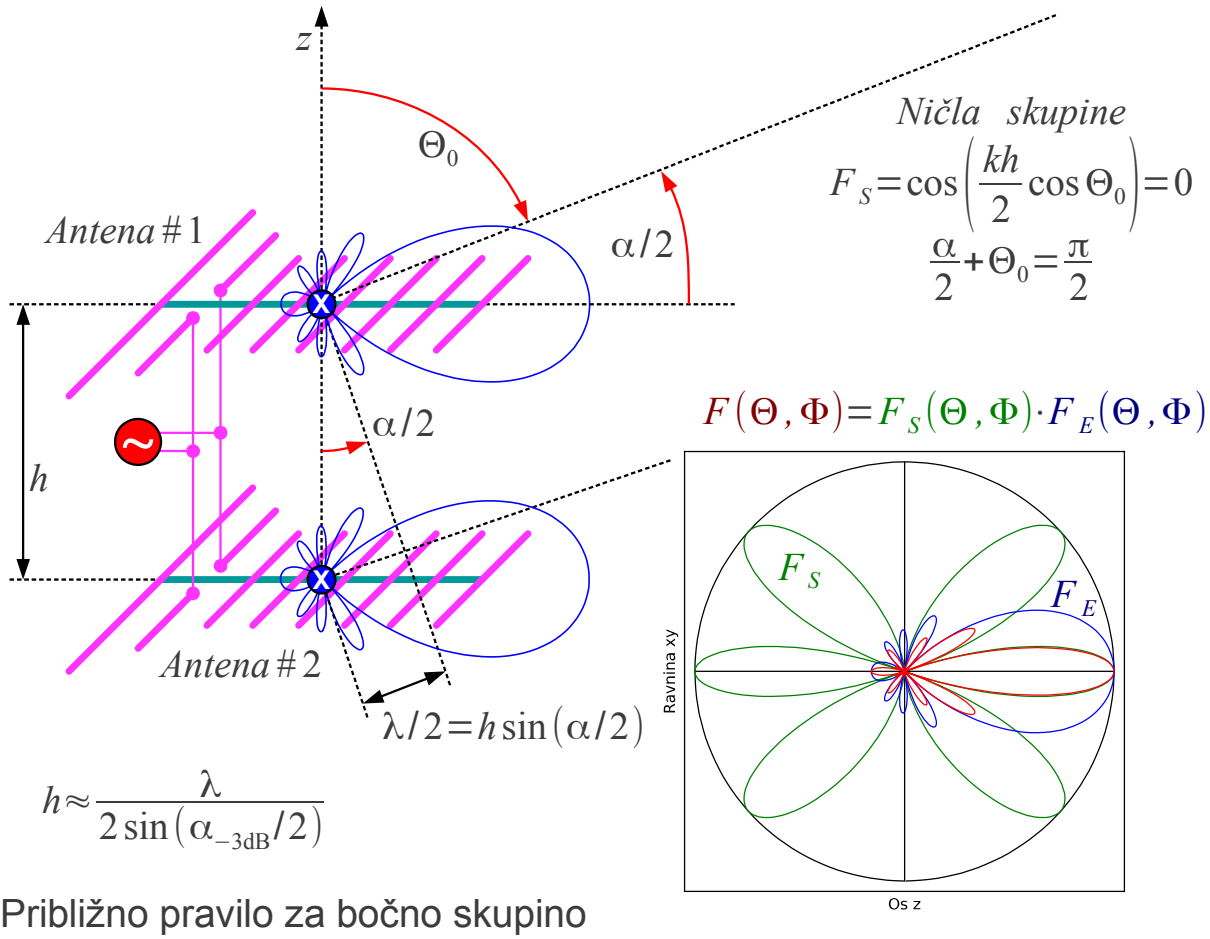
V primeru majhnega medsebojnega vpliva $|Z_{12}(h)| \ll |Z_{11}|$ velja celo groba ocena smernosti $D \approx 2\,D_E$. Obratno v primeru znatnega medsebojnega vpliva $|Z_{12}(h)| \approx |Z_{11}|$ podvojevanja smernosti $D \neq 2\,D_E$ ne pričakujemo.

Ko smemo medsebojni vpliv $|Z_{12}(h)| \ll |Z_{11}|$ zanemariti, lahko optimalno razdaljo h med antenama, ki zagotavlja smiselno smernost D in sprejemljivo slabljenje stranske stranskih listov smernega diagrama bočne skupine, določimo še na preprostejši način s približnim pravilom.

Smernega diagrama tržno-dobavljivih anten $F_E(\Theta,\Phi)$ običajno natančno ne poznamo. Navedena smernost tržno-dobavljivih anten je pogosto izračunana po Krausovem približku $D \approx 4\pi/(\alpha_E \alpha_H)$ brez celovite meritve in integracije smernega diagrama. Še najbolj zanesljiva podatka tržno-dobavljivih anten sta širini $-3\mathrm{dB}$ glavnega snopa α_E v ravnini E oziroma α_H v ravnini H.

Brez meritev oziroma temeljitih izračunov v tem primeru bočno skupino načrtujemo tako, da najbližji ničli smernega diagrama bočne skupine neusmerjenih virov sovpadata s širino $-3\mathrm{dB}$ glavnega snopa. Najbližjima ničlama smernega diagrama skupine ustreza razliki poti $|r_2 - r_1| = \lambda/2 = h\sin(\alpha_{-3\mathrm{dB}}/2)$.

Smerni diagram skupine dveh virov razreže glavni snop elementa v več snopov. Optimalna izbira razdalje h med antenama učinkovito zožuje glavni snop in hkrati omejuje novonastale stranske snope:



Približno pravilo za bočno skupino

V prikazanem primeru je bočna skupna sestavljena v ravnini H. Optimalno razdaljo med antenama ocenimo $h_H \approx \lambda/[2\sin(\alpha_H/2)]$. Optimalna razdalja v ravnini E je $h_E \approx \lambda/[2\sin(\alpha_E/2)]$. V primeru različnih širin snopov elementa $\alpha_E \neq \alpha_H$ optimalni razdalji v obeh ravninah nista enaki $h_E \neq h_H$.

Načrtovanje osne skupine ni tako preprosto. Pri sestavljanju osne skupine se lahko zgodi, da en element v skupini zasenči sevanje enakega elementa za njim. Antena Yagi-Uda celo izkorišča polje vsake palčke, da z njim vzbuja naslednjo palčko.

Izbira $\phi = -kh$ sicer daje osno skupino z največjo kazalčno vsoto, ki pa ne dosega največje možne smernosti. Kot osno skupino lahko obravnavamo tudi anteno Yagi-Uda, kjer umetni dielektrik vsiljuje nižjo fazno hitrost od fazne hitrosti v praznem prostoru. Sevanje posameznih palčk antene Yagi-Uda se torej ne sešteva sofazno!

Največjo smernost osne skupine dveh neusmerjenih virov poiščemo z iskanjem ničle odvoda $\partial D/\partial\phi = 0$. Rezultat iskanja je kvadratna enačba s spremenljivko $\sin\phi$, ki ima dve rešitvi. Povrhu ima enačba $u = \sin\phi$ dve

rešitvi. Izmed vseh rešitev je treba poiskati tisto, ki daje največjo smernost D_{MAX} . Pri majhnih razdaljah $h<\lambda/4$ dokaj dobro velja približek $\phi\approx\pi+kh/3$:

Osna skupina $|F(\Theta_{MAX}=0,\Phi_{MAX})|<1$

$$F(\Theta,\Phi)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)$$

$$D=\frac{2|F(\Theta_{MAX},\Phi_{MAX})|^2}{1+\frac{\sin(kh)}{kh}\cos\phi}=\frac{2\left|\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\right)\right|^2}{1+\frac{\sin(kh)}{kh}\cos\phi}=\frac{1+\cos(\phi+kh)}{1+\frac{\sin(kh)}{kh}\cos\phi}$$

$$\frac{\partial D}{\partial\phi}=0=\frac{-\sin(\phi+kh)\left[1+\frac{\sin(kh)}{kh}\cos\phi\right]-\left[1+\cos(\phi+kh)\right]\left[-\frac{\sin(kh)}{kh}\sin\phi\right]}{\left[1+\frac{\sin(kh)}{kh}\cos\phi\right]^2}$$

$$0=\left[\frac{\sin^2(kh)}{(kh)^2}-2\frac{\sin(kh)}{kh}\cos(kh)+1\right]\sin^2\phi-$$

$$-2\frac{\sin^2(kh)}{kh}\left[\frac{\sin(kh)}{kh}-\cos(kh)\right]\sin\phi+\left[\frac{\sin^4(kh)}{(kh)^2}-\sin^2(kh)\right]$$

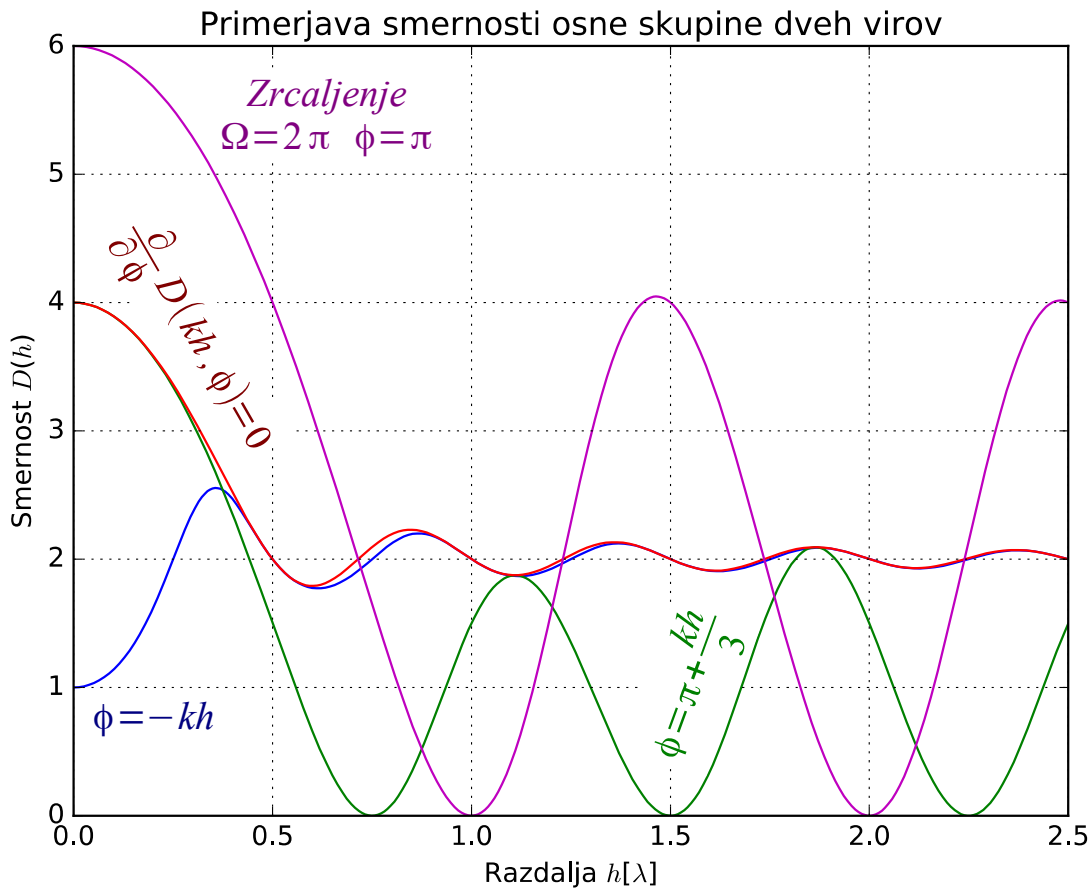
$u=\sin\phi \rightarrow \phi=\arcsin u$ *ali* $\phi=\pi-\arcsin u$

Približek $h<\frac{\lambda}{4} \rightarrow \phi\approx\pi+\frac{kh}{3}$

Največja smernost osne skupine

Rezultat računanja daje sumljiv rezultat $D_{MAX}\rightarrow 4\approx 6\text{dBi}$, ko gre razdalja med neusmerjenima viroma $h\rightarrow 0$ proti nič in sta vira napajana protifazno $\phi\rightarrow\pi$. Dva enaka vira na majhni razdalji napajana protifazno skoraj nič ne sevata! Sevalna upornost takšne antene $R_S\rightarrow 0$ gre proti nič, prav tako gre proti nič sevalni izkoristek $\eta\rightarrow 0$ in dobitek resnične antene $G\rightarrow 0$ iz kovine s končno prevodnostjo. Ob upoštevanju vezja za prilagoditev impedance gre tudi pasovna širina $B\rightarrow 0$ proti nič. Skratka v praksi neuporaben teoretski rezultat!

Rezultat teoretskega izračuna lahko s pridom uporabimo, če izrišemo celoten potek smernosti $D(h)$ kot funkcijo razdalje med antenama za različne postopke načrtovanja osne skupine. Iz poteka smernosti $D(h)$ razberemo, da je skrbna izbira fazne razlike ϕ pomembna predvsem pri majhnih razdaljah $h\leq\lambda/4$ med viroma:



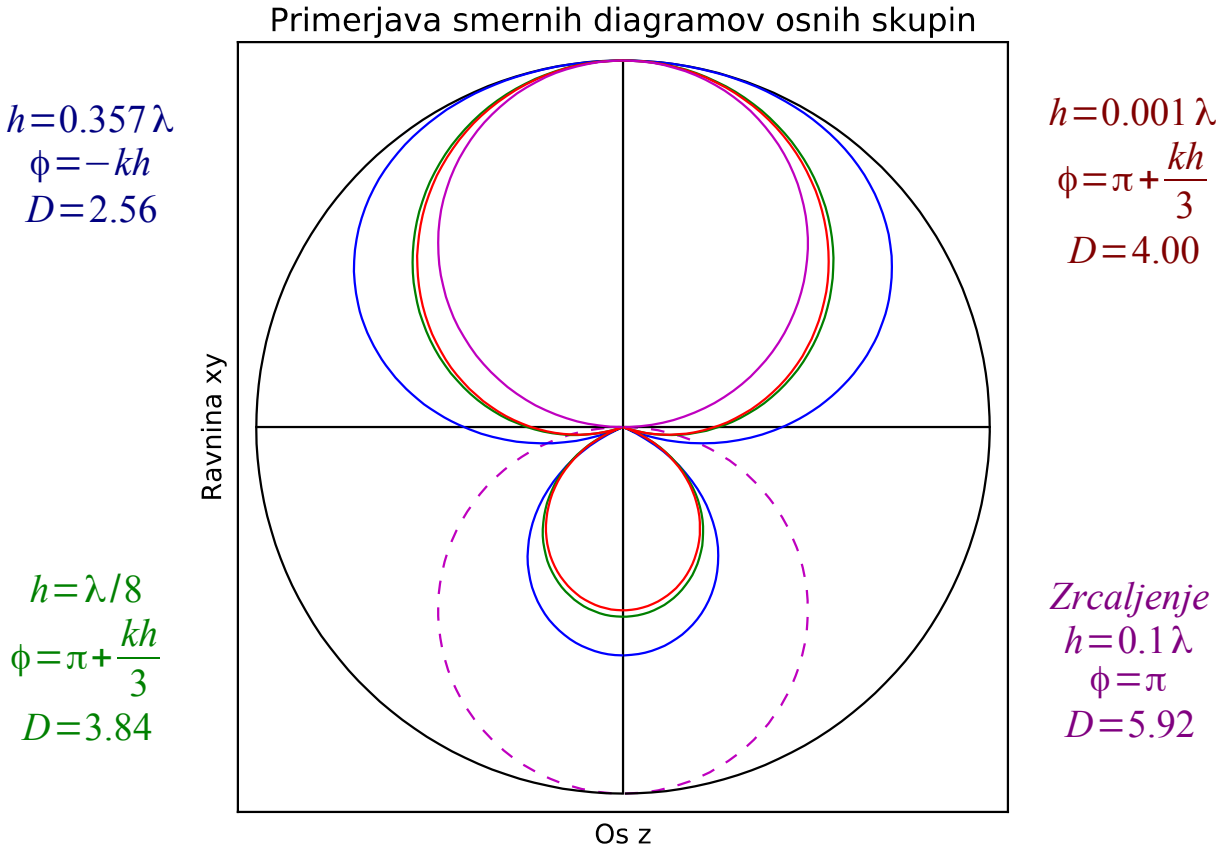
Praktična uporaba teoretskega rezultata je med radioamaterji priljubljena antena HB9CV, ki jo je razvil Rudolf Baumgartner okoli leta 1954. Slednja uporablja dva polvalovna dipola na razdalji $h=\lambda/8$, ki sta napajana skoraj protifazno. Manjši popravek faze omogočata različni dolžini obeh dipolov. Skrbno načrtovana antena HB9CV dosega višjo smernost in večji dobitek od trikrat daljše antene Yagi-Uda s tremi polvalovnimi palčkami na nosilcu dolžine kar $l\approx 0.4\lambda$!

Praktično zelo pomemben primer je protifazno napajanje osne skupine oziroma izbira $\phi=\pi$ ne glede na razdaljo h med antenama. Takšna skupina seva enako v smereh $\pm z$. Pri majhnih razdaljah $h\to 0$ gre smernost dveh neusmerjenih virov proti $D\to 3\approx 4.77\mathrm{dBi}$ ob neuporabni sevalni upornosti $R_S\to 0$, slabem izkoristku $\eta\to 0$ in pripadajoči izgubi dobitka $G\to 0$.

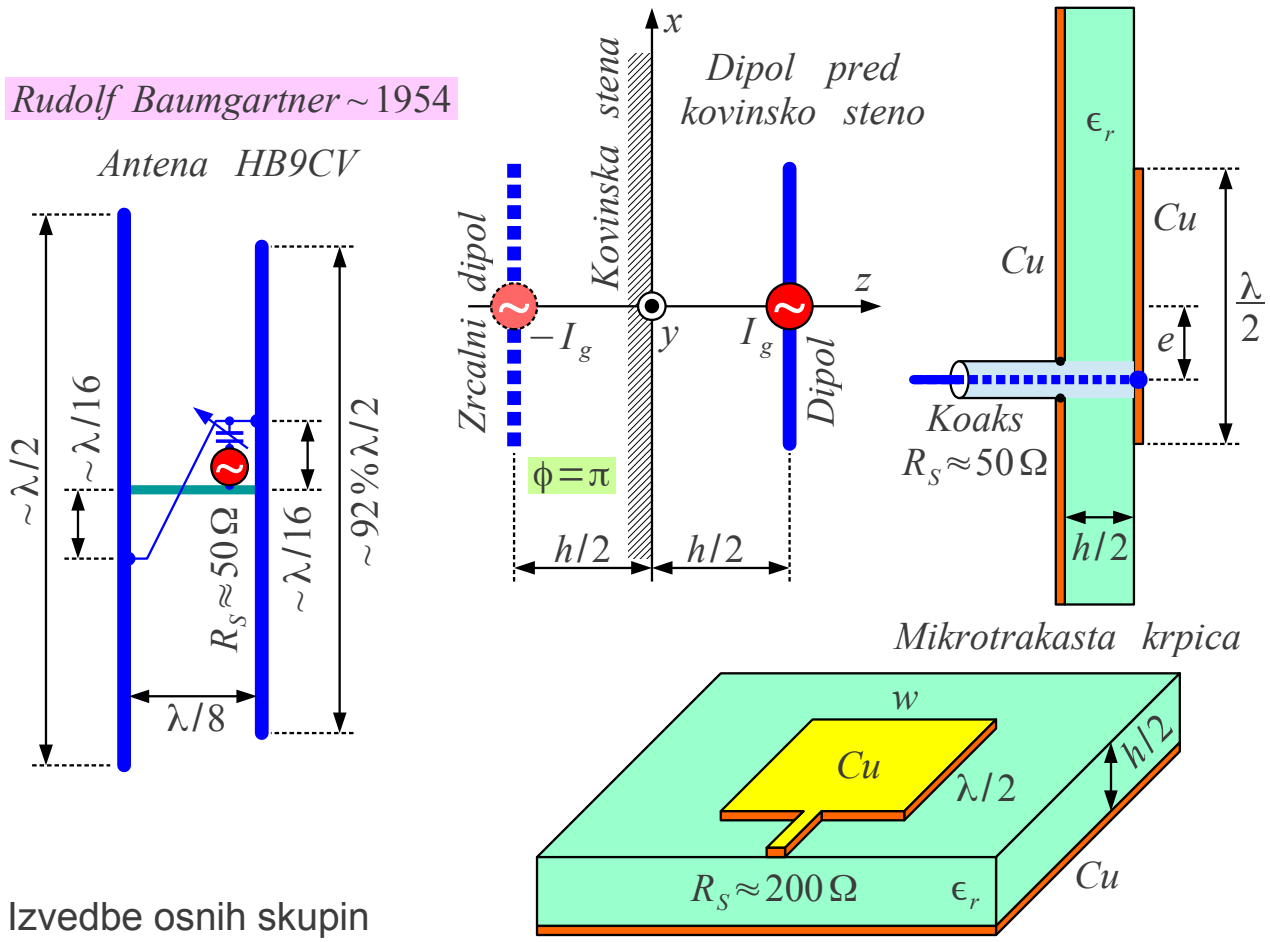
Skupino s protifaznim napajanjem običajno ne gradimo iz dveh enakih anten, pač pa dobimo z zrcaljenjem ene same antene v veliki kovinski steni. Antena pred veliko kovinsko steno seva samo v eno poloblo $\Omega=2\pi$. V drugo poloblo seva zrcalna slika antene na drugi strani kovinske plošče. Ker zrcalna slika v resnici ne obstaja, ne odžira moči oddajnika. Smernost

neusmerjenega vira pred kovinsko ploščo se podvoji na $D \to 6 \approx 7.78\text{dBi}$ pri $h \to 0$. Visoka smernost preprostega zrcaljenja antene je račun brez krčmarja: kako velika mora biti velika kovinska plošča?

Razlike v smernosti različnih osnih skupin je najlažje razložiti s primerjavo pripadajočih smernih diagramov. Najširši glavni snop in najmočnejši vzvratni snop ima skupina $\phi = -kh$ celo pri optimalni izbiri $h = 0.357\,\lambda$. Izbira $\phi = \pi + kh/3$ daje ožji glavni snop in šibkejši vzvratni snop. Razlika med neuporabno razdaljo $h \to 0$ in priljubljeno razdaljo $h = \lambda/8$ je zelo majhna. Končno, zrcaljenje v veliki kovinski plošči daje najožji glavni snop brez vzvratnega snopa:



Vprašanje nizke sevalne upornosti R_S antene HB9CV običajno rešujeta γ priklopa na oba dipola, ki omogočata širok razpon transformacije impedance. Prilagoditev impedance dipola pred kovinsko steno je običajno bolj preprosta, če namesto polvalovnega dipola uporabimo enovalovni dipol. Enovalovni dipol povrhu daje nekoliko večjo smernost:



Izvedbe osnih skupin

Zelo priljubljena antena z zrcaljenjem v veliki kovinski steni je polvalovna mikrotrakasta krpica (angleško: microstrip patch). Mikrotrakasto krpico pravokotne, kvadratne, krožne ali eliptične oblike izjedkamo na eni strani dvostranskega tiskanega vezja. Druga stran tiskanega vezja ni jedkana, da deluje kot ravnina zrcaljenja antene oziroma mase (GND) mikrotrakastih vodov.

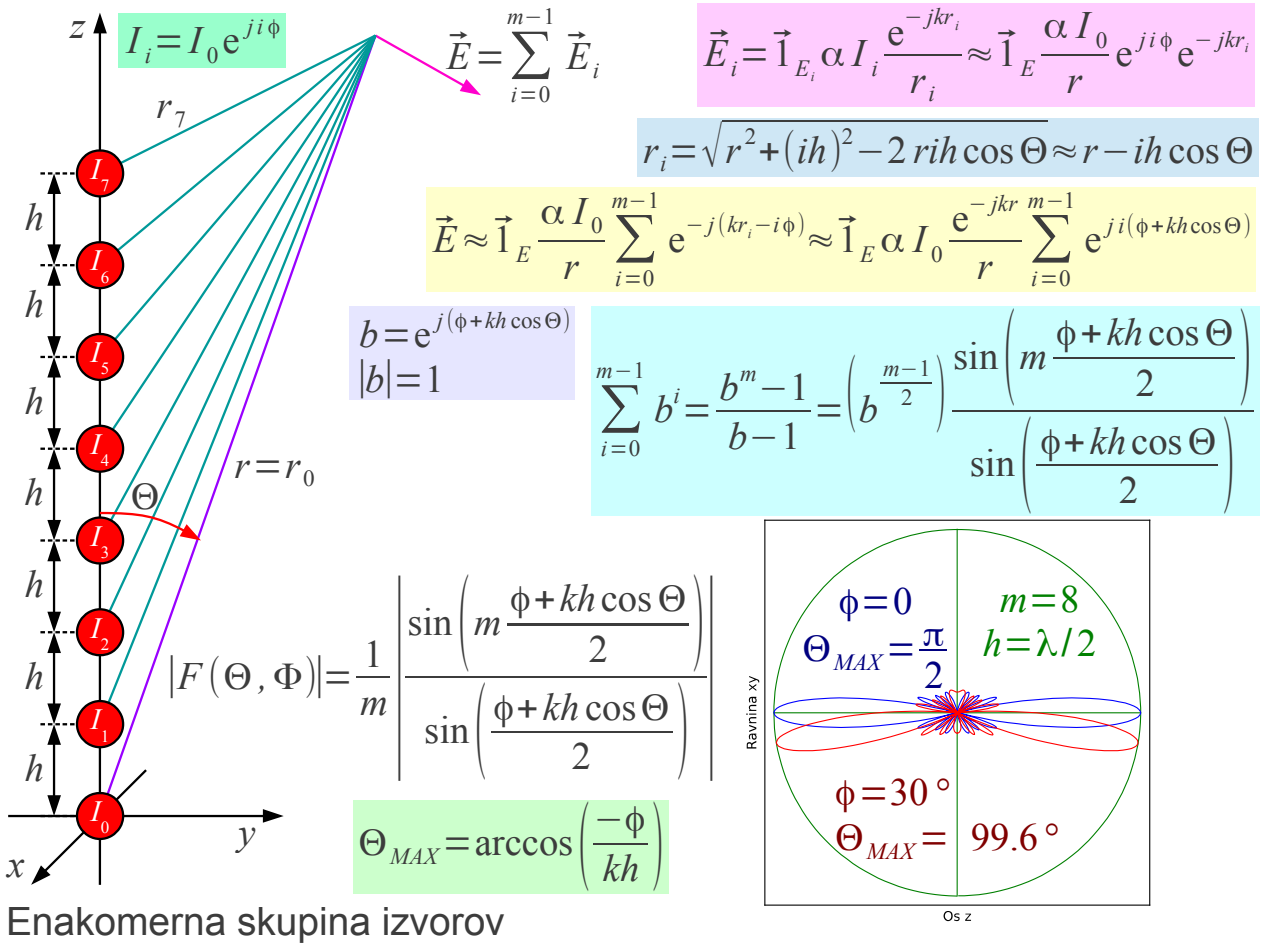
Izolirna podlaga $\epsilon_r > 1$ tiskanega vezja je običajno tanka $h/2 \ll \lambda$ v primerjavi z valovno dolžino. Izredno nizka sevalna upornost v sredini polvalovne krpice se preslika v bolj uporabno vrednost v velikostnem razredu $R_S \approx 200\,\Omega$ na robu krpice, ko je krpica skoraj kvadratne oblike $w \approx \lambda/2$. Na primernem odmiku e od središča krpice najdemo celo točko, kamor lahko neposredno priključimo koaksialni kabel $Z_K = 50\,\Omega$

Nizka sevalna upornost krpice, izgube v izolirni podlagi $\tan\delta > 0$ tiskanega vezja in izgube kožnega pojava v hrapavi bakreni foliji pogosto znižajo sevalni izkoristek krpice pod $\eta < 50\,\%$. Tanka podlaga $h/2 \ll \lambda$ daje zelo ozkopasovno anteno $B \approx 2\,\% f_0$. Tiskano vezje sicer omogoča izdelavo antenske skupine več krpic in pripadajočega napajalnega vezja na skupni podlagi.

Boljši sevalni izkoristek in večjo pasovno širino $B \approx 5\% f_0$ daje izvedba krpice na penastem dielektriku oziroma v tehniki dvignjene podlage (angleško: suspended substrate). V slednjem primeru je krpica izjedkana na tankem enostranskem tiskanem vezju, ki je odmaknjeno s pomočjo distančnikov od kovinske plošče na drugi strani. Razdalja $h/2$ med krpico in kovinsko ploščo se poveča, dielektrik je večinoma zrak $\epsilon_r \approx 1$.

Pravokotna mikrotrakasta krpica z zrakom $\epsilon_r \approx 1$ kot dielektrikom in dovolj veliko ravnino zrcaljenja dosega smernost do $D \approx 10\text{dBi}$. V izolirni podlagi $\epsilon_r > 1$ tiskanega vezja se skrči valovna dolžina $\lambda \approx \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_r}$ in z njo izmere krpice. Manjše izmere krpice, premajhna ravnina zrcaljenja in izgube v dielektriku $\tan\delta > 0$ znižujejo dobitek ene same mikrotrakaste krpice na $G \approx 6\text{dBi}..9\text{dBi}$.

Eno-dimenzijsko skupino lahko sestavimo iz treh ali več anten. Pogost primer je enakomerna skupina m izvorov na enakih medsebojnih razdaljah h , napajanih z enakomerno spreminjajočo fazo $I_i = I_0 e^{ji\phi}$:



$$I_i = I_0 e^{ji\phi} \qquad \vec{E} = \sum_{i=0}^{m-1} \vec{E}_i$$

$$\vec{E}_i = \vec{1}_{E_i} \alpha I_i \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} \approx \vec{1}_E \frac{\alpha I_0}{r} e^{ji\phi} e^{-jkr_i}$$

$$r_i = \sqrt{r^2 + (ih)^2 - 2rih\cos\Theta} \approx r - ih\cos\Theta$$

$$\vec{E} \approx \vec{1}_E \frac{\alpha I_0}{r} \sum_{i=0}^{m-1} e^{-j(kr_i - i\phi)} \approx \vec{1}_E \alpha I_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{i=0}^{m-1} e^{ji(\phi + kh\cos\Theta)}$$

$$b = e^{j(\phi + kh\cos\Theta)} \qquad |b| = 1$$

$$\sum_{i=0}^{m-1} b^i = \frac{b^m - 1}{b - 1} = \left(b^{\frac{m-1}{2}}\right) \frac{\sin\left(m\frac{\phi + kh\cos\Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi + kh\cos\Theta}{2}\right)}$$

$$|F(\Theta, \Phi)| = \frac{1}{m} \left| \frac{\sin\left(m\frac{\phi + kh\cos\Theta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\phi + kh\cos\Theta}{2}\right)} \right|$$

$$\Theta_{MAX} = \arccos\left(\frac{-\phi}{kh}\right)$$

Enakomerna skupina izvorov

Izpeljano sevanje enakomerne skupine vsebuje spreminjanje amplitude in faze v odvisnosti od polarne razdalje Θ . Če izhodišče koordinatnega sistema prestavimo v središče skupine, postane smerni diagram povsem realna funkcija oblike $\sin(mu)/\sin(u)$, kjer je $u=(\phi+kh\cos\Theta)/2$. Smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$ preprosto normiramo tako, da ga delimo s številom virov m . Maksimum sevanja se pojavi pri $u=0$, kjer se moramo pri praktičnem računanju previdno izogniti deljenju $0/0$!

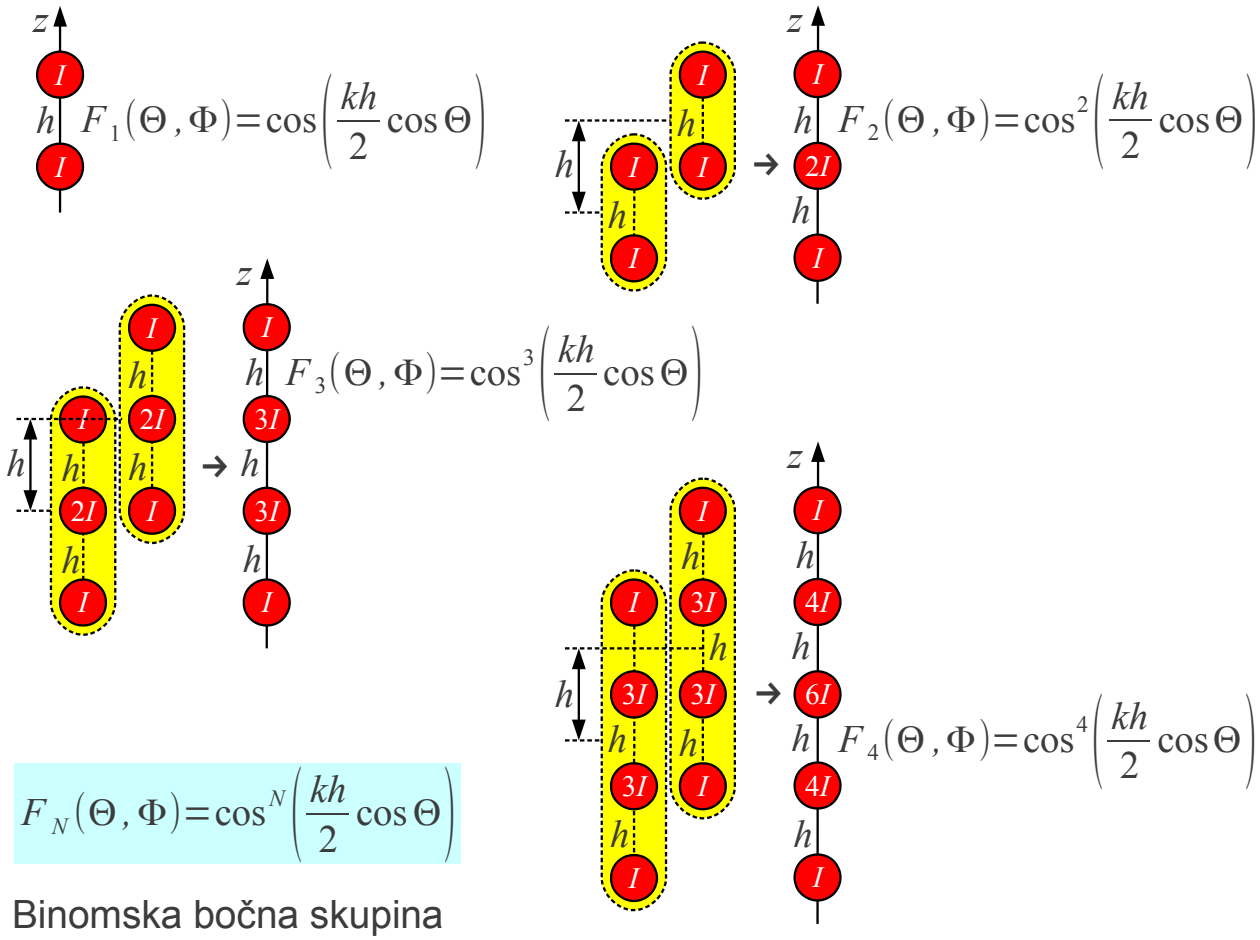
Razdaljo h izberemo glede na gradnike enakomerne skupine tako, da ne pridelamo velikih stranskih snopov na povsem enak način kot pri skupini dveh virov. Z naraščanjem števila gradnikov m lahko nato poljubno ožamo glavni snop sevanja enakomerne skupine. Ko so medsebojni vplivi v enakomerni skupini $|Z_{ij}|\ll|Z_{ii}|, i\neq j$ zanemarljivi v primerjavi z lastnimi impedancami gradnikov skupine, velja približna ocena smernosti skupine $D\approx m\,D_E$.

Ko medsebojni vplivi med elementi skupine niso zanemarljivi oziroma postanejo primerljivi z lastnimi impedancami gradnikov $|Z_{ij}|\approx|Z_{ii}|, i\neq j$, postane načrtovanje napajanja enakomerne skupine zelo zahtevna naloga. Skrajni primer je antena Yagi-Uda, kjer generator vzbuja en sam gradnik, vsi ostali gradniki pa so vzbujani preko medsebojnih vplivov. Povsem jasno v tem primeru določanje smernosti skupine ni preprosto $D\neq m\,D_E$.

Enakomerno skupino največkrat načrtujemo kot bočno skupino $\phi=0$. Z izbiro faznega zamika $\phi\neq 0$ lahko glavni snop poljubno odklonimo navzgor ali navzdol vse do osne skupine s sevanjem v smeri osi $\pm z$. V primeru televizijskega oddajnika na vrhu hriba oziroma bazne postaje mobilne telefonije na vrhu antenskega stolpa glavni snop sevanja odklonimo le malenkost navzdol proti uporabnikom pod bočno ravnino xy .

Pri enakomerni skupini večjega števila virov $m>2$ lahko neželjene stranske snope sevanja nadzorujemo tako, da poleg spreminjanja faze vzbujanja spreminjamo tudi amplitudo vzbujanja posameznih izvorov. Skrajni primer je binomska skupina, ki nima stranskih snopov.

Načrtovanje binomske skupine začnemo s skupino dveh virov, vzbujenih z enakima amplitudama. Razdaljo med viroma izberemo tako, da ni stranskih snopov, na primer $h\leq\lambda/2$ za bočno skupino $\phi=0$ oziroma $h\leq\lambda/4$ za osno skupino $\phi=-kh$. Skupino dveh virov uporabimo kot gradnik nove skupine dveh anten na isti razdalji h . Pri tem dva vira prvotne skupine sovpadeta v en sam vir z dvakratnim vzbujanjem $2I$:



$$F_N(\Theta,\Phi)=\cos^N\left(\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)$$

Binomska bočna skupina

Isti postopek nato ponovimo z gradnjo še večje skupine na isti razdalji h, kjer kot gradnika uporabimo dve prej dobljeni skupini treh virov $I, 2I, I$. Par začetnih virov, ki pri tem sovpade, nadomestimo z enim samim virom z vsoto vzbujanja. Dobimo skupino štirih virov z vzbujanjem $I, 3I, 3I, I$.

Isti postopek lahko še poljubno ponavljamo. Jakost vzbujanja začetnih virov postane sorazmerna binomskim koeficientom, od tod ime skupine. Smerni diagram računamo po pravilu o množenju smernih diagramov. Smerni diagram binomske skupine $F_N(\Theta,\Phi)=[F(\Theta,\Phi)]^N$ je preprosto pripadajoča potenca smernega diagrama začetne skupine.

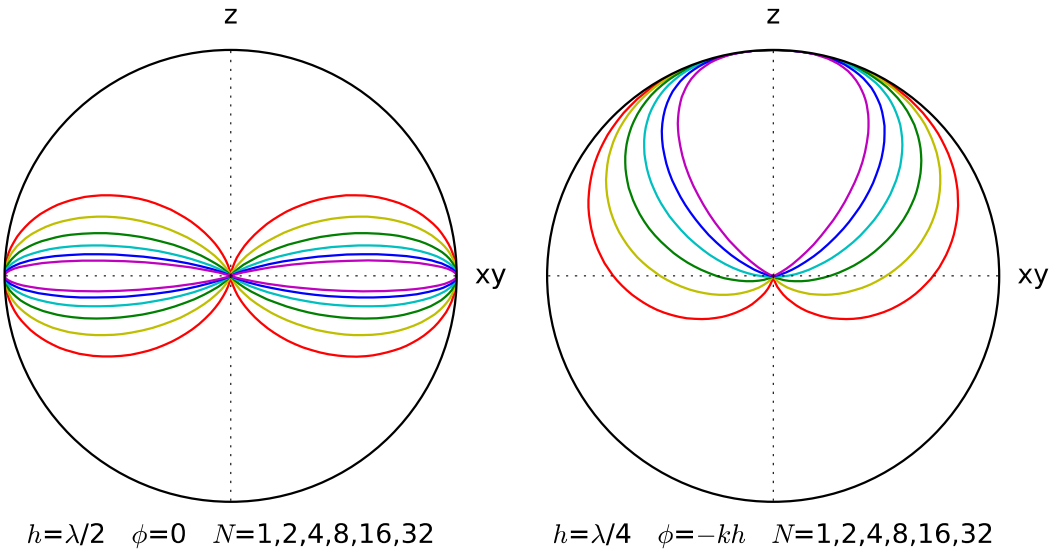
Če začetni smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$ ni imel stranskih snopov, nima stranskih snopov niti njegova poljubna potenca $[F(\Theta,\Phi)]^{m-1}$ v končni skupini m virov. Z naraščanjem m se seveda oža snop sevanja binomske skupine. Primerjava s preprosto enakomerno skupino z vzbujanjem konstante jakosti hitro pokaže, da binomska skupina potrebuje dosti več gradnikov za primerljivo širino (glavnega) snopa sevanja:

Bočna binomska skupina

$$F_N(\Theta,\Phi)=\cos^N\left(\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)$$

Osna binomska skupina

$$F_N(\Theta,\Phi)=\cos^N\left(\frac{kh}{2}(\cos\Theta-1)\right)$$



$h=\lambda/2 \quad \phi=0 \quad N=1,2,4,8,16,32$ $h=\lambda/4 \quad \phi=-kh \quad N=1,2,4,8,16,32$

Smerni diagrami binomskih skupin

Napajanje binomske skupine je še dosti bolj zahtevno od napajanja enakomerne skupine z vzbujanjem konstantne jakosti. Razmerja med jakostjo vzbujanja posameznih gradnikov so visoka, zato so medsebojni vplivi $Z_{ij}, i\neq j$ še dosti bolj moteči. Pravih binomskih skupin običajno ne gradimo, pač pa izberemo kompromis med številom anten v skupini, zahtevnostjo vzbujanja in slabljenjem stranskih snopov skupine.

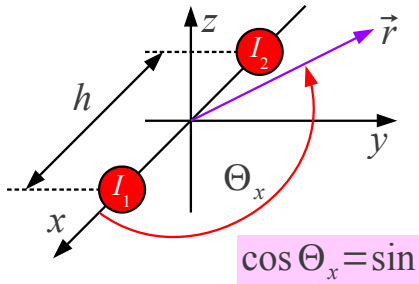
Pravilo o množenju smernih diagramov s pridom uporabimo tudi pri načrtovanju dvo-dimenzijskih in tri-dimenzijskih skupin. Preden lahko uporabimo pravilo o množenju smernih diagramov, moramo vse smerne diagrame anten in skupin zapisati v istem koordinatnem sistemu.

Pri gradnji kompliciranih skupin anten posamezne antene in podskupine namestimo pod pravim kotom oziroma orientiramo v smeri kartezičnih koordinatnih osi (x,y,z) . Pripadajoči smerni diagrami so zapisani v krogelnih koordinatah (r,Θ_x,Φ_x) s tečajem v smeri $+x$ oziroma (r,Θ_y,Φ_y) s tečajem v smeri $+y$ oziroma v običajnem krogelnem koordinatnem sistemu (r,Θ,Φ) s tečajem v smeri $+z$.

Smerni diagrami preprostih anten in skupin so zapisani samo s polarnim

kotom Θ_x oziroma Θ_y oziroma Θ in niso odvisni od pripadajoče zemljepisne dolžine. Pravilo o množenju smernih diagramov velja za isto polarizacijo vseh gradnikov, torej pretvorbo smernih vektorjev običajno ni potrebna. Sestavljanja zahtevnejših skupin večinoma potrebuje le pretvorbo kotnih funkcij $\cos\Theta_x$, $\sin\Theta_x$, $\cos\Theta_y$ in $\sin\Theta_y$ pripadajoče polarne razdalje v kotne funkcija običajnih krogelnih koordinat (r,Θ,Φ) :

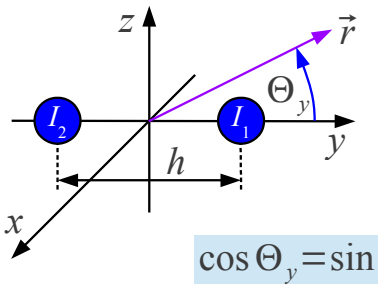
$$F_S(\Theta,\Phi)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta_x\right)$$



$$\cos\Theta_x=\sin\Theta\cos\Phi$$

$$F_S(\Theta,\Phi)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\sin\Theta\cos\Phi\right)$$

$$F_S(\Theta,\Phi)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\cos\Theta_y\right)$$



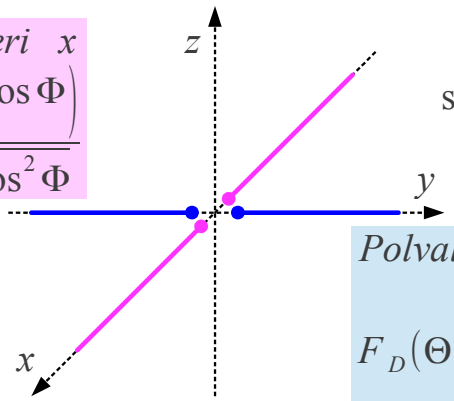
$$\cos\Theta_y=\sin\Theta\sin\Phi$$

$$F_S(\Theta,\Phi)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kh}{2}\sin\Theta\sin\Phi\right)$$

Polvalovni dipol v smeri x

$$F_D(\Theta,\Phi)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\Theta\cos\Phi\right)}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}}$$

$$\sin\Theta_x=\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}$$



$$\sin\Theta_y=\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}$$

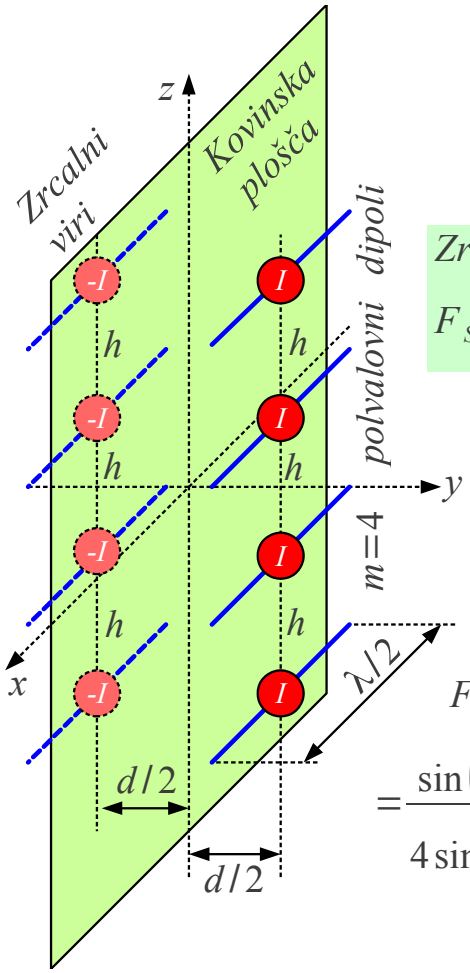
Polvalovni dipol v smeri y

$$F_D(\Theta,\Phi)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\Theta\sin\Phi\right)}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\sin^2\Phi}}$$

Obračanje anten

Nazoren zgled, kako uporabiti opisana pravila, je priljubljena skupina štirih polvalovnih dipolov pred kovinsko ploščo. Polvalovni dipoli so obrnjeni v smeri osi x . Dipoli se nahajajo na razdalji $d/2$ v smeri osi y pred ravno kovinsko ploščo, torej zrcaljenje opisuje osna skupina dveh protifaznih $\phi=-\pi$ virov na razdalji d v osi y . Končno tvorijo štiri takšne antene enakomerno skupino štirih virov v osi z .

Skupni smerni diagram $F(\Theta,\Phi)$ je po pravilu o množenju smernih diagramov zmnožek smernega diagrama polvalovnega dipola $F_E(\Theta,\Phi)$ v osi x , smernega diagrama zrcaljenja $F_{S1}(\Theta,\Phi)$ v osi y in smernega diagrama enakomerne $m=4$ bočne skupine $F_{S2}(\Theta,\Phi)$ v osi z :



Polvalovni dipol v smeri osi x

$$F_E(\Theta,\Phi)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\Theta_x\right)}{\sin\Theta_x}=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\Theta\cos\Phi\right)}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}}$$

Zrcaljenje v smeri osi y → $\phi=-\pi$

$$F_{S1}(\Theta,\Phi)=\cos\left(\frac{\phi}{2}+\frac{kd}{2}\cos\Theta_y\right)=\sin\left(\frac{kd}{2}\sin\Theta\sin\phi\right)$$

Enakomerna bočna skupina v smeri osi z

$$F_{S2}(\Theta,\Phi)=\frac{\sin\left(m\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)}{m\sin\left(\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)}=\frac{\sin\left(2\,kh\cos\Theta\right)}{4\sin\left(\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)}$$

$$F(\Theta,\Phi)=F_{S2}(\Theta,\Phi)\cdot F_{S1}(\Theta,\Phi)\cdot F_E(\Theta,\Phi)=$$

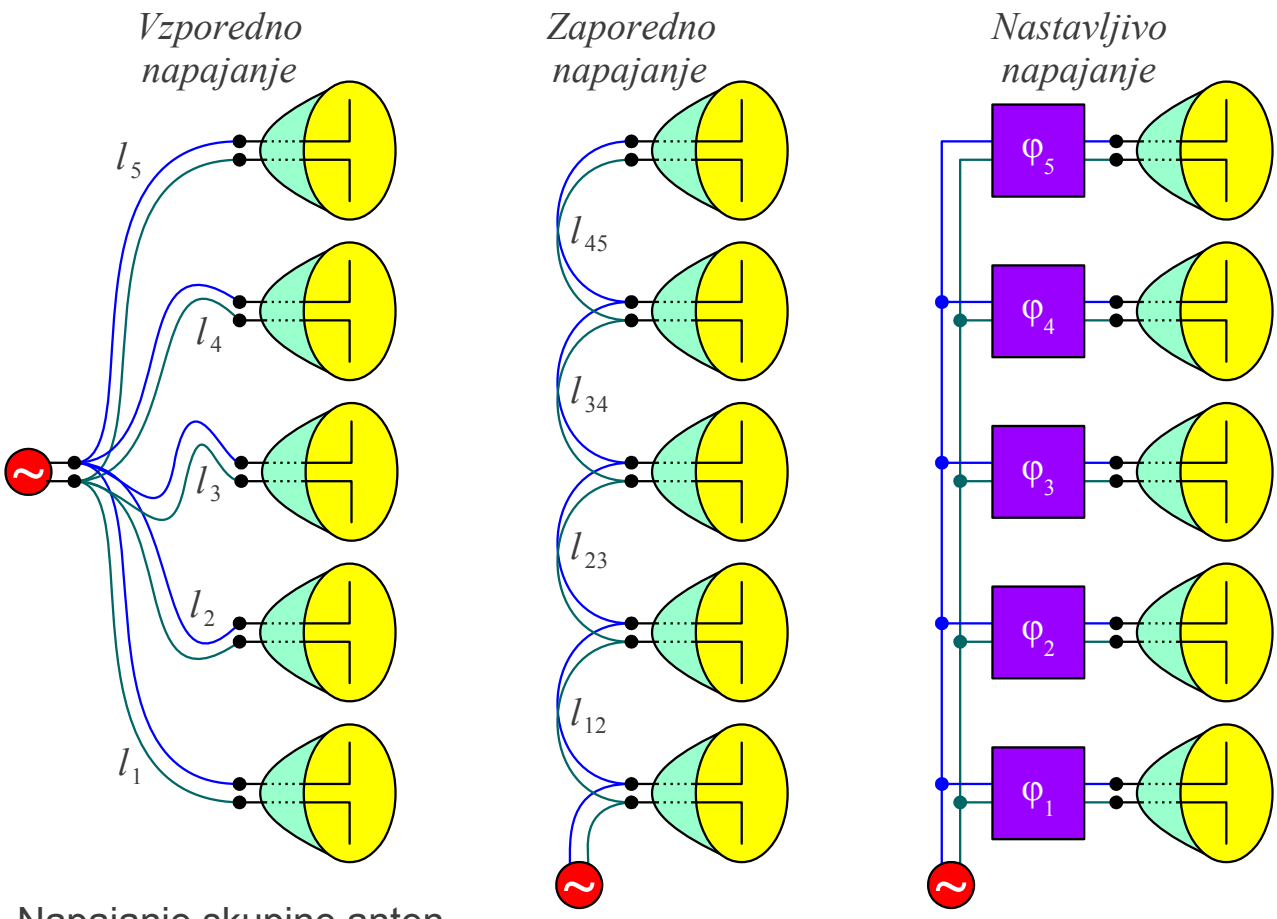
$$=\frac{\sin\left(2\,kh\cos\Theta\right)}{4\sin\left(\frac{kh}{2}\cos\Theta\right)}\sin\left(\frac{kd}{2}\sin\Theta\sin\phi\right)\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\Theta\cos\Phi\right)}{\sqrt{1-\sin^2\Theta\cos^2\Phi}}$$

Sestavljanje skupin

Verjetno je najtežja naloga praktičnega sestavljanja skupine zagotoviti napajanje vsake posamične antene z natančno izbranima fazo in amplitudo krmilnega električnega toka. Ker je dolžina napajalnih vodov primerljiva z valovno dolžino, so pomembne pravilne prilagoditev impedanc in fazni zasuki vodov. Nalogo dodatno otežujejo medsebojni vplivi $Z_{ij}, i\neq j$ med gradniki skupine. Končno električni vodi do posameznih anten v skupini ne smejo motiti sevanja skupine.

Resnični električni vodi vnašajo nezanemarljivo slabljenje, ki znižuje sevalni izkoristek η skupine. Dobitek skupine anten je odvisno od izvedbe napajalnih vodov omejen na približno $G_{MAX}\approx 30\text{dBi}..40\text{dBi}$. Še večja skupina bi sicer dala višjo smernost D ampak hkrati daljše napajalne vode z višjimi izgubami. Slednje bi izničile kakršenkoli prirastek dobitka G .

Napajanje iste skupine anten je lahko izvedeno na različne načine. Vzporedno napajanje pomeni, da ima vsak gradnik skupine vod enake dolžine do generatorja. Enake dolžine vodov $l_1=l_2=l_3=l_4=l_5$ zagotavljajo bočno skupino $\phi=0$ ne glede na frekvenco generatorja:



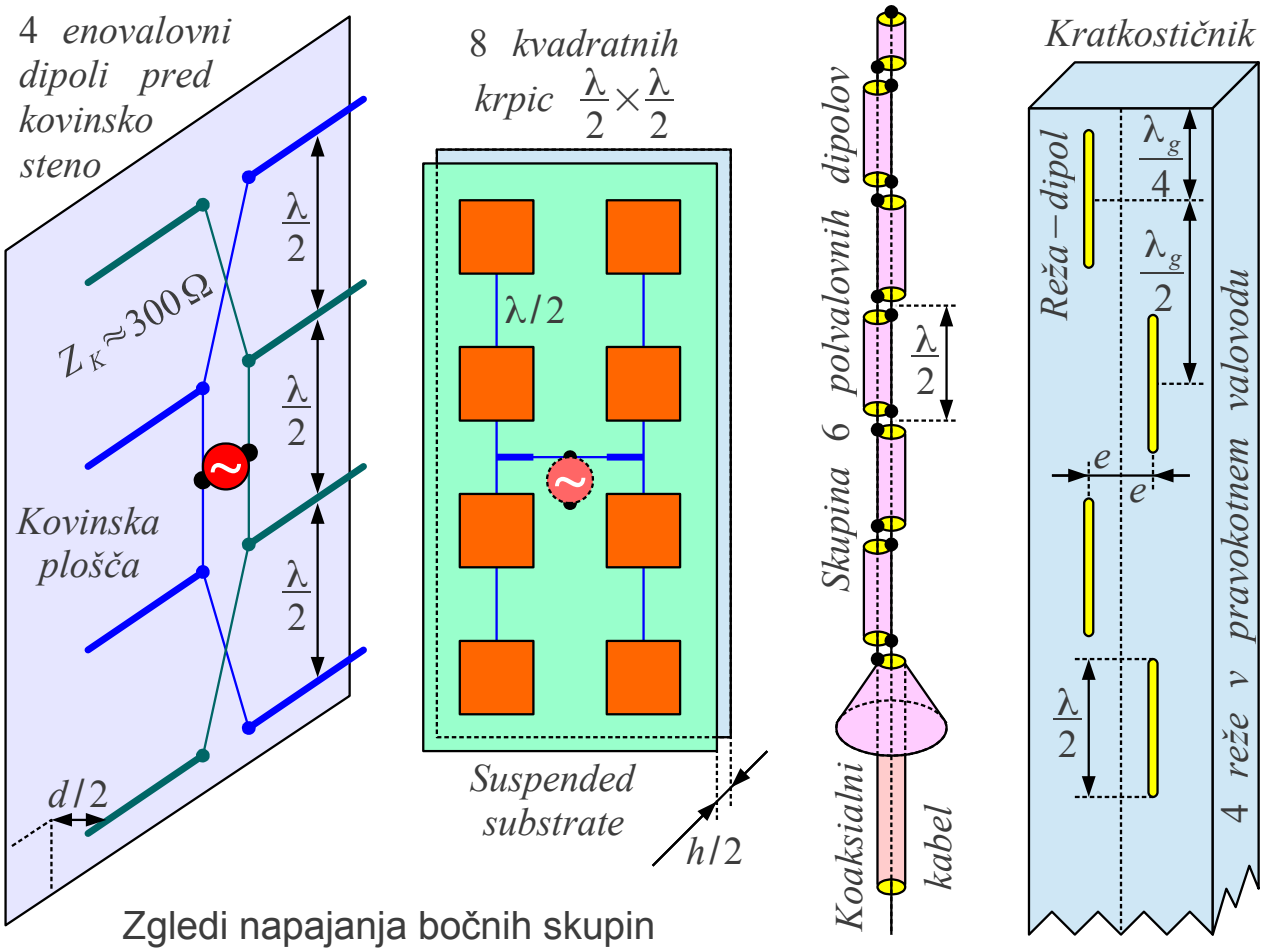
Napajanje skupine anten

Zaporedno napajanje omogoča prihranek pri dolžini vodov, ki so napeljani med sosednjimi gradniki skupine. Nastavitev faze vzbujanja posameznih anten, pravilna delitev moči generatorja in pravilna zaključitev impedanc so zahtevne. Ker je fazni zasuk vodov l_{12} , l_{23} , l_{34} in l_{45} odvisen od frekvence, se smer glavnega snopa sevanja skupine odklanja s frekvenco, kar večinoma ni zaželjeno.

Najučinkovitejše in najzahtevnejše je nastavljivo napajanje skupine. Vsakemu gradniku skupine lahko neodvisno nastavljamo najmanj fazo, lahko pa tudi amplitudo vzbujanja. Takšni nastavljivi skupini (angleško: phased array) lahko povsem elektronsko nastavljamo smer sevanja brez mehanskega premikanja skupine.

Starejše nastavljive skupine so uporabljale pasivne feritne fazne sukalnike v sami skupini. Takšen radar je lahko sledil le en cilj naenkrat. V novejših antenah se nastavljanje faze in amplitude premika čedalje globlje v elektroniko v svet številske obdelave signalov. Vsaka antena je opremljena najmanj z lastnim ojačevalnikom, ki hkrati ojačuje neodvisne signale iz različnih smeri. Antena z nastavljivim napajanjem globoko v elektroniki lahko sledi več ciljem hkrati z neodvisnimi signali: od vojaških letal do mobilnih telefonov.

V številnih antenah se pogosto uporablja kombinacija napajanj. Zaporedno napajanje omogoča prihranek vodov na majhnih razdaljah znotraj gruče bližnjih gradnikov skupine. Hkrati se gruče napajajo vzporedno z daljšimi vodi, kar omogoča delovanje skupine v širšem frekvenčnem pasu:



Zgledi napajanja bočnih skupin

Zelo pogosta antena je bočna skupina štirih enovalovnih dipolov pred kovinsko steno na medsebojnih razdaljah $h=\lambda/2$. Enovalovni dipoli pred kovinsko steno so načrtovani za sevalno upornost okoli $R_S \approx 300\,\Omega$. Sosednja dva dipola v gruči sta napajana zaporedno. Dvovod dolžine $l=\lambda/2$ obrača fazo, impedance pa ne preslika. Sofazno napajanje omogočata prekrižani žici dvovoda.

Gornja in spodnja gruča dveh dipolov sta napajani vzporedno. Sevalna upornost vsake gruče je okoli $R_{gruče}=R_S/2\approx 150\,\Omega$. Četrtvalovni vod $Z_K \approx 300\,\Omega$ invertira impedanco v $R_{gruče}' \approx 600\,\Omega$. Dve gruči vzporedno dajeta $R \approx 300\,\Omega$ za generator.

Skupine mikrotrakastih krpic so običajno grajene v tehniki dvignjene podlage na tankem enostranskem tiskanem vezju, da večji del odmika $h/2$

od kovinske stene predstavlja zrak. Na istem tiskanem vezju so izdelani tudi vsi napajalni vodi. Prikazani primer bočne skupine osmih krpic vsebuje štiri gruče s po dvema zaporedno napajanima krpicama. Vmesni mikrotrakasti vod sicer obrača fazo, kar pa se z odjemom signala na nasprotnih stranicah krpic ravno izniči.

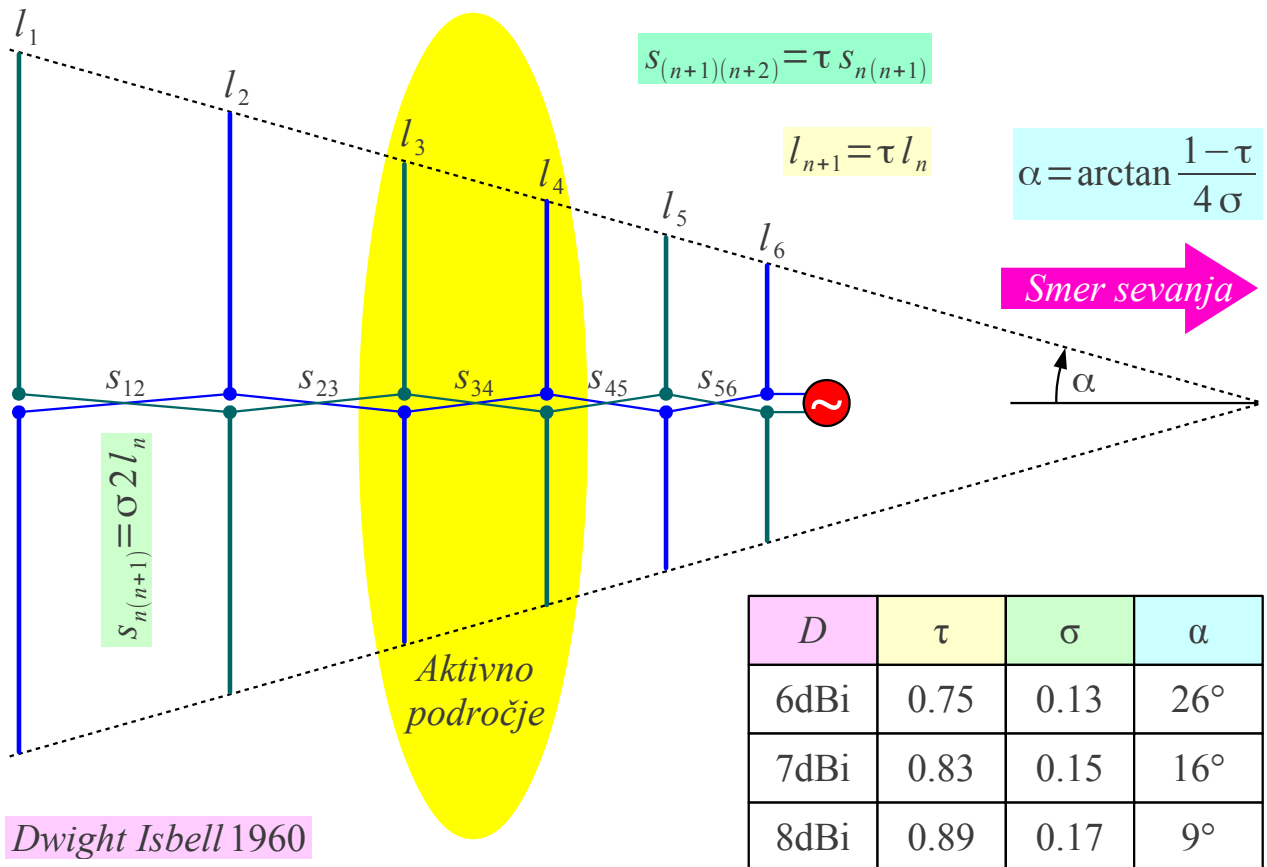
Štiri gruče so nato napajane vzporedno z mikrotrakastimi vodi primernih dolžin in karakterističnih impedanc za ustrezno preslikavo impedance vzporedne vezave. V skupni mikrotrakastih krpic se sevanju prenosnih vodov ne moremo izogniti. S primernim načrtovanjem širokih krpic in ozkih prenosnih vodov lahko sevanje slednjih kvečjemu omejimo.

Zaporedno napajano bočno skupino se da navsezadnje izdelati kar iz samih prenosnih vodov, ki hkrati z napajanjem skupine še sami po sebi sevajo. Preprosta pokončna bočna skupina za pokončno polarizacijo (VP) je sestavljena iz odsekov koaksialnega kabla dolžine $l=\lambda/2$. Med dvema sosednjima odsekoma se žila in oklop zamenjata med sabo. Hkrati z napajanjem skupine odseki plaščev kabla sevajo kot polvalovni dipoli.

Skupina polvalovnih rež v pravokotnem valovodu deluje kot pokončna bočna skupino za vodoravno polarizacijo (HP). Polvalovna reža je komplementarna antena polvalovnemu dipolu. Za sevalne upornosti komplementarnih anten velja $R_{reže}\,R_{dipola}=\left(Z_0/2\right)^2$, kar daje sevalno upornost sredi polvalovne reže okoli $R_{reže}\approx 500\,\Omega$. Visoka impedanca reže ustreza visokim impedancam v kovinskem valovodu.

Z odmikom reže $\pm e$ od sredine valovoda se nastavljata jakost in polariteta vzbujanja s prečnimi tokovi v stenah valovoda. Ko znaša pokončni razmak med režami $h=\lambda_g/2$ polovico valovne dolžine v valovodu, sofazno vzbujanje skupine zahteva nameščanje zaporednih rež izmenično na različnih straneh od sredine valovoda. Slednji ukrep je popolnima enakovreden križanju žic dvovoda v opisani skupini enovalovnih dipolov.

Skupina med sabo različnih anten lahko pokriva širok frekvenčni pas oziroma več ločenih frekvenčnih pasov. Izvedba napajanja takšne skupine brez izpadov na frekvenčnih mejah med sosednjima antenama na prvi pogled ni preprosta. Ena najuspešnejših rešitev opisane naloge je logaritmično-periodična skupina dipolov, ki jo je razvil Dwight Isbell leta 1960:



Dwight Isbell 1960

Logaritmično-periodična skupina dipolov

D	τ	σ	α
6dBi	0.75	0.13	26°
7dBi	0.83	0.15	16°
8dBi	0.89	0.17	9°
9dBi	0.94	0.19	5°

V logaritmično-periodični anteni učinkovito seva aktivno področje z dolžinama dipolov l_3 in l_4 blizu polovice valovne dolžine na povsem enak način kot antena HB9CV. Krajša dipola l_5 in l_6 kapacitivno obremenjujeta prenosni vod, kar ugodno znižuje njegovo karakteristično impedanco med generatorjem in aktivnim področjem. Daljša dipola l_1 in l_2 odbijeta preostalo moč generatorja nazaj proti aktivnemu področju.

Pri višanju frekvence generatorja se aktivno področje samodejno premika proti generatorju. Pri nižanju frekvence generatorja se aktivno področje samodejno premika proč od generatorja. Logaritmično-periodično skupino dipolov lahko naredimo poljubno dolgo s poljubnim številom dipolov, da z njimi pokrijemo poljubno širok frekvenčni pas!

Načrtovanje logaritmično-periodične skupine dipolov določata dve konstanti τ in σ. Konstanta $\tau = l_{n+1}/l_n$ določa razmerje dolžin dveh sosednjih dipolov. Dolžine dipolov naraščajo proč od napajalne točke oziroma upadajo v smeri napajalne točke po eksponentnem zakonu, od tod ime antene.

Konstanta $\sigma = s_{n(n+1)/(2l_n)} \approx s/\lambda$ določa razmak med sosednjima

dipoloma, izražen z valovno dolžino aktivnega področja. Povsem jasno tudi razmaki med dipoli naraščajo proč od napajalne točke oziroma upadajo v smeri napajalne točke po istem eksponentnem zakonu. Obe konstanti τ in σ določata kot ovojnice antene $\alpha = \arctan(1-\tau)/(4\sigma)$.

Logaritmično-periodična antena dosega smernost v območju $D \approx 6\text{dBi}..9\text{dBi}$. Z višanjem smernosti se kot ovojnice antene α manjša in antena se podaljšuje. Smernost nad $D > 9\text{dBi}$ bi zahtevala neupravičeno dolgo anteno z velikim številom palčk.

Sestavljanje poljubne polarizacije s skupino dveh ali več anten je snov naslednjega poglavja.

* * * * *

12. Polarizacija valovanja

Fizika deli valovanja na vzdolžna (longitudinalna) in prečna (transverzalna). Zvok v plinu ali tekočini je vzdolžno valovanje. Valovni vektor $\vec{k}$ ter amplituda in faza nihanja popolnoma opišejo gibanje delcev plina ali tekočine v smeri razširjanja vzdolžnega valovanja. V trdni snovi lahko hkrati obstajajo različna mehanska valovanja. Potres sproži v Zemljini skorji dve različni valovanji: hitrejši vzdolžni tlačni val P (angleško: primary/pressure wave) in počasnejši prečni strižni val S (angleško: secondary/shear wave) z različnima valovnima vektorjema $\vec{k}_P \neq \vec{k}_S$.

Valovni vektor $\vec{k}$ ter amplituda in faza nihanja ne zadoščajo za celovit opis prečnega valovanja. Če zasukamo eno od pravokotnih koordinatnih osi v smer valovnega vektorja $\vec{k}$, ima prečno valovanje natančno dve med sabo popolnoma neodvisni komponenti, ki nihata v smereh preostalih dveh koordinatnih osi. Opisano lastnost prečnega valovanja imenujemo polarizacija valovanja. Sam izraz polarizacija sicer lahko ima v fiziki tudi povsem drugačen pomen.

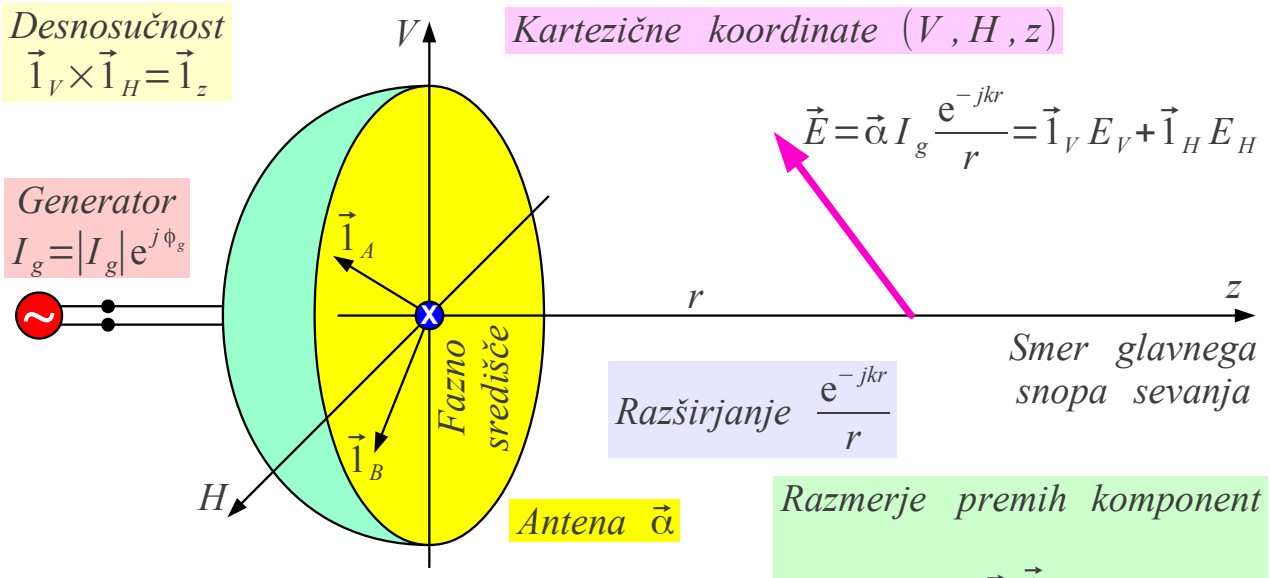
Francoski častnik, inženir in znanstvenik Étienne-Louis Malus je leta 1809 odkril polarizacijo svetlobe. Elektromagnetno valovanje je vedno izključno prečno valovanje. Fizikalni zakoni ne dovoljujejo vzdolžnega elektromagnetnega valovanja. Poljubno elektromagnetno valovanje z določenim valovnim vektorjem $\vec{k}$ lahko zato razstavimo v natančno dve med sabo pravokotni in ena od druge popolnoma neodvisni komponenti.

Za opis polarizacije valovanja se je nujno najprej dogovoriti za koordinatni sistem. Polarizacijo elektromagnetnega valovanja vedno zapišemo za vektor električnega polja $\vec{E}$. Pripadajoče magnetno polje $\vec{H}$ je nanj vedno pravokotno in tvori s smerjo valovnega vektorja $\vec{k}$ desnosučni koordinatni sistem $\vec{1}_E \times \vec{1}_H = \vec{1}_k$. Zato magnetnega polja $\vec{H}$ pri obravnavi polarizacije elektromagnetnega valovanja ne omenjamo.

Fiziki vežejo koordinatni sistem polarizacije na samo valovanje. V elektrotehniki vežemo koordinatni sistem na anteno ne glede na to, ali se antena uporablja za oddajo ali pa za sprejem valovanja. Zaradi različnih definicij koordinatnih sistemov polarizacije imajo enačbe v elektrotehničnih člankih in knjigah pogosto obrnjene predznake nekaterih veličin glede na fizikalne članke in učbenike.

V elektrotehniki uporabimo desnosučni kartezični koordinatni sistem. Koordinate poimenujemo (V, H, z), da poudarimo, da gre za polarizacijo valovanja. Koordinatni sistem (V, H, z) je sicer popolnoma enak primerno postavljenemu (x, y, z). Zaradi obilice podatkov običajno ne navajamo podrobnega polarizacijskega smernega diagrama antene. Polarizacijo antene tedaj preprosto zapišemo samo za maksimum sevanja v osi glavnega snopa.

Izhodišče koordinatnega sistema (V, H, z) je v faznem središču antene. Os z je usmerjena v smer glavnega snopa sevanja antene. Pokončna (vertikalna) os V je usmerjena navzgor oziroma v vesolju v geostacionarni tirnici na sever. Vodoravna (horizontalna) os H tvori desnosučni koordinatni sistem z ostalima dvema osema. V vesolju v geostacionarni tirnici je os H usmerjena na vzhod, da kaže os z v smeri sevanja anten telekomunikacijskega satelita proti Zemlji:



Premo – polarizirani komponenti

$$E_V = \vec{E} \cdot \vec{1}_V = \vec{\alpha} \cdot \vec{1}_V |I_g| e^{j\phi_g} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$E_H = \vec{E} \cdot \vec{1}_H = \vec{\alpha} \cdot \vec{1}_H |I_g| e^{j\phi_g} \frac{e^{-jkr}}{r}$$

Razmerje premih komponent

$$\frac{E_V}{E_H} = \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{1}_V}{\vec{\alpha} \cdot \vec{1}_H} = \frac{\alpha_V}{\alpha_H}$$

Poševna prema smernika

$$\vec{1}_A = \vec{1}_{(45°)} = \frac{\vec{1}_V + \vec{1}_H}{\sqrt{2}}$$

$$\vec{1}_B = \vec{1}_{(135°)} = \frac{\vec{1}_H - \vec{1}_V}{\sqrt{2}}$$

Koordinatni sistem za polarizacijo antene

Vektor električnega polja $\vec{E}$ vedno leži v ravnini VH, ki je pravokotna na smer širjenja valovanja v smeri osi z. Sevanje poljubne antene lahko zato razstavimo v premi komponenti E_V in E_H. Izraz prema (linearna) polarizacija pomeni, da konica vektorja električnega polja

$\vec{E}$ niha po premici. Prema komponenta $\vec{1}_V E_V$ niha po koordinatni osi V, prema komponenta $\vec{1}_H E_H$ pa niha po koordinatni osi H. Vsota obeh komponent ni nujno premo polarizirana, saj konica vektorja $\vec{E}$ lahko opisuje tudi drugačno krivuljo v prostoru, v splošnem primeru elipso.

Komponenti E_V in E_H sta dva kazalca, torej dve kompleksni oziroma štiri realna števila. Komponenti E_V in E_H sicer natančno opisujeta sevanje antene, ki pa poleg lastnosti antene vsebuje tudi amplitudo $|I_g|$ in fazo generatorja ϕ_g. Slednja dva nista podatka antene niti ne opisujeta polarizacije valovanja!

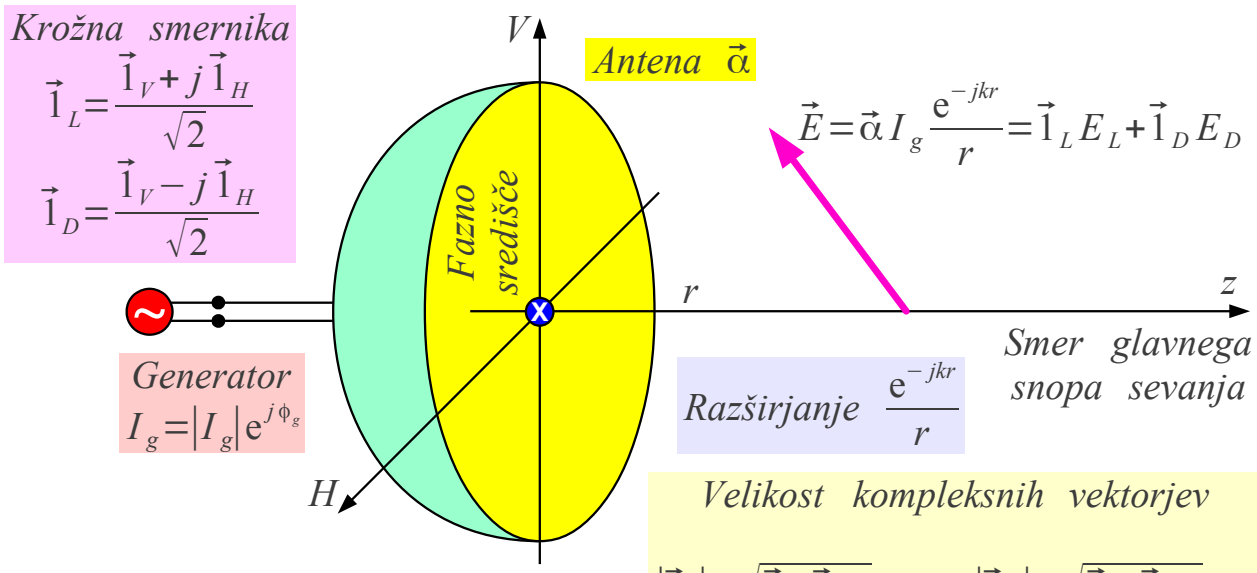
Polarizacijo antene lahko popolnoma opišemo z enim kompleksnim številom oziroma dvema realnima številoma. Na primer z razmerjem premih komponent E_V/E_H, ki je kompleksno število. V slednjem se lastnosti generatorja in razširjanje valovanja v praznem prostoru natančno krajšajo!

V istem koordinatnem sistemu (V, H, z) lahko izberemo še drugačne preme smernike. Primer sta poševna prema smernika $\vec{1}_A = \vec{1}_{(45°)}$ in $\vec{1}_B = \vec{1}_{(135°)}$. Slednja sta med sabo pravokotna. Sevanje poljubne antene lahko razstavimo na premi komponenti E_A in E_B ter zapišemo polarizacijo antene z njunim kompleksnim razmerjem E_A/E_B.

Čeprav je teoretsko popolnoma upravičena, uporaba razmerja premih komponent E_V/E_H oziroma E_A/E_B v praksi ni priljubljena. Razlog je v težavni definiciji koordinatnega sistema (V, H, z). Že pri nekoliko večji zemljepisni oddaljenosti se koordinatne osi (V, H, z) na površju Zemlje zasukajo. V vesolju sploh ni uporabne definicije koordinatnih osi (V, H, z) razen v geostacionarni tirnici.

Brez definicije koordinatnega sistema (V, H, z) polarizacije ne moremo popolnoma opisati. Lahko pa z izbiro primernih smernikov in pripadajočih komponent vsaj delno opišemo polarizacijo antene brez natančne definicije (V, H, z). V praksi je zelo priljubljena izbira krožnih smernikov $\vec{1}_L$ in $\vec{1}_D$, ki omogočata zapis nekaterih lastnosti polarizacije antene brez natančne definicije koordinat (V, H, z).

Krožna smernika $\vec{1}_L = (\vec{1}_V + j\vec{1}_H)/\sqrt{2}$ in $\vec{1}_D = (\vec{1}_V - j\vec{1}_H)/\sqrt{2}$ sta kompleksna vektorja. Konici vektorjev $\vec{1}_L$ in $\vec{1}_D$ krožita v ravnini VH. Pri računanju s krožnimi vektorji upoštevamo pravila kompleksnega računa:



Velikost kompleksnih vektorjev

$$|\vec{1}_L|=\sqrt{\vec{1}_L\cdot\vec{1}_L^{\,*}}=1 \qquad |\vec{1}_D|=\sqrt{\vec{1}_D\cdot\vec{1}_D^{\,*}}=1$$

Pravokotnost $\vec{1}_D\cdot\vec{1}_L^{\,*}=\vec{1}_L\cdot\vec{1}_D^{\,*}=0$

Krožno − polarizirane komponente

$$E_L=\vec{E}\cdot\vec{1}_L^{\,*}=\vec{\alpha}\cdot\vec{1}_L^{\,*}|I_g|e^{j\phi_g}\frac{e^{-jkr}}{r}$$

$$E_D=\vec{E}\cdot\vec{1}_D^{\,*}=\vec{\alpha}\cdot\vec{1}_D^{\,*}|I_g|e^{j\phi_g}\frac{e^{-jkr}}{r}$$

Razmerje krožnih komponent

$$Q=\frac{E_L}{E_D}=\frac{\vec{\alpha}\cdot\vec{1}_L^{\,*}}{\vec{\alpha}\cdot\vec{1}_D^{\,*}}$$

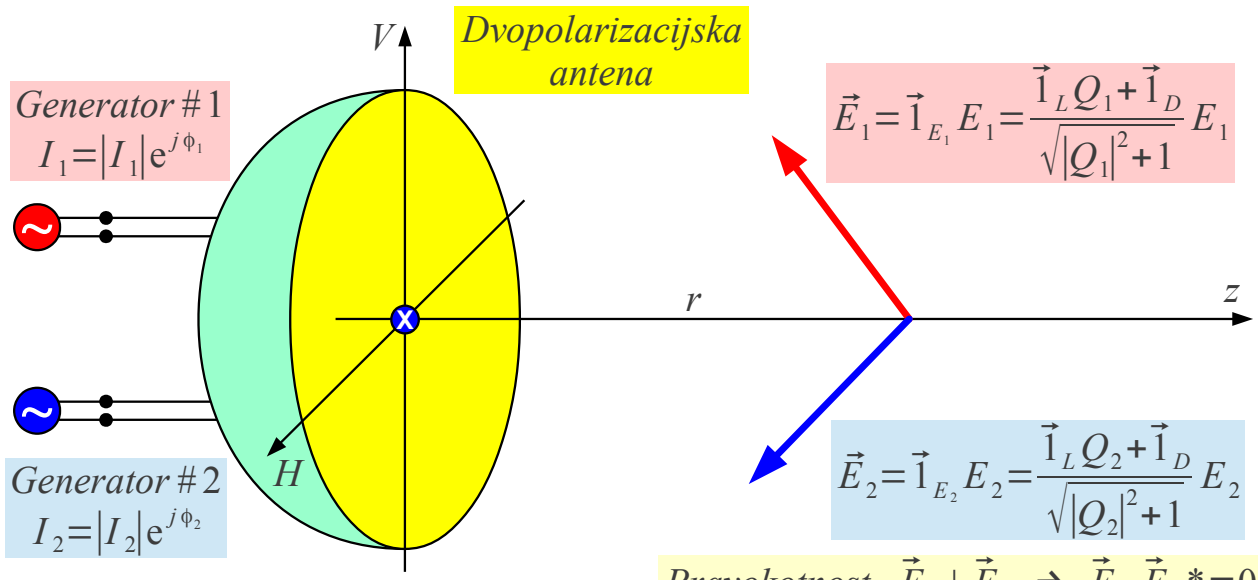
Krožni smerniki in komponente

Velikost kompleksnega vektorja dobimo s skalarnim produktom $|\vec{1}_D|=\sqrt{\vec{1}_D\cdot\vec{1}_D^{\,*}}=1$ vektorja in njegove konjugirano-kompleksne vrednosti. Pravokotnost kompleksnih vektorjev preverimo s skalarnim produktom $\vec{1}_D\cdot\vec{1}_L^{\,*}=0$. Komponento vektorja dobimo s skalarnim produktom $E_D=\vec{E}\cdot\vec{1}_D^{\,*}$ vektorja in konjugirano-kompleksne vrednosti smernika. Opisane definicije so povsem skladne z običajnim računom z realnimi vektorji in hkrati s kompleksnim računom s skalarnimi kazalci.

S pomočjo krožnih smernikov $\vec{1}_L$ in $\vec{1}_D$ lahko sevanje poljubne antene razstavimo na krožni komponenti E_L in E_D . Polarizacijo antene opisuje kompleksno razmerje krožnih komponent $Q=E_L/E_D$ (angleško: circular-polarization ratio). Rožljanje s kompleksnim računom obrodi sad: amplituda razmerja krožnih komponent $|Q|=|E_L/E_D|$ ni odvisna od izbire osi V in H koordinatnega sistema (V,H,z) !

Amplituda razmerja krožnih komponent $|Q|$ je sicer praktično uporabna veličina, ko želimo uporabljati krožno polarizacijo valovanja in

antene niso brezhibne. V grobem amplituda $|Q|$ pomeni:



$Q=0 \equiv desna-krožna\ \ polarizacija$
$|Q|<1 \equiv desna-eliptična\ \ polarizacija$
$|Q|=1 \equiv prema\ \ polarizacija$
$|Q|>1 \equiv leva-eliptična\ \ polarizacija$
$Q\to\infty \equiv leva-krožna\ polarizacija$

Razmerje krožnih komponent

Pravokotnost $\vec{E}_1\perp\vec{E}_2 \rightarrow \vec{E}_1\cdot\vec{E}_2{}^*=0$

$$\left(\vec{1}_L Q_1+\vec{1}_D\right)\cdot\left(\vec{1}_L Q_2+\vec{1}_D\right)^*=0$$

$$Q_1 Q_2{}^*+1=0$$

$$Q_1=-\frac{1}{Q_2{}^*} \qquad Q_2=-\frac{1}{Q_1{}^*}$$

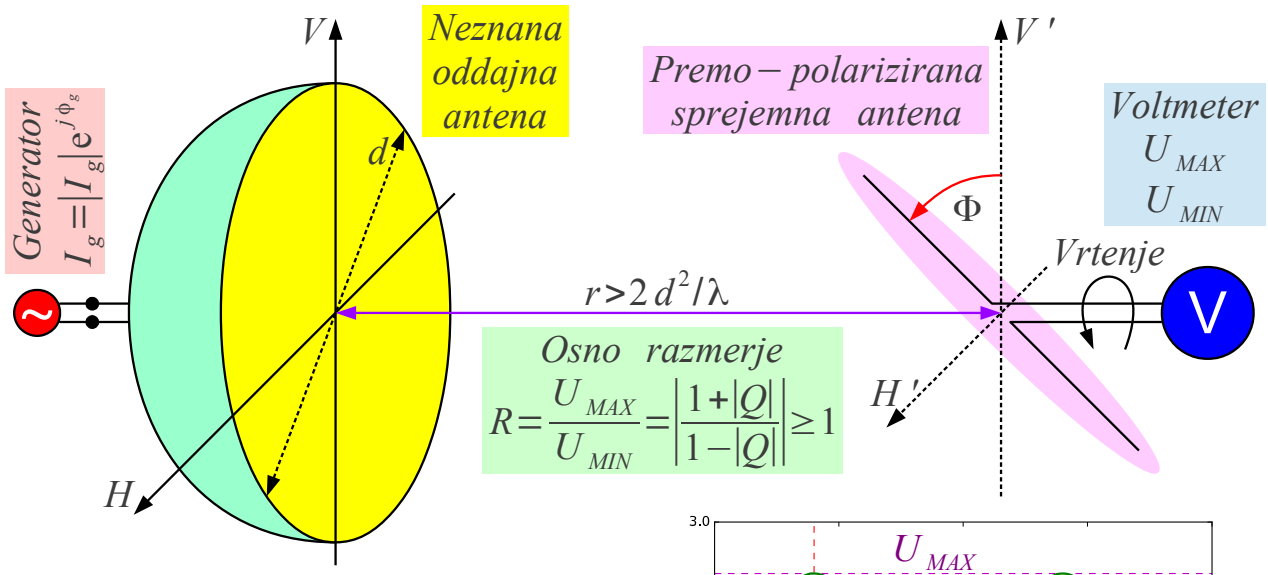
Z razmerjem krožnih komponent Q lahko zapišemo kompleksni smerni vektor poljubnega električnega polja $\vec{E}$. Iz pravokotnosti $\vec{E}_1\perp\vec{E}_2$ sledi pogoj za razmerji krožnih komponent Q_1 in Q_2 dvopolarizacijske antene, da se oddaji na pravokotnih polarizacijah med sabo ne motita. Dvopolarizacijski prenos omogoča dvakrat višjo zmogljivost radijske zveze v isti pasovni širini, torej dvakrat višjo spektralno učinkovitost. Nekoč je dvopolarizacijski prenos zahteval natančno nastavljanje satelitskih anten. Danes med sabo pravokotne vektorje poišče cenena elektronika v vsakem WiFiju oziroma mobilnem telefonu.

Smernik $\vec{1}_D=(\vec{1}_V-j\vec{1}_H)/\sqrt{2}$ se v izhodišču koordinatnega sistema vrti v ravnini VH v desno in hkrati valovanje napreduje po pravilu desnega vijaka v smeri osi z. Elektrotehniki (definicija IEEE) takšno polarizacijo imenujemo desna-krožna polarizacija ali RHCP (angleško: Right-Hand Circular Polarization). Fiziki opazujejo valovanje v prostoru, kjer konica vektorja $\vec{1}_D=(\vec{1}_V-j\vec{1}_H)/\sqrt{2}$ opisuje levo vijačnico. Zato fiziki takšno polarizacijo imenujejo leva-krožna polarizacija v nasprotju z definicijo IEEE.

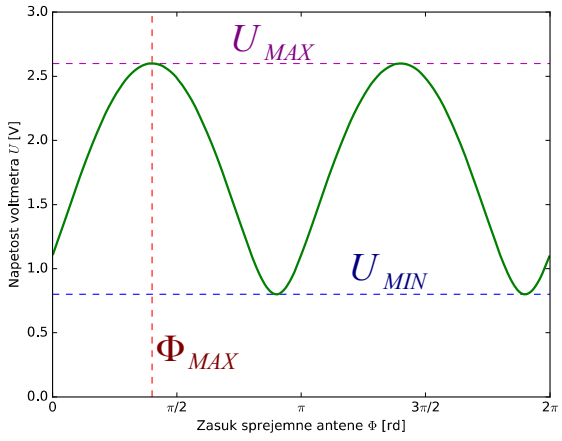
Obratno se smernik $\vec{1}_L=(\vec{1}_V+j\,\vec{1}_H)/\sqrt{2}$ v izhodišču koordinatnega sistema vrti v ravnini VH v levo in hkrati valovanje napreduje po pravilu levega vijaka v smeri osi z. Definicija IEEE takšno polarizacijo imenuje leva-krožna polarizacija ali LHCP (angleško: Left-Hand Circular Polarization). Fiziki opazujejo valovanje v prostoru, kjer vektor $\vec{1}_L=(\vec{1}_V+j\,\vec{1}_H)/\sqrt{2}$ opisuje desno vijačnico. Zato fiziki takšno polarizacijo imenujejo desna-krožna polarizacija v nasprotju z definicijo elektrotehnikov.

Polarizacijo neznane antene merimo v radijski zvezi, kjer na drugi strani zveze uporabimo en ali več različnih referenčnih anten z znano polarizacijo. Običajno je najlažje izdelati premo-polarizirane antene. Na primer, v polvalovnem dipolu lahko teče tok samo v smeri žice, torej takšna antena seva premo-polarizirano električno polje v smeri žice.

Polarizacijo neznane antene lahko merimo s sukanjem znane premo-polarizirane antene na drugi strani zveze. Pri sukanju premo-polarizirane referenčne antene dobimo dva maksimuma in dva minimuma sprejema:



$$R_{\mathrm{dB}}=20\log_{10}R=20\log_{10}\frac{U_{MAX}}{U_{MIN}}$$



Desna $|Q|=\frac{R-1}{R+1}\leq 1$

Leva $|Q|=\frac{R+1}{R-1}\geq 1$

$Q=|Q|e^{-j2\Phi_{MAX}}$

Osno razmerje antene

Razmerje med maksimum in minimumom sprejete napetosti $R=U_{MAX}/U_{MIN}$ imenujemo osno razmerje polarizacije (angleško: axial

ratio). Osno razmerje pogosto navajamo v logaritemskih enotah $R_{\mathrm{dB}}=20\log_{10}R$. Izmerjeno osno razmerje je v razponu $1\leq R\leq\infty$ oziroma $0\mathrm{dB}\leq R_{\mathrm{dB}}\leq\infty\,\mathrm{dB}$. Kakovostna krožno-polarizirana antena ima osno razmerje pod $R_{\mathrm{dB}}<1\mathrm{dB}$. Premo-polarizirana antena ima neskončno veliko osno razmerje $R\rightarrow\infty$, saj grejo minimumi proti nič!

Iz izmerjenega osnega razmerja R lahko izračunamo amplitudo razmerja krožnih komponent $|Q|$. Iz lege referenčne antene Φ_{MAX} , kjer dobimo največji sprejem, lahko določimo še fazo razmerja krožnih komponent in dobimo $Q=|Q|\mathrm{e}^{-j\,2\Phi_{MAX}}$. Česar z opisano meritvijo ne moremo določiti, je smer krožne oziroma eliptične polarizacije. Iz izmerjenega osnega razmerja R dobimo dve rešitvi za amplitudo $|Q|$, ki ustrezata levi in desni krožni oziroma eliptični polarizaciji!

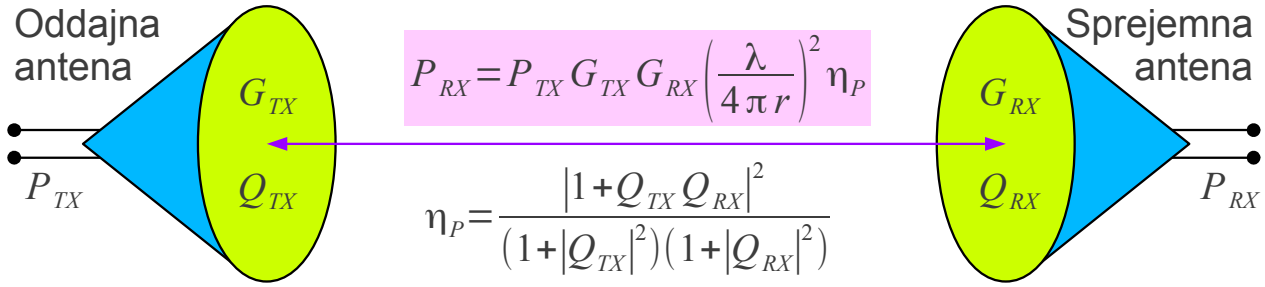
Za določitev smeri krožne polarizacije bi v opisani meritvi potrebovali kazalčni voltmeter, ki zna poleg amplitude sprejemne napetosti meriti tudi fazo. Kazalčna meritev zahteva neroden referenčni vod od oddajnika do voltmetra. Verjetno je bolj preprosto uporabiti dodatno referenčno anteno z znano levo oziroma desno krožno polarizacijo. Končno, za večino merjencev že v naprej v grobem poznamo smer polarizacije desna ali leva, zanimajo nas le podrobnosti in tu daje meritev osnega razmerja R natančen odgovor.

V obratni smeri bi osno razmerje $R'=(1+|Q|^2)/(1-|Q|^2)$ lahko izračunali iz amplitude razmerja krožnih komponent. Leva krožna oziroma eliptična polarizacija pri tem daje negativen rezultat $-\infty\leq R'\leq-1$. Z negativnim R' bi lahko označili levo polarizacijo. Žal predznaka R' z opisano meritvijo ne moremo določiti, zato običajno uporabljamo samo pozitivno vrednost $R=|R'|=\left|(1+|Q|^2)/(1-|Q|^2)\right|\geq1$.

S skalarnim produktom $\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2{}^*=0$ ugotovimo, da sta polji $\vec{E}_1\perp\vec{E}_2$ med sabo pravokotno polarizirani. Velikost skalarnega produkta $\left|\vec{E}_1\cdot\vec{E}_2{}^*\right|=\left|\vec{E}_1\right|\left|\vec{E}_2\right|$ pravi, da sta polji $\vec{E}_1\|\vec{E}_2$ enako polarizirani in se razlikujeta kvečjemu za skalarno (amplituda in faza) množilno konstanto. Ker v elektrotehniki vežemo polarizacijo na anteno, v radijski zvezi potrebujemo še povsem neodvisen (tretji!) pojem imenovan skladnost polarizacije (angleško: polarization match)!

V izračunu radijske zveze se pogosto sploh ne ukvarjamo s polarizacijo in privzamemo, da sta polarizaciji oddajne in sprejemne antene popolnoma skladni med sabo. Polarizaciji oddajne in sprejemne antene upoštevamo tako, da Friisovo enačbo radijske zveze v praznem prostoru dopolnimo s

faktorjem skladnosti polarizacije (angleško: polarization mismatch factor ali polarization efficiency) $0 \le \eta_P \le 1$:



Polarizacija TX		Q_{TX}	R_{TX}	Faktor skladnosti η_P (polarizacija RX)					
				VP	HP	RHCP	LHCP	$P_{45°}$	$P_{135°}$
VP	$\vec{1}_V$	1	∞	1	0	1/2	1/2	1/2	1/2
HP	$\vec{1}_H$	-1	∞	0	1	1/2	1/2	1/2	1/2
RHCP	$\vec{1}_D = (\vec{1}_V - j\,\vec{1}_H)/\sqrt{2}$	0	1	1/2	1/2	1	0	1/2	1/2
LHCP	$\vec{1}_L = (\vec{1}_V + j\,\vec{1}_H)/\sqrt{2}$	∞	1	1/2	1/2	0	1	1/2	1/2
$P_{45°}$	$\vec{1}_A = (\vec{1}_V + \vec{1}_H)/\sqrt{2}$	$-j$	∞	1/2	1/2	1/2	1/2	0	1
$P_{135°}$	$\vec{1}_B = (\vec{1}_H - \vec{1}_V)/\sqrt{2}$	j	∞	1/2	1/2	1/2	1/2	1	0

Faktor skladnosti polarizacije

Faktor skladnosti polarizacije $\eta_P = |\vec{1}_{ETX} \cdot \vec{1}_{ERX}{}^*|^2$ je načeloma kvadrat velikosti skalarnega produkta smernikov polarizacije oddajnika in sprejemnika. Pri zapisu smernikov z desno in levo komponento moramo paziti na njuno medsebojno fazo. Pri izračunu skladnosti se razliki faze krožnih komponent oddajnika in sprejemnika med sabo seštevata. Pri ugotavljanju vzporednosti oziroma pravokotnosti polarizacij se razliki faze krožnih komponent dveh oddajnikov med sabo odštevata. Izraz za faktor skladnosti η_P polarizacije v radijski zvezi zato vsebuje zmnožek $Q_{TX} Q_{RX}$ (brez konjugirano-kompleksno oziroma zvezdice $*$) za razliko od zmnožka $Q_{TX1} Q_{TX2}{}^*$ pri primerjavi polarizacij dveh oddajnikov.

Kaj v resnici pomeni skladnost polarizacije, si je smiselno ogledati na nekaj preprostih zgledih. Povsem samoumevno pokončno polariziran oddajnik (VP) zahteva pokončno polariziran sprejemnik (VP). Vodoravno polariziran oddajnik (HP) zahteva vodoravno polariziran sprejemnik (HP). Z uporabo med sabo pravokotnih polarizacij lahko hkrati v istem prostoru in v istem frekvenčnem pasu vzpostavimo dve neodvisni radijski zvezi VP-VP in

HP-HP brez medsebojnih motenj.

Elektrotehnična definicija polarizacije veže koordinatni sistem na anteno. Desno-krožno polariziran oddajnik (RHCP) zahteva sprejemnik z enako desno-krožno polarizirano (RHCP) anteno. Levo-krožno polariziran oddajnik (LHCP) zahteva sprejemnik z enako levo-krožno polarizirano (LHCP) anteno. Pri uporabi krožne polarizacije sta anteni na obeh koncih zveze popolnoma enaki med sabo, kar fiziki težko razumejo. Povsem jasno uporaba obeh krožnih polarizacij RHCP in LHCP omogoča dve neodvisni radijski zvezi v istem prostoru in v istem frekvenčnem pasu.

Elektrotehniki težko razumejo, zakaj ne moremo uporabljati enakih anten pri poševni premi polarizaciji. Poševna prema polarizacija 45° oddajnika se na sprejemni strani preslika v poševno polarizacijo 135° zaradi obrnjene smeri snopa sprejemne antene! Fiziki koordinatnega sistema sicer ne obračajo, morajo pa vseeno uporabiti drugačno sprejemno anteno od oddajne antene! Povsem jasno tudi v primeru poševne preme polarizacije obstajata dve med sabo pravokotni inačici, ki omogočata dve neodvisni radijski zvezi v istem prostoru in v istem frekvenčnem pasu.

V tabeli šestih značilnih zgledov polarizacij oddajnika in sprejemnika imata vsak stolpec in vsaka vrstica natančno eno enico in eno ničlo. Za vsako polarizacijo oddajnika torej obstaja skladna polarizacija sprejemnika. Vsaki polarizaciji lahko najdemo pravokotni par, ki omogoča podvojitev zmogljivosti radijske zveze. Antena z univerzalno polarizacijo, ki bi zaznala poljubno polariziran oddajnik, ne obstaja.

Celo dvajseto stoletje so elektrotehniki in fiziki obravnavali polarizacijo valovanja na dva različna načina. Elektrotehniki so uporabljali antene z eno samo polarizacijo in imeli na razpolago hitre merilne pripomočke za ozkopasovne radijske signale. Fiziki so opazovali svetlobo poljubne polarizacije in izredno velike pasovne širine z več velikostnih razredov počasnejšimi merilnimi pripomočki.

V enaindvajsetem stoletju so se naloge elektrotehnikov in fizikov približale. Razvoj radijske tehnike zahteva dvopolarizacijske antene in širokopasovne signale, kar merilni pripomočki s težavo dohajajo. Komunikacije po svetlobnih vlaknih uporabljajo razmeroma ozkopasovne svetlobne signale in dvopolarizacijski prenos skupaj z oddajniki, sprejemniki in merilno tehniko, ki je sposobna te signale v celoti obdelati. Sodoben učbenik mora torej povzeti in med sabo povezati vse dosežke elektrotehnikov in fizikov.

Elektromagnetno sevanje koherentnega oddajnika popolnoma opišejo štiri realna števila: amplituda in faza generatorja ter kompleksno razmerje

komponent polarizacije antene. Pri svetlobnih frekvencah je težko meriti fazo, ostanejo torej tri realna števila, moč generatorja in kompleksna polarizacija antene. Dodatno celo pri koherentnih svetlobnih virih pogosto nastopata obe med sabo pravokotni polarizaciji, napajani z generatorjema, ki med sabo nista sinhronizirana niti nujno nimata enakih povprečnih moči.

Praktično uporaben zapis moči in polarizacije svetlobe je zasnoval matematik George Gabriel Stokes leta 1852 s štirimi parametri s_0 , s_1 , s_2 in s_3 . Vsi štirje parametri imajo merske enote moči $P[\mathrm{W}]$, gostote moči $\vec{S}[\mathrm{W/m^2}]$ oziroma kvadrata amplitude električne poljske jakosti $|\vec{E}|^2[\mathrm{V^2/m^2}]$. Parameter s_0 predstavlja skupno moč prečnega valovanja, parameter s_1 razliko moči med pokončno in vodoravno polarizacijo, parameter s_2 razliko moči med poševnima polarizacijama 45° in 135° ter parameter s_3 razliko moči med levo in desno krožno polarizacijo:

George Gabriel Stokes 1852

$$s_0 = P_V + P_H = P_A + P_B = P_L + P_D$$

$$s_1 = P_V - P_H = m\, s_0 \frac{2\,\mathrm{Re}[Q]}{|Q|^2+1}$$

$$s_2 = P_A - P_B = m\, s_0 \frac{-2\,\mathrm{Im}[Q]}{|Q|^2+1}$$

$$s_3 = P_L - P_D = m\, s_0 \frac{|Q|^2-1}{|Q|^2+1}$$

Hitri opazovalec

$$B_{opazovalca} \gg B_{signala}$$

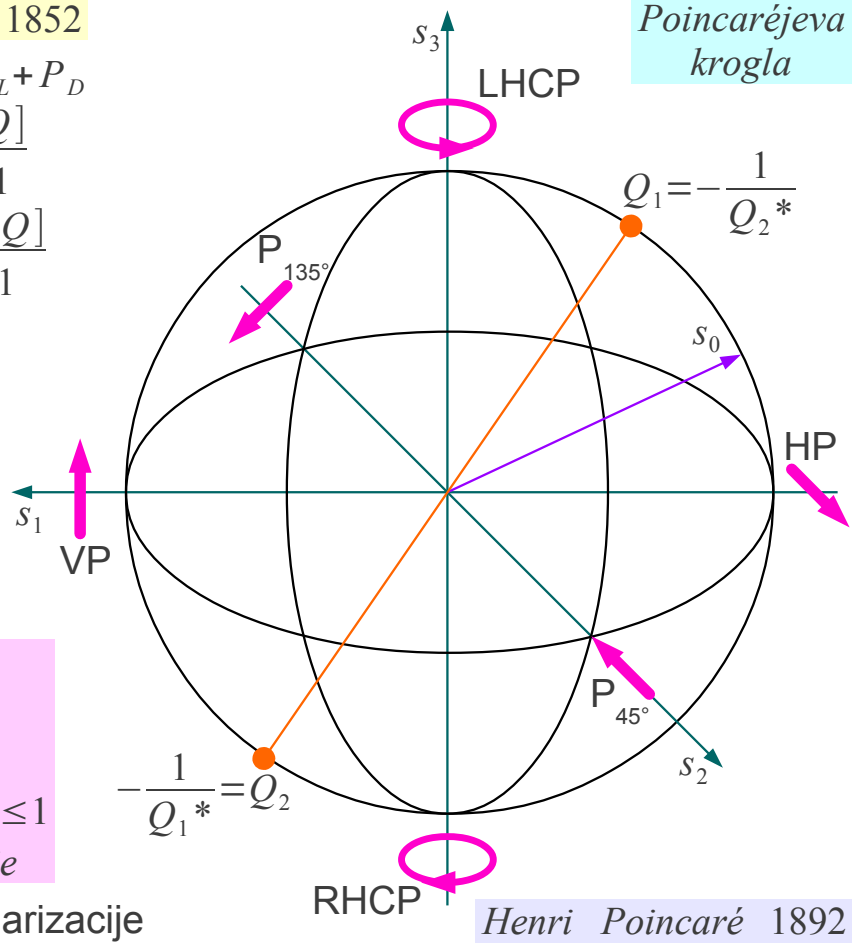
$$s_0 = \sqrt{s_1^2+s_2^2+s_3^2} \qquad m=1$$

Počasni opazovalec

$$B_{opazovalca} \ll B_{signala}$$

$$m\, s_0 = \sqrt{s_1^2+s_2^2+s_3^2} \qquad 0 \le m \le 1$$

$m \equiv$ stopnja polarizacije



Poincaréjeva krogla

Henri Poincaré 1892

Stokesovi parametri polarizacije

Vse štiri Stokesove parametre določimo iz meritev moči. Primeren merilnik znamo izdelati za poljubno frekvenco od radijskih valov do svetlobe. Meritev moči izmeničnega signala v vsakem primeru vsebuje povprečenje.

Rezultat meritve moči je odvisen od časa povprečenja.

Hitri opazovalec $B_{opazovalca} \gg B_{signala}$ lahko popolnoma izmeri polarizacijo ozkopasovnega signala. Polarizacijo in moč signala opiše s tremi med sabo neodvisnimi parametri s_1 , s_2 in s_3 . Preostali Stokesov parameter, skupno moč signala $s_0 = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}$ izračuna iz ostalih treh.

Počasni opazovalec $B_{opazovalca} \ll B_{signala}$ ne more slediti časovnemu razvoju polarizacije širokopasovnega signala. Polarizacijo in moč signala opiše s štirimi med sabo neodvisnimi parametri s_0 , s_1 , s_2 in s_3 . Zaradi dolgega časa povprečenja je skupna moč signala $s_0 \geq \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}$ lahko večja od korena vsote kvadratov ostalih treh parametrov.

Počasni opazovalec oceni uspešnost svojega dela s stopnjo polarizacije $m = \left(\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \right) / s_0$. Stopnja polarizacije se giblje v razponu $0 \leq m \leq 1$. Stopnja polarizacije $m = 0$ pomeni nepolarizirano valovanje. Stopnja polarizacije $m = 1$ pomeni popolnoma polarizirano valovanje.

Časovni razvoj polarizacije bele sončne svetlobe je tako hiter, da mu danes ne moremo slediti z nobenim merilnim pripomočkom. Povprečje razlike moči pokončne in vodoravne polarizacije zato izmerimo $s_1 = 0$, povprečje razlike moči obeh poševnih polarizacij izmerimo $s_2 = 0$ in povprečje razlike obeh krožnih polarizacij izmerimo $s_3 = 0$. Za sodobno merilno tehniko bela sončna svetloba ostaja nepolarizirana $m = 0$!

Étienne-Louis Malus je s preprostimi merilnimi pripomočki ugotovil, da se odbojnost vodne gladine za pokončno polarizacijo (VP) razlikuje od odbojnosti za vodoravno polarizacijo (HP). Kljub nespremenjeni pasovni širini in počasnim merilnim pripomočkom ima od vodne gladine odbiti žarek sončne svetlobe stopnjo polarizacije $m \neq 0$ različno od nič! Odboj sončne svetlobe na meji dveh različnih dielektrikov je lahko v izbranih pogojih (David Brewster 1815) celo popolnoma polariziran $m = 1$.

Matematik Henri Poincaré je leta 1892 našel nazoren prikaz Stokesovih parametrov znotraj krogle v središču kartezičnega koordinatnega sistema (s_1, s_2, s_3) . Popolnoma polarizirano valovanje $m = 1$ opisuje točka na površini krogle polmera s_0 . Delno polarizirano valovanje $0 < m < 1$ opisujejo točke v notranjosti krogle. Nepolarizirano valovanje $m = 0$ ustreza središču krogle. Nasprotileţni (antipodalni) točki na površini krogle opisujeta par med sabo pravokotnih polarizacij.

Med Stokesovimi parametri s_0 , s_1 , s_2 in s_3 in kompleksnim razmerjem krožnih komponent Q obstaja natančna povezava. Preprosto povedano, na Poincaréjevi krogli zemljepisna širina natančno določa amplitudo razmerja krožnih komponent $|Q|$, zemljepisna dolžina pa ustreza fazi razmerja krožnih komponent. Južni tečaj Poincaréjeve krogle ustreza desni krožni polarizaciji RHCP, severni tečaj pa levi krožni polarizaciji LHCP. Vzdolž ekvatorja Poincaréjeve krogle je polarizacija prema, njena smer se suče s polovico zemljepisne dolžine.

Žal sta zaradi različnih definicij koordinatnih sistemov enoveljavno določena samo Stokesova parametra s_0 in s_1 . Stokesova parametra s_2 in s_3 menjata predznak, če koordinatni sistem vežemo na sprejemno anteno namesto na valovanje. Stokesov parameter s_3 še dodatno menja predznak zaradi različnih definicij smeri krožne polarizacije elektrotehnikov in fizikov.

Pri sprejemu nepolariziranega valovanja $m=0$ je faktor skladnosti polarizacije vedno enak $\eta_P=1/2=50\,\%$ ne glede na polarizacijo sprejemne antene. Praktično pomemben primer v radijski tehniki je sprejem toplotnega šuma. Tudi druge motnje v radijski zvezi so najpogosteje nepolarizirane. Celotno moč nepolariziranega valovanja $m=0$ bi lahko sprejeli samo z dvema med sabo pravokotno polariziranima antenama, priključenima na dve neodvisni bremeni.

Zgodovinsko gledano so žarek svetlobe najprej opisovali s skupno močjo P , osnim razmerjem R , kotom zasuka Φ_{MAX} in stopnjo polarizacije m . Stokes je zapis uredil s štirimi parametri s_0 , s_1 , s_2 in s_3 z enakimi merskimi enotami, ki se jih povrhu da neposredno meriti na preprost način in nazorno prikazati na Poincaréjevi krogli.

Zapis polarizacije s kompleksnim razmerjem krožnih komponent Q je za antene sicer najbolj ugoden, ni pa kdovekako priljubljen, še posebno ne v angleški literaturi. Posledica neustreznega oziroma po nepotrebnem kompliciranega zapisa polarizacije anten so pogoste napake pri izračunu faktorja skladnosti polarizacije η_P v radijski zvezi!

Kompleksno razmerje Q se da dopolniti z močjo signala P oziroma s stopnjo polarizacije m . Celoten opis poljubnega valovanja ponovno daje štiri neodvisne realne parametre, na primer $\mathrm{Re}[Q]$, $\mathrm{Im}[Q]$, P in m . V primeru delno polariziranega valovanja $m\neq 1$ sta R in Φ_{MAX} vezana na celotno valovanje, Q pa samo na

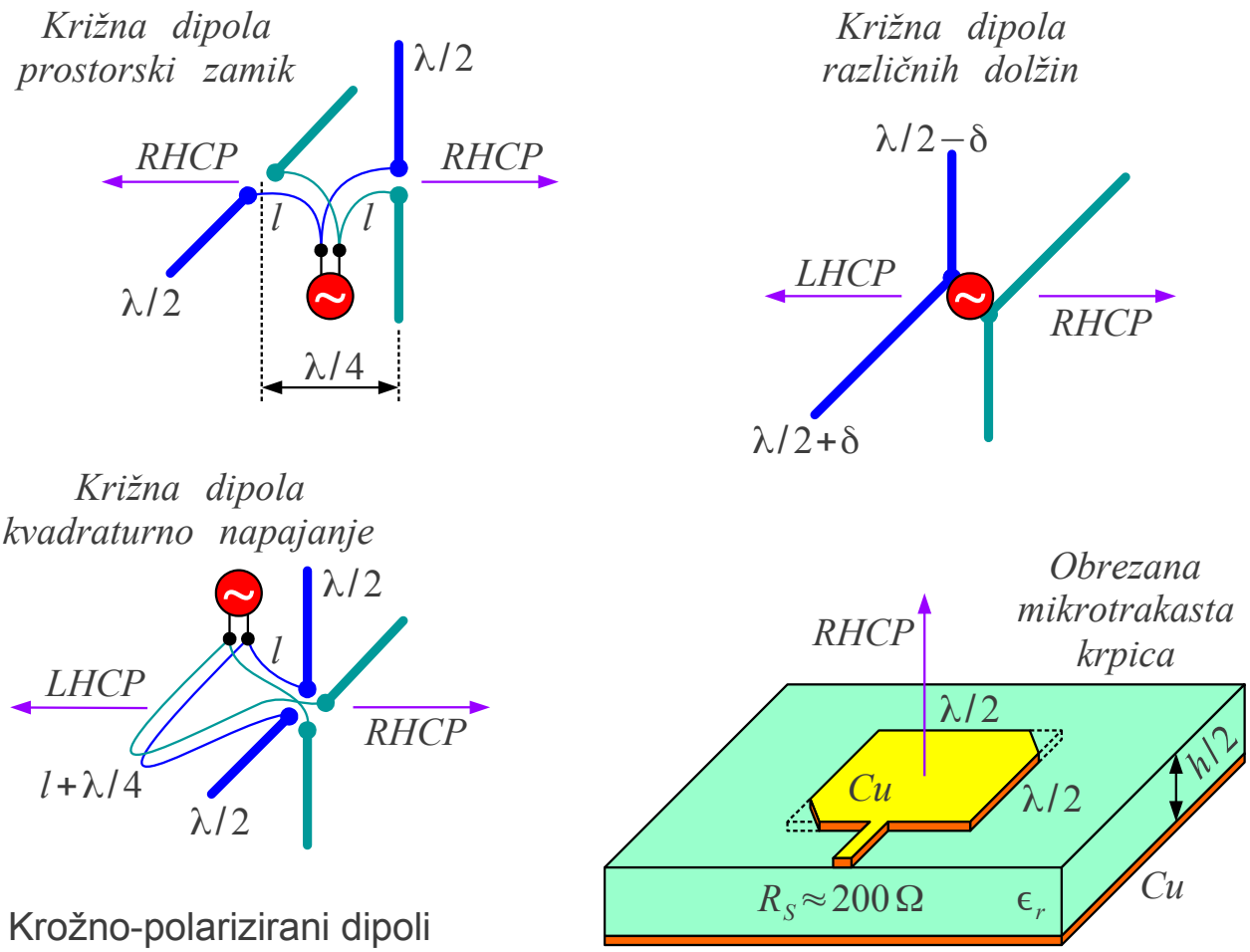
polarizirani del valovanja, kar zakomplicira račun!

Nepolarizirano svetlobo naravnih virov je enostavno pretvoriti v premo-polarizirano valovanje z izkoriščanjem različnih naravnih pojavov. Brewsterjev vpadni kot na mejo dveh dielektrikov daje premo-polariziran odboj. Dvolomni kristal razcepi nepolariziran vpadni žarek v dva med sabo pravokotno premo-polarizirana žarka. Sodobni polarizatorji vsebujejo umetne snovi z dolgimi molekulami, ki pravilno orientirane močno slabijo samo eno premo polarizacijo in prepuščajo njej pravokotno premo polarizacijo. Laserji večinoma sevajo premo-polarizirano svetlobo.

Radijske antene so v osnovi večinoma premo polarizirane. Smer sevanega električnega polja ustreza smeri toka v kovini antene. Natančnost preme polarizacije sevanja antene oziroma slabljenje neželjene pravokotne polarizacije (angleško: cross polarization) sta preprosto povezana z mehansko natančnostjo izdelave antene. Polarizacijo antene lahko pokvari sevanje napajalnih vodov ali senčenje mehanske konstrukcije.

Dosti težje je doseči kakovostno krožno polarizacijo tako za radijske valove kot za svetlobo. Celo antene, na primer različne vijačnice in spirale, ki naravno sevajo krožno polarizirane radijske valove, ne dajejo dobrega osnega razmerja $R>1$ zaradi načina delovanja same antene, torej mehanska natančnost izdelave nič ne pomaga. V praksi marsikdaj želimo krožno polarizacijo, na primer da se izognemo neznani legi sogovornika v vesolju oziroma izločimo nekatere neželjene pojave pri razširjanju valov.

Krožno polarizacijo dajeta dve premo-polarizirani anteni, na primer dva polvalovna dipola, postavljena pod pravim kotom in napajana v kvadraturi. Kvadratura pomeni enako močna vira in fazni zasuk četrt periode oziroma $\pi/2$. Fazni zasuk četrt periode je izvedljiv na različne načine: s prostorskim zamikom enega dipola, z napajalnimi vodi različnih dolžin oziroma z dipoloma različnih dolžin:



Krožno-polarizirani dipoli

Voda dolžin l in $l+\lambda/4$ napajata dipola natančno v kvadraturi samo v primeru, ko sta impedanci dipolov brezhibno prilagojeni $R_S=Z_K$ na karakteristično impedanco vodov. Razlika dolžin vodov $\lambda/4$ pomeni invertiranje impedanc, kar pomeni zelo veliko napako faze in različno amplitudo vzbujanja v primeru neprilagoditve $R_S\neq Z_K$. Povrhu ima polvalovni dipol tudi reaktivni del impedance $Z_{dipola}=R_S+jX$ in slednji je močno odvisen od frekvence.

Jalovi del impedance jX polvalovnega dipola omogoča preprosto doseganje kvadrature. Nekoliko krajši dipol $\lambda/2-\delta$ ima kapacitivno impedanco $X<0$. S pravilno izbiro skrajšanja δ se da doseči prehitevanje faze za $+\pi/4$. Nekoliko daljši dipol $\lambda/2+\delta$ ima induktivno impedanco $X>0$. S pravilno izbiro podaljšanja δ se da doseči zaostajanje faze za $+\pi/4$. Kvadraturo se torej da doseči s preprosto vzporedno vezavo dveh dipolov različnih dolžin.

Kvadratna mikrotrakasta krpica s stranico $\lambda/2$ hkrati deluje kot antena za dve med sabo pravokotni premi polarizaciji. Pravilno obrezani nasprotni oglišči kvadratne krpice omogočata vzbujanje med sabo pravokotnih rodov nihanja krpice v kvadraturi. Takšna krpica seva krožno-

polarizirano valovanje na povsem enaki osnovi kot dipola različnih dolžin.

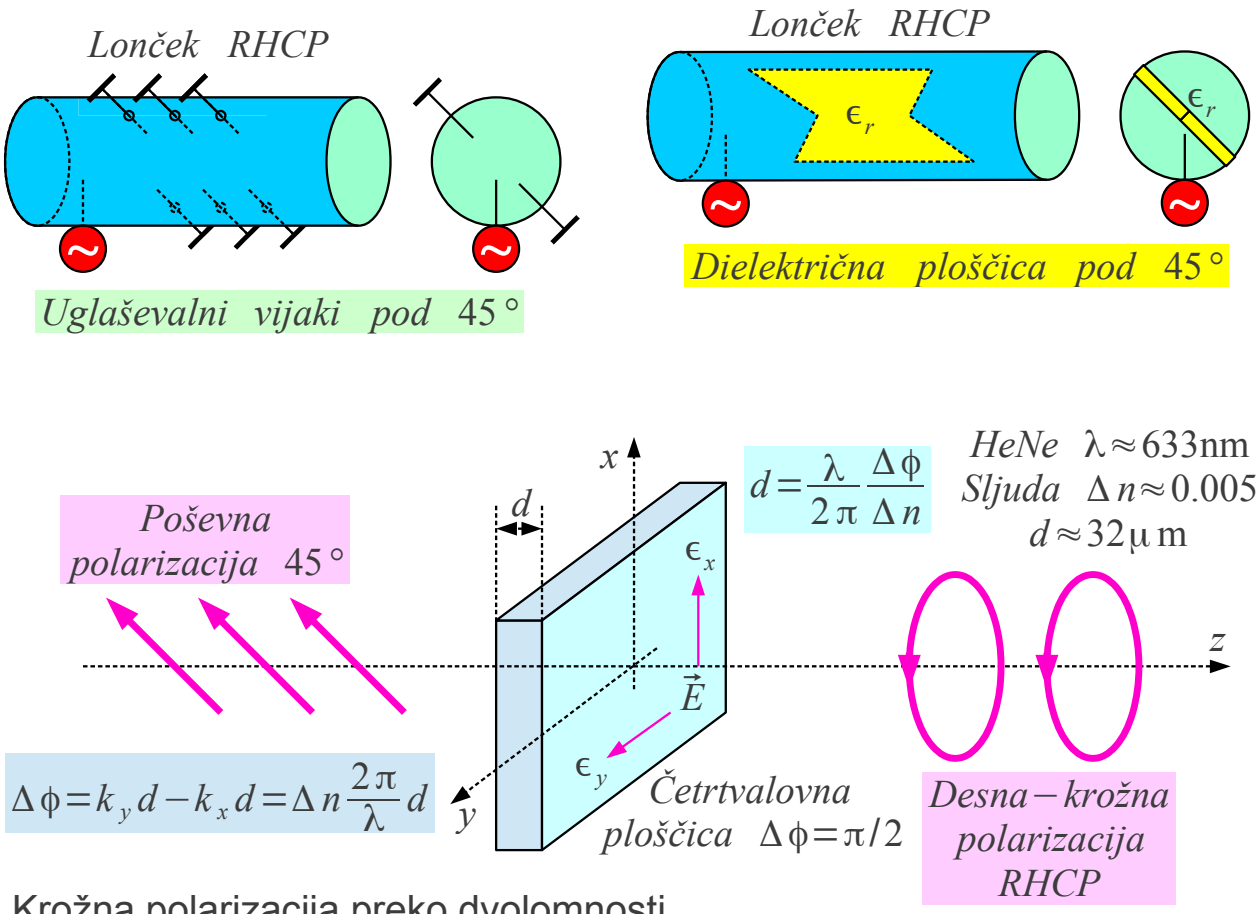
Zasuk koordinatnega sistema pri odboju elektromagnetnega valovanja od kovinske površine $\Gamma \approx -1$ spremeni desno-krožno polarizacijo v levo-krožno polarizacijo in obratno. RHCP antena z enim zrcalom potrebuje LHCP žarilec za osvetlitev zrcala in obratno. Neželjeni odboji so še dosti bolj moteči pri merjenju polarizacije antene kot pa pri merjenju smernega diagrama preproste pokončno ali pa vodoravno premo-polarizirane antene.

Posplošeno, odboji so pri krožni polarizaciji moteči vsepovsod, ne glede na to, kje do njih pride. Odbojnost Γ zaradi neprilagoditve napajalnega vezja v kvadraturi ima na krožno polarizacijo podoben učinek kot odbojnost Γ ovir v snopu sevanja antene. Končno so enačbe za kompleksno odbojnost Γ in realno valovitost ρ silno podobne enačbam za kompleksno razmerje krožnih komponent Q in realno osno razmerje R .

V radiu in v optiki lahko premo polarizacijo pretvorimo v krožno ali obratno z uporabo dvolomnosti. Izraz dvolomnost pomeni, da sta fazna konstanta β oziroma valovno število k odvisna od polarizacije valovanja. Dvolomnost najpogosteje dosežemo s primernim načrtovanjem valovoda oziroma z ureditvijo molekul v kristalu snovi.

Kovinski valovod brezhibnega krožnega prereza omogoča vodenje dveh inačic osnovnega rodu TE_{11} s popolnoma enakima faznima konstantama β . Če cev krožnega prereza sploščimo, če vgradimo nekaj uglaševalnih vijakov oziroma ploščico iz dielektrika, upočasnimo inačico TE_{11} z električnim poljem v pripadajoči smeri. Razlika faznih konstant $\Delta\beta = \beta_{45^\circ} - \beta_{135^\circ}$ v odseku valovoda skrbno izbrane dolžine $l\,\Delta\beta = \pi/2$ pretvori linearno polarizacijo v krožno ali obratno.

Odboj valovanja na odprtini krožno-polariziranega lijaka (lončka) povsem jasno moti kakovost krožne polarizacije. Krožno polarizacijo lahko popravimo z natančno nastavitvijo uglaševalnih vijakov oziroma z lego in obliko ploščice iz dielektrika:



Krožna polarizacija preko dvolomnosti

Kristali vsebujejo natančno urejene molekule snovi. Dielektričnost kristalov se lahko razlikuje v dveh kartezičnih koordinatnih oseh oziroma celo v vseh treh kartezičnih koordinatnih oseh. V frekvenčnem področju svetlobe je zelo primerna dvolomna snov sljuda. Kristalna struktura sljude se naravno kolje v tanke lističe z optično gladko površino. Sljuda ima različno dielektričnost v vseh treh kristalnih oseh. Tanek listek sljude pri pravokotnem vpadu svetlobe izkazuje razliko v lomnem količniku $\Delta n\approx 0.005$ za premo polarizirano svetlobo v smereh prečnih kristalnih osi.

Listek sljude primerne debeline lahko uporabimo kot četrtvalovno ploščico. Debelina slednje je skrbno izbrana, da vnaša fazni zasuk $\Delta\phi=k_y d-k_x d=\pi/2$ četrt periode med obe pravokotni premi polarizaciji. Če na četrtvalovno ploščico vpada premo-polarizirana svetloba pod kotom $45°$ glede na kristalni osi x in y ploščice, dobimo po prehodu ploščice krožno polarizirano svetlobo.

Za rdeč žarek HeNe laserja $\lambda\approx 633\text{nm}$ znaša debelina četrtvalovnega listka sljude približno $d\approx 32\mu\text{m}\approx 50\lambda$. Četrtvalovna ploščica sicer deluje tudi za radijske valove, ampak postane nerodno velika. Torej podobno kot so leče in prizme iz naravnih dielektrikov nerodno velike in pretežke za praktično uporabo v področju radijskih valov. Za radijske valove

kvečjemu izdelamo četrtvalovno ploščico iz umetnih dielektrikov, ki so že zaradi varčevanja s kovino močno dvolomni.

Nekatere antene že v osnovi sevajo oziroma sprejemajo krožno-polarizirano valovanje. Najbolj znan primer je vijačna antena z osnim sevanjem, opisana v poglavju o umetnih dielektrikih. Pri slednji kakovost krožne polarizacije kazi odboj od odprtega konca vijačnice. Osno razmerje opisane vijačne antene izboljšamo s postopnim krčenjem premera zadnjih dveh ovojev proti nič, da izničimo sevanje odboja na koncu antene.

Dvokraka spirala seva krožno polarizirano valovanje v zelo širokem razponu frekvenc. Generator priključimo med kraka spirale v središču. Tokova v obeh kraki spirale sta tik ob generatorju protifazna in se njuno sevanje izničuje. Valovanje napreduje po dvovodu iz obeh spiralnih krakov.

Z večanjem prepotovane poti se povečuje tudi razlika dolžin obeh spiralnih krakov, saj je zunanji krak vedno daljši od notranjega. Ko razlika poti doseže polovico valovne dolžine, postaneta tokova v obeh krakih sofazna in se njuno sevanje sešteva. Obseg aktivnega kolobarja znaša natančno eno valovno dolžino:

Arhimedova spirala $\rho = \alpha\,\phi$

$$dl = \rho\,d\phi = \alpha\,\phi\,d\phi$$

$$l_1 = \int_0^{\phi} \alpha\,\phi\,d\phi = \frac{\alpha\,\phi^2}{2}$$

$$l_2 = \int_{\pi}^{\phi+\pi} \alpha\,\phi\,d\phi =$$

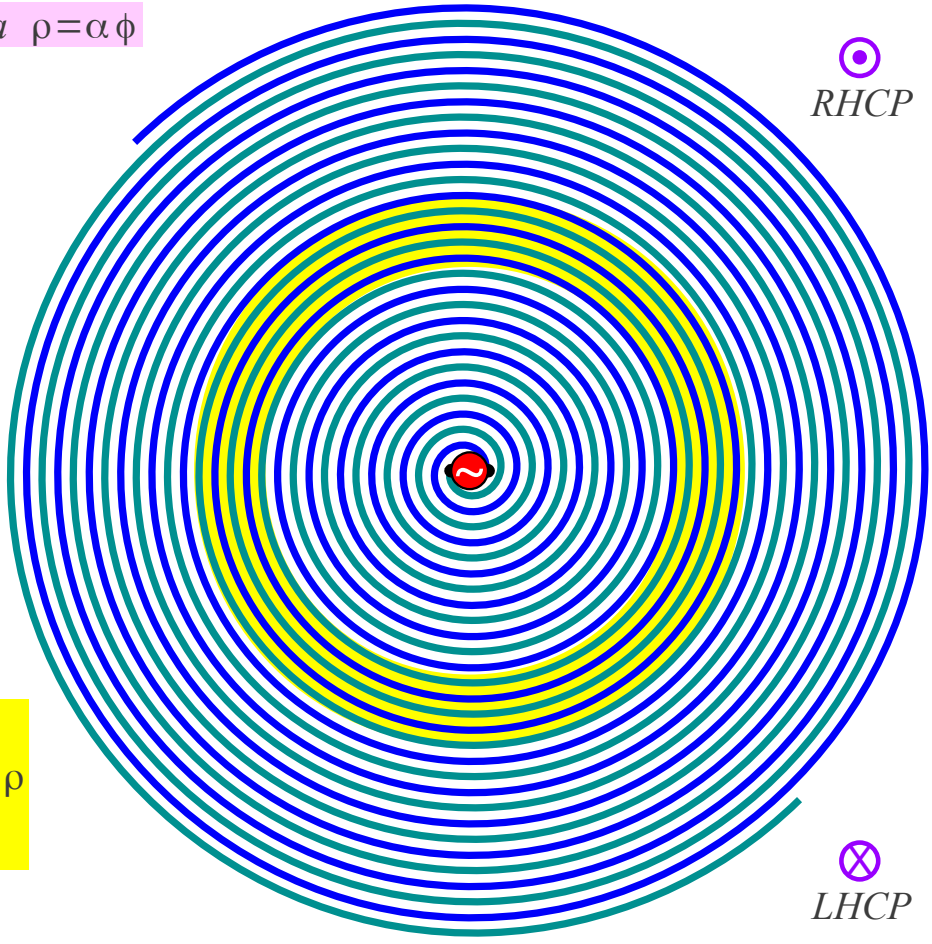
$$= \alpha\left[\frac{(\phi+\pi)^2}{2} - \frac{\pi^2}{2}\right]$$

$$l_2 = \alpha\,\frac{\phi^2}{2} + \alpha\,\pi\,\phi$$

Aktivni kolobar

$$\frac{\lambda}{2} \approx l_2 - l_1 = \alpha\,\pi\,\phi = \pi\,\rho$$

$$\lambda \approx 2\,\pi\,\rho$$



Dvokraka spirala

Aktivni kolobar dvokrake ravninske spirale na risbi seva dva krožno-polarizirana snopa, RHCP ven iz risbe in LHCP v risbo. Aktivni kolobar se vedno vzpostavi sam v širokem razponu frekvenc. Spodnjo frekvenčno mejo določa zunanji premer antene, gornjo frekvenčno mejo pa natančnost krakov spirale tik ob generatorju.

Sevanje dvokrake spirale motijo aktivni kolobarji višjih (lihih) redov. Sevanje aktivnih kolobarjev višjih redov dušijo ohmske in dielektrične izgube dvovoda obeh krakov spirale. Dvokrako spiralo pogosto izjedkamo na tiskanem vezju iz laminata, ki ima za radijske frekvence zmerne izgube, na primer vitroplast $\tan\delta \approx 0.02$. Kakovostno krožno polarizacijo in širok frekvenčni pas $f_{MAX} : f_{MIN} \geq 10:1$ dobimo za ceno slabega sevalnega izkoristka v velikostnem razredu $\eta \approx 50\,\%$.

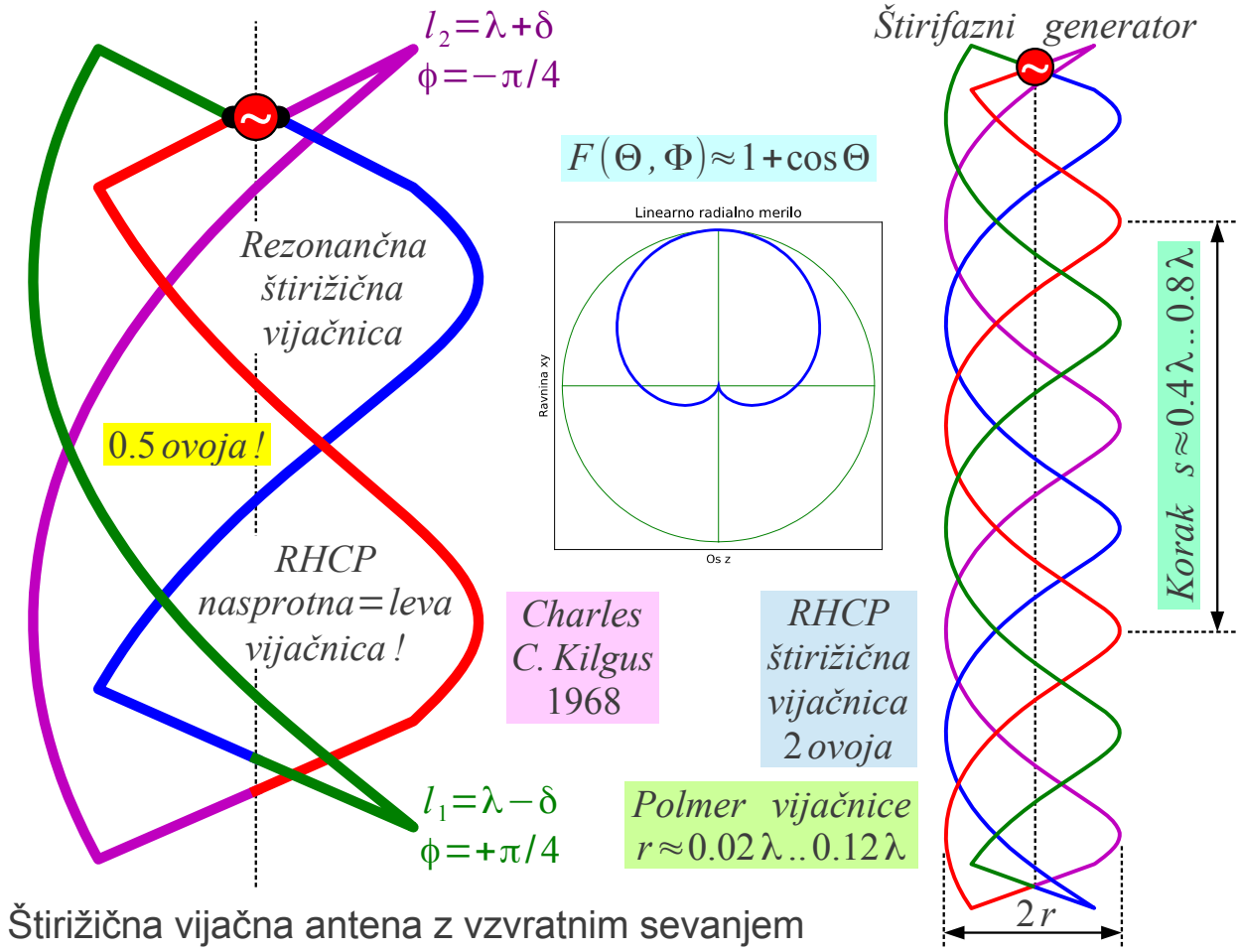
Sevalna upornost sebi-komplementarne (razmak med krakoma enak širini krakov) ravninske dvokrake spirale znaša $R_S = Z_0/2 \approx 189\,\Omega$ v praznem prostoru. Sevalno upornost znižujeta dielektrična podlaga ϵ_r tiskanega vezja in kovinska plošča oziroma votlina za spiralo, s katero zadušimo enega od dveh snopov sevanja, na približno $R_S \approx 100\,\Omega$. En sam glavni snop sevanja sicer omogoča dvokraka spirala na plašču stožca, ki pa je dosti bolj zahtevna za izdelavo od jedkanja ravninske dvokrake spirale na tiskanem vezju.

Preprosta križna dipola oziroma dvokraka spirala v ravnini xy sicer sevajo krožno-polarizirano valovanje v obeh smereh osi $\pm z$. Sevanje istih križnih dipolov oziroma dvokrake spirale je v ravnini xy popolnoma premo polarizirano! Letalstvo in vesoljska tehnika potrebujeta antene, ki sevajo kakovostno krožno-polarizirano valovanje v zelo širokem prostorskem kotu, običajno vsaj v eni celi polobli. Povrhu si v vesoljski tehniki ne moremo privoščiti anten s slabim sevalnim izkoristkom kot dvokraka spirala.

Odgovor na vse omenjene zahteve je štirikraka vijačna antena z vzvratnim sevanjem (angleško: quadrifilar backfire helix). Različne inačice štirižičnih vzvratnih vijačnic je razvil Charles C. Kilgus v letih 1968-1974. V primerjavi s Krausovo vijačnico z osnim sevanjem ima štirižična vzvratna vijačnica manjši polmer $r \approx 0.07\,\lambda$ in večji korak $s \approx 0.6\,\lambda$. Povsem jasno štirje kraki vijačnice zahtevajo štirifazno vzbujanje. Štirižična vzvratna vijačnica mora biti navita v obratno smer od željene krožne polarizacije, torej leva vijačnica za RHCP!

Ravni odseki štirih žic ob generatorju sevajo v smeri osi, vijačni odseki pa sevajo bočno. Skupni smerni diagram krajše štirižične vijačne antene s kraki dolžine pol ovoja $F(\Theta, \Phi) \approx 1 + \cos\Theta$ je podoben Huygensovemu

izvoru. Skupni smerni diagram daljše štirižične vijačne antene z $N \geq 2$ ovojev se da oblikovati natančno v tisto, kar potrebujemo v vesoljski tehniki: največje sevanje v določen kot nad obzorjem in manjše sevanje v zenitu. V vseh primerih štirižična vzvratna vijačnica ohranja uporabno osno razmerje $R_{\mathrm{dB}} \approx 3\mathrm{dB} \,..\, 6\mathrm{dB}$ v celotni polobli:



Štirižična vijačna antena z vzvratnim sevanjem

Krajša štirižična vijačna antene s kraki dolžine pol ovoja omogoča preprosto napajanje v kvadraturi z izkoriščanjem rezonančnih pojavov kot pri križnih dipolih. Skupno dolžino prvega para nasprotnih krakov izdelamo nekoliko krajšo od valovne dolžine $l_1 \approx \lambda - \delta$ za prehitevanje faze $+\pi/4$. Skupno dolžino drugega para nasprotnih krakov izdelamo nekoliko daljšo od valovne dolžine $l_2 \approx \lambda + \delta$ za zaostajanje faze $-\pi/4$. Oba para krakov različnih dolžin preprosto vežemo vzporedno za $R_S \approx 50\,\Omega$.

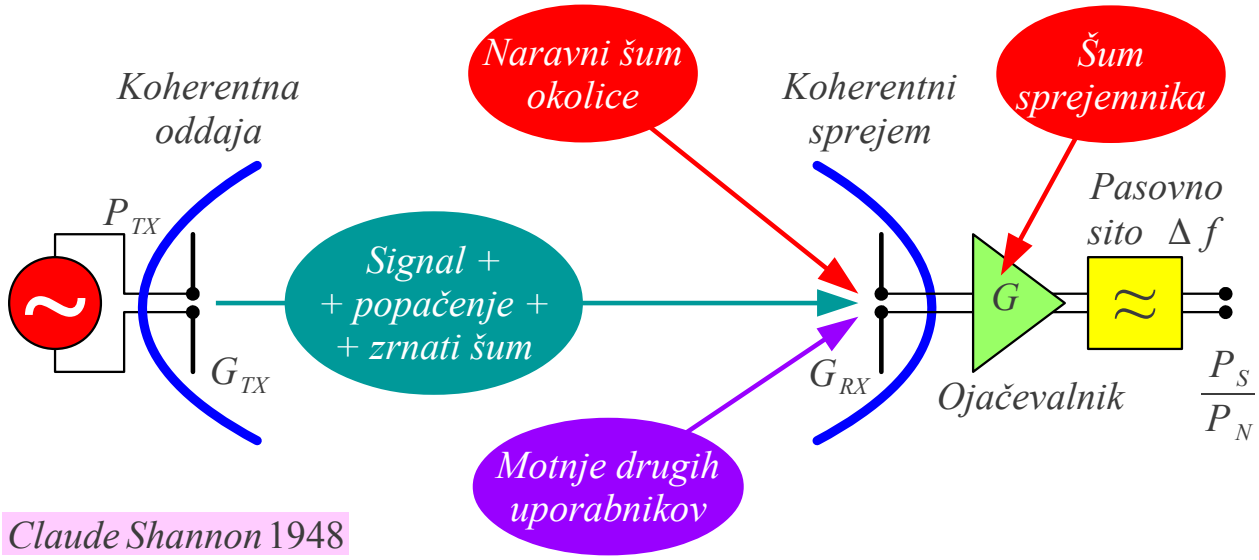
Štirižična vijačna antena poljubne dolžine nima električnega polja v smeri osi na sami osi antene. V osi antene smemo torej namestiti nosilni kovinski drog oziroma električni napajalni vod.

* * * * *

13. Toplotni šum

Domet brezvrvične zveze največkrat opišemo kot razmerje P_{TX}/P_{RX} med močjo oddajnika in močjo signala, ki doseže sprejemnik. Ob upoštevanju dobitkov obeh anten G_{TX} in G_{RX} lahko določimo največjo dosegljivo razdaljo r med oddajnikom in sprejemnikom v praznem prostoru oziroma drugačnih pogojih razširjanja radijskih valov. Iz moči signala $P_S = P_{RX}$, ki jo zahteva na svojem vhodu sprejemnik, lahko izračunamo potrebno moč oddajnika P_{TX}.

Moč signala P_S na vhodu sprejemnika določata moč šuma P_N in zahtevano razmerje signal/šum $S/N = P_S/P_N$. Claude Shannon je leta 1948 dokazal, da analogno razmerje signal/šum neposredno določa tudi zmogljivost številske zveze:



Claude Shannon 1948

$$C = \Delta f \log_2\left(1+\frac{P_S}{P_N}\right) = \Delta f \log_2\left(1+\frac{P_S}{P_{popačenja}+P_{zrnati}+P_{okolice}+P_{sprejemnika}+P_{motenj}}\right)$$

$\Delta f\,[\mathrm{Hz}] = B \equiv$ *pasovna širina*

$P_S\,[\mathrm{W}] \equiv$ *moč signala*

$C\,[\mathrm{bit/s}] \equiv$ *zmogljivost radijske zveze*

$P_N\,[\mathrm{W}] = \Delta f \cdot N_0 \equiv$ *moč šuma*

Zmogljivost radijske zveze

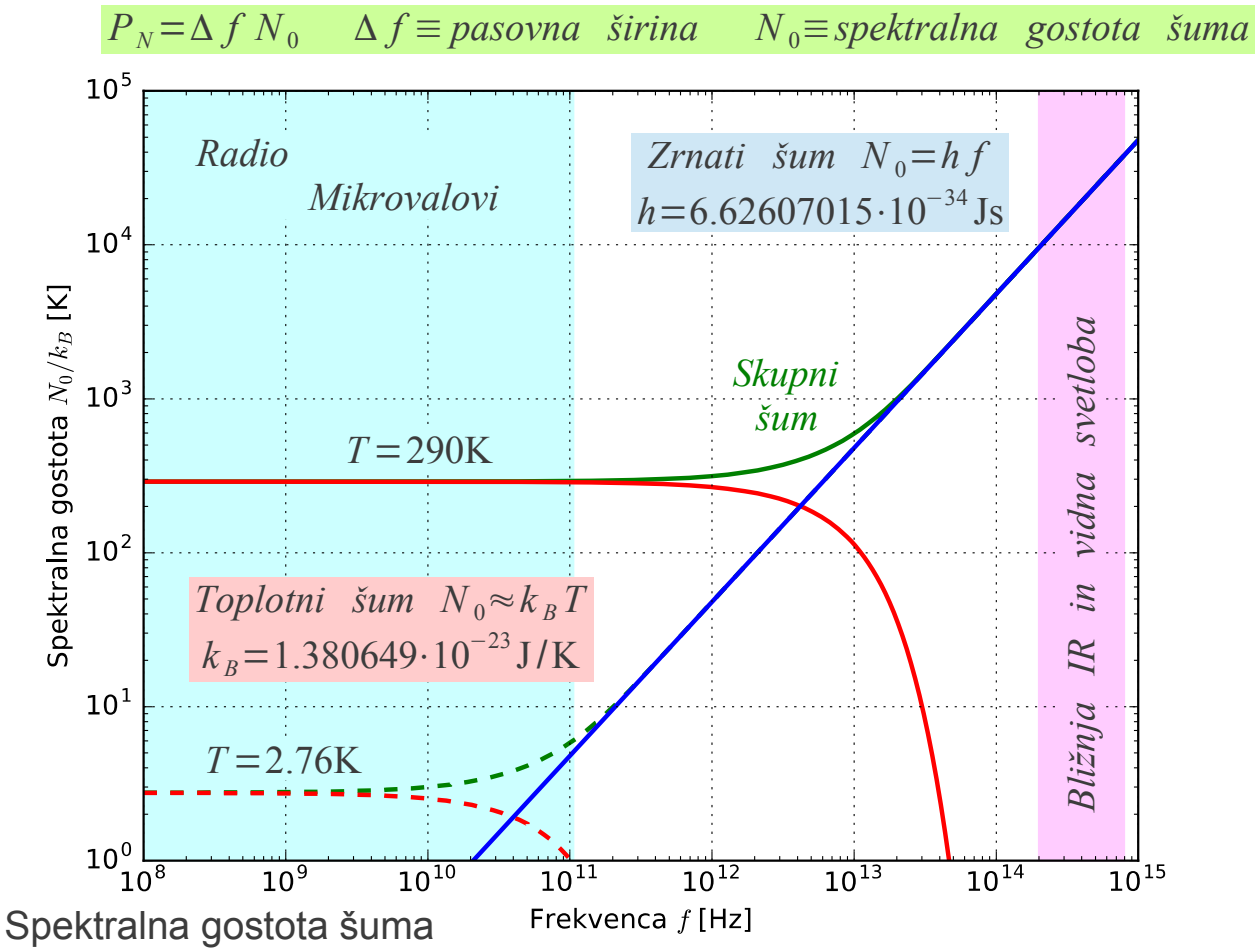
$N_0\,[\mathrm{W/Hz = J}] \equiv$ *spektralna gostota šuma*

V brezvrvični zvezi z elektromagnetnim valovanjem je skupna moč šuma P_N vsota moči različnih pojavov: popačenja signala, moči zrnatega

(kvantnega) šuma signala, naravnega šuma okolice sprejemnika, motenj drugih uporabnikov in šuma, ki ga dodaja sam sprejemnik. Popačenje lahko nastane v samem oddajniku oziroma zaradi večpotja pri razširjanju radijskih valov. Elektromagnetno valovanje ni zvezna fizikalna veličina, pač pa je sestavljeno iz določenega števila fotonov, kar povzroča zrnati šum. Energija fotonov in moč zrnatega šuma naraščata premo-sorazmerno s frekvenco.

Učinkovita izraba radio-frekvenčnega prostora zahteva, da se isti radio-frekvenčni kanal na določeni varni oddaljenosti dodeljuje še dodatnim drugim oddajnikom. Motnje med različnimi uporabniki istega kanala tedaj niso zanemarljive. Končno omejujeta občutljivost sprejemnika naravni šum okolice in šum samega sprejemnika, ki sta največkrat toplotnega izvora.

Moč šuma in motenj je običajno enakomerno porazdeljena po frekvenčnem spektru. Šum in motnje je zato smiselno opisati s spektralno gostoto moči $N_0[\mathrm{W/Hz}]$. Spektralna gostota moči zrnatega šuma $N_0 = h f = W_f$ je zmnožek Planckove konstante in frekvence, kar je hkrati enako energiji enega fotona. Spektralna gostota moči toplotnega šuma je pri nizkih frekvencah (Rayleigh-Jeansov približek) $N_0 \approx k_B T$ zmnožek Boltzmannove konstante in absolutne temperature:



Spektralna gostota šuma

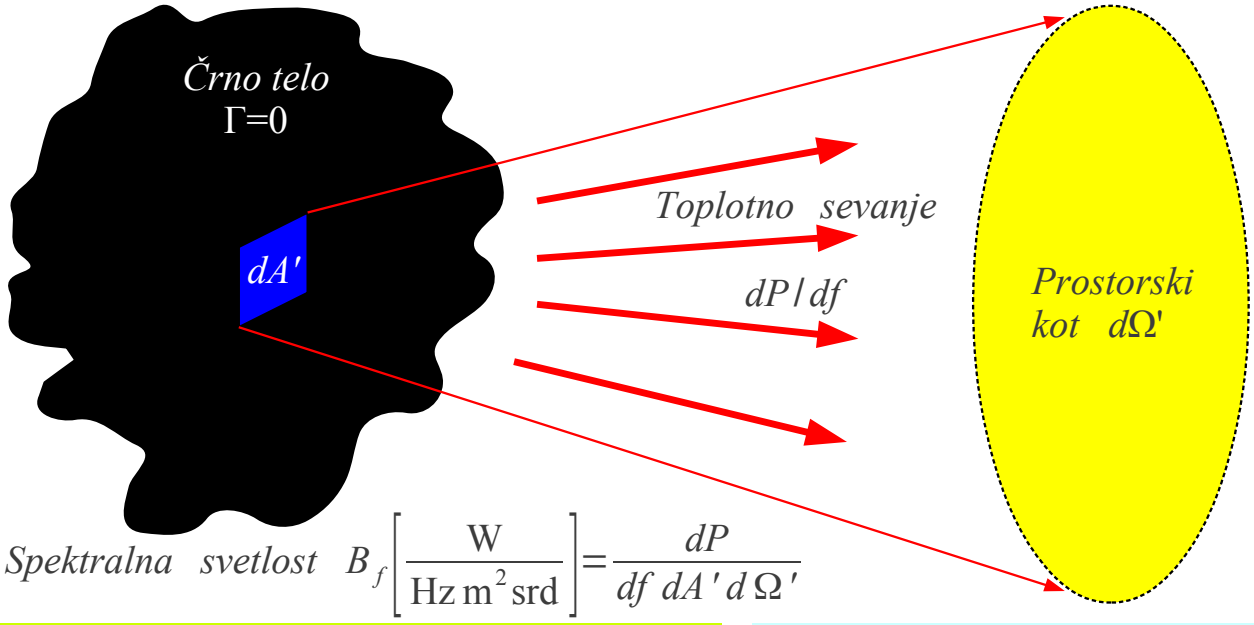
Za lažjo primerjavo sta oba, zrnati in toplotni šum izrisana kot razmerje $N_0/k_b[\mathrm{K}]$. V področju radijskih valov $f \leq 100\mathrm{GHz} = 10^{11}\,\mathrm{Hz}$ pri sobni temperaturi $T \approx 290\mathrm{K} \approx 17\,^\circ\mathrm{C}$ popolnoma prevladuje toplotni šum nad zrnatim šumom. Celo v najhladnejših delih vesolja s temperaturo $T \approx 2.76\mathrm{K}$ (ostanek prapoka pred ~ 13.8 milijardami let) je zrnati šum opazen šele nad $f > 10\mathrm{GHz} = 10^{10}\,\mathrm{Hz}$.

V področju bližnje IR in vidne svetlobe $f \approx 400\mathrm{THz} = 4 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$ toplotni šum popolnoma izgine, spektralna gostota zrnatega šuma pa naraste za dva velikostna razreda nad nizkofrekvenčni toplotni šum pri $T \approx 290\mathrm{K}$. Vsota toplotnega šuma brez približkov in zrnatega šuma je zvezna funkcija frekvence, ki začne monotono naraščati v področju med radijskimi valovi in svetlobo, pri sobni temperaturi nad $f > 1\mathrm{THz} = 10^{12}\,\mathrm{Hz}$.

Vse nastopajoče konstante so temeljne konstante v fiziki, ki določajo osnovne merske enote. Z izbiro Planckove konstante $h = 6.62607015 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$ je določena merska enota za maso kilogram $[\mathrm{kg}]$. Z izbiro Boltzmannove konstante $k_B = 1.380649 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ je določena merska enota za absolutno temperaturo Kelvin $[\mathrm{K}]$. Končno je z izbiro hitrosti svetlobe v praznem prostoru $c_0 = 299792458\,\mathrm{m/s}$ določena merska enota za dolžino meter $[\mathrm{m}]$.

Toplotno sevanje kot funkcijo frekvence in temperature je natančno opisal Max Planck leta 1900. Toplotno sevanje črnega telesa $\Gamma = 0$ je največje. Telesa drugačnih barv $|\Gamma| > 0$ sevajo manj od črnega telesa, natančneje sorazmerno z $1 - |\Gamma|^2$ glede na črno telo. Hkrati se v telesu, ki ne vpija vsega vpadnega valovanja $|\Gamma| > 0$, vsaj delno zrcali sevanje drugih virov. Planckov zakon je lahko zapisan v obliki spektralne svetlosti na dva različna načina: $B_f(f, T)$ v frekvenčnem prostoru oziroma $B_\lambda(\lambda, T)$ v prostoru valovnih dolžin.

Spektralna svetlost $B_f(f, T)$ opisuje moč toplotnega sevanja dP v frekvenčnem pasu širine df, ki jo seva ploskvica črnega telesa dA' v prostorski kot $d\Omega'$. Pri radijskih frekvencah je energija fotona $hf \ll k_B T$ dosti manjša od toplotne energije. Splošni Planckov zakon je smiselno poenostaviti v Rayleigh-Jeansov približek (1905), kjer Planckova konstanta h ne nastopa več:



Spektralna svetlost $B_f\left[\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{Hz\,m^2\,srd}}\right]=\frac{dP}{df\,dA'\,d\Omega'}$

Planckov zakon $B_f(f,T)=\frac{2hf^3}{c_0^2}\cdot\frac{1}{e^{\frac{hf}{k_BT}}-1}$

Prazen prostor ϵ_0,μ_0

$c_0=299792458\,\mathrm{m/s}\approx 3\cdot 10^8\,\mathrm{m/s}$

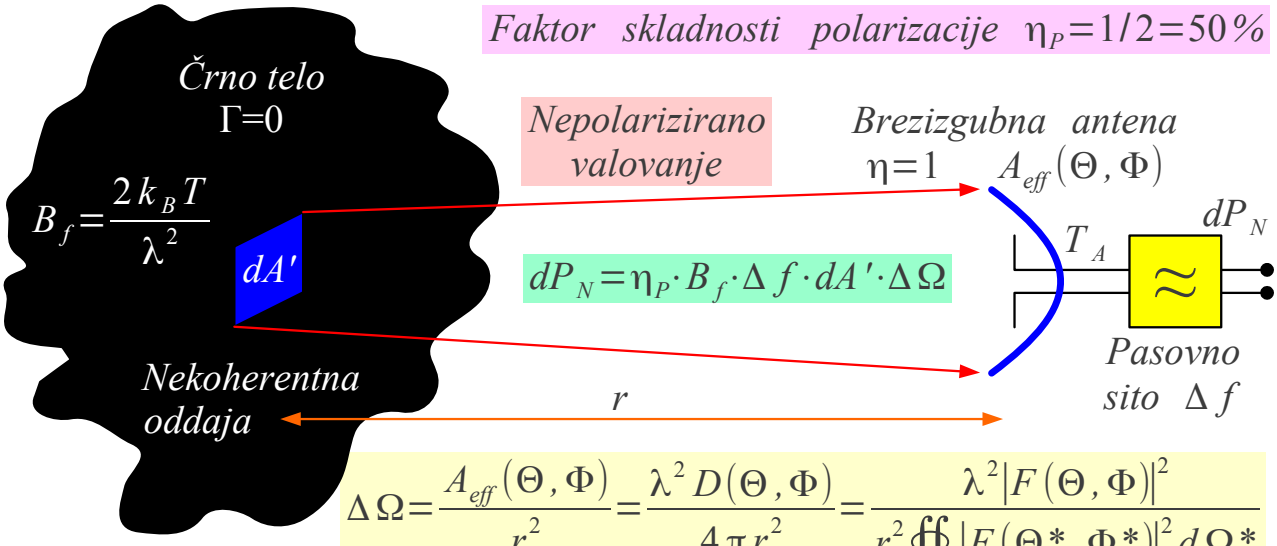
$hf\ll k_BT$ → Rayleigh–Jeansov približek $B_f(f,T)\approx\frac{2k_BTf^2}{c_0^2}=\frac{2k_BT}{\lambda^2}$

Toplotno sevanje črnega telesa

S pomočjo Rayleigh-Jeansovega približka je smiselno računati delež moči sevanja črnega telesa, ki ga sprejme radijska antena. Pri računanju ne smemo pozabiti, da nismo odkrili nič novega! Fiziki so morali pred mnogimi leti izpeljati isti račun v obratni smeri, da so iz rezultatov številnih različnih meritev najprej prišli do različnih približkov in končno določili vse konstante Planckovega zakona.

Brezizgubna radijska antena $\eta=1$ sama po sebi nič ne seva, pač pa sevanje drugih virov pretvarja v električni signal na priključku oziroma obratno, električni signal generatorja pretvarja v sevanje v prostoru. Frekvenčna pasovna širina antene je običajno omejena, v radijskem sprejemniku jo še dodatno omejimo z ozkim pasovno-prepustnim sitom širine $\Delta f\ll f$ glede na osrednjo frekvenco antene oziroma sita.

Toplotno sevanje črnega telesa je nepolarizirano valovanje. Kakršnakoli koherentna sprejemna antena daje faktor skladnosti polarizacije $\eta_P=1/2$. Antena torej sprejme natančno polovico sevane moči črnega telesa, ki zadene njeno efektivno površino $A_{eff}(\Theta,\Phi)$. Preostala polovica sevanja črnega telesa ima pravokotno polarizacijo glede na sprejemno anteno:



Faktor skladnosti polarizacije $\eta_P=1/2=50\%$

$$\Delta\Omega=\frac{A_{eff}(\Theta,\Phi)}{r^2}=\frac{\lambda^2 D(\Theta,\Phi)}{4\pi r^2}=\frac{\lambda^2|F(\Theta,\Phi)|^2}{r^2\oiint_{4\pi}|F(\Theta*,\Phi*)|^2 d\Omega*}$$

$$P_N=\oiint_{A'}\frac{1}{2}\cdot B_f\cdot\Delta f\cdot dA'\cdot\Delta\Omega \qquad dA'=r^2 d\Omega$$

$$P_N=\Delta f\, k_B\frac{\oiint_{4\pi}T(\Theta,\Phi)|F(\Theta,\Phi)|^2 d\Omega}{\oiint_{4\pi}|F(\Theta,\Phi)|^2 d\Omega}$$

Sprejeta moč toplotnega šuma

$$P_N=\Delta f\, N_0=\Delta f\, k_B T_A$$

$$T_A=\frac{\oiint_{4\pi}T(\Theta,\Phi)|F(\Theta,\Phi)|^2 d\Omega}{\oiint_{4\pi}|F(\Theta,\Phi)|^2 d\Omega}$$

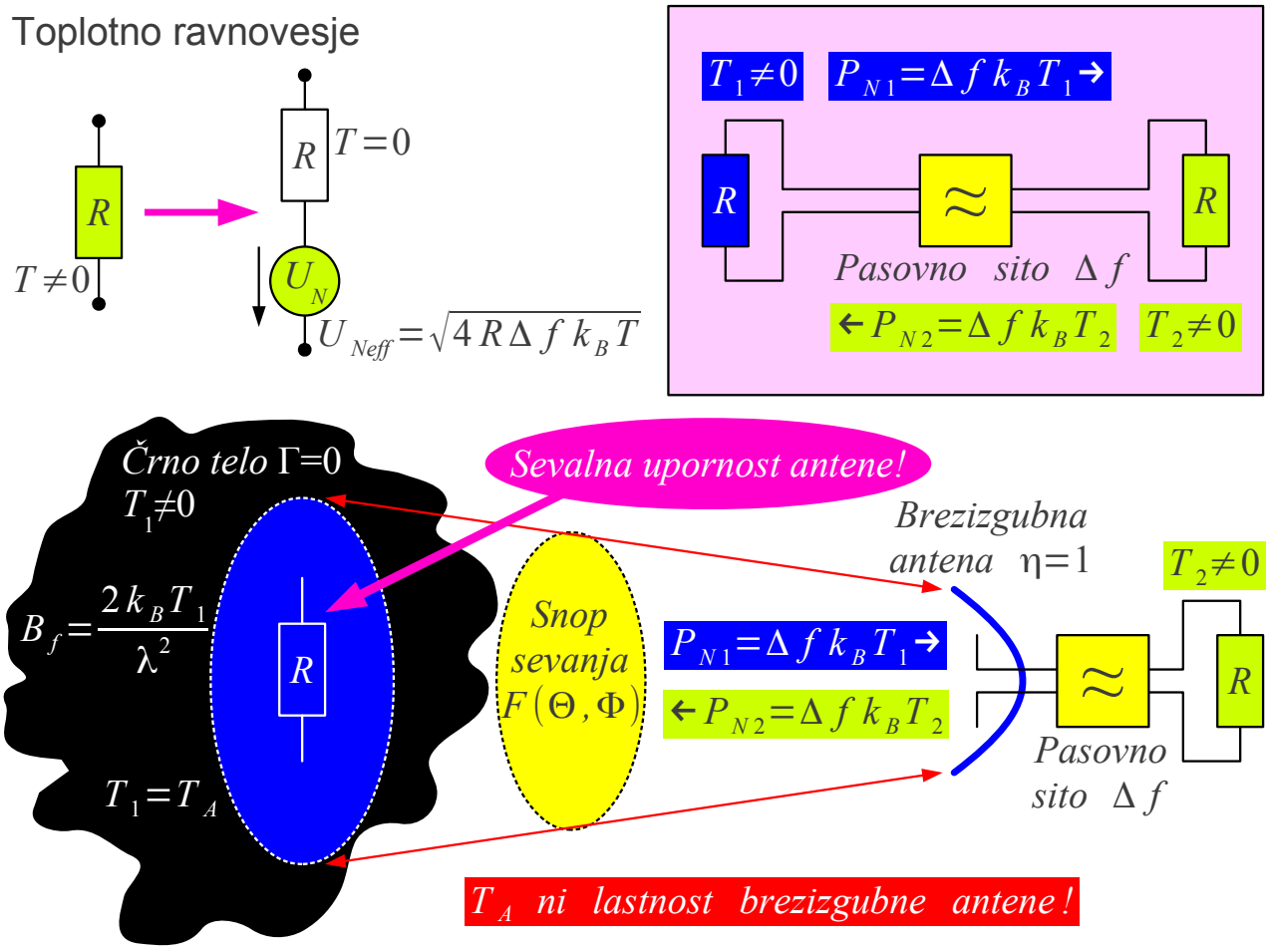
Prostorski kot $\Delta\Omega=A_{eff}(\Theta,\Phi)/r^2$ določa efektivna površina sprejemne antene. $A_{eff}(\Theta,\Phi)$ kot funkcijo smeri izračunamo iz močnostnega smernega diagrama antene $|F(\Theta,\Phi)|^2$. Integracijo po ploskvici črnega telesa $dA'=r^2 d\Omega$ prevedemo v integracijo po prostorskem kotu gledano iz sprejemne antene. Končno dopustimo, da je temperatura črnega telesa $T(\Theta,\Phi)$ funkcija smeri, saj antena vidi v različnih smereh različno tople predmete.

Sprejeta moč šuma P_N je sorazmerna pasovni širini Δf, Boltzmannovi konstanti k_B in povprečju temperature črnega telesa $T(\Theta,\Phi)$, uteženim z močnostnim smernim diagramom antene $|F(\Theta,\Phi)|^2$. Uteženo povprečje temperatur črnega telesa $T(\Theta,\Phi)$, ki ga vidi sprejemna antena, imenujemo šumna temperatura antene T_A.

Enačba $P_N=\Delta f\, k_B T$ hkrati pove, kolikšno električno moč P_N proizvaja poljuben upor R na od nič različni temperaturi $T\neq 0$ v pasovni širini Δf, imenovano Johnson-Nyquistov šum v elektroniki. Poljuben upor na temperaturi $T\neq 0$ lahko torej nadomestimo z zaporedno vezavo

hladnega upora R in napetostnega izvora naključnega signala šuma efektivne vrednosti $U_{Neff}=\sqrt{4\,R\,\Delta f\,k_B T}$. Opisani vir daje največjo moč prilagojenemu bremenu $\Gamma=0$, torej še enemu enakemu uporu R .

Če dva enaka upora R povežemo preko pasovno-prepustnega sita Δf , pošilja upor na temperaturi $T_1\neq 0$ moč $P_{N1}=\Delta f\,k_B T_1$ drugemu uporu. Slednji na temperaturi $T_2\neq 0$ vrača prvemu moč $P_{N2}=\Delta f\,k_B T_2$. Ker izvora naključnega signala šuma nista sinhronizirana med sabo, je skupni pretok moči skozi pasovno-prepustno sito Δf kar razlika moči $P_{N1}-P_{N2}$. Slednja je usmerjena tako, da stremi k izenačenju $T_1=T_2$ temperatur obeh uporov:

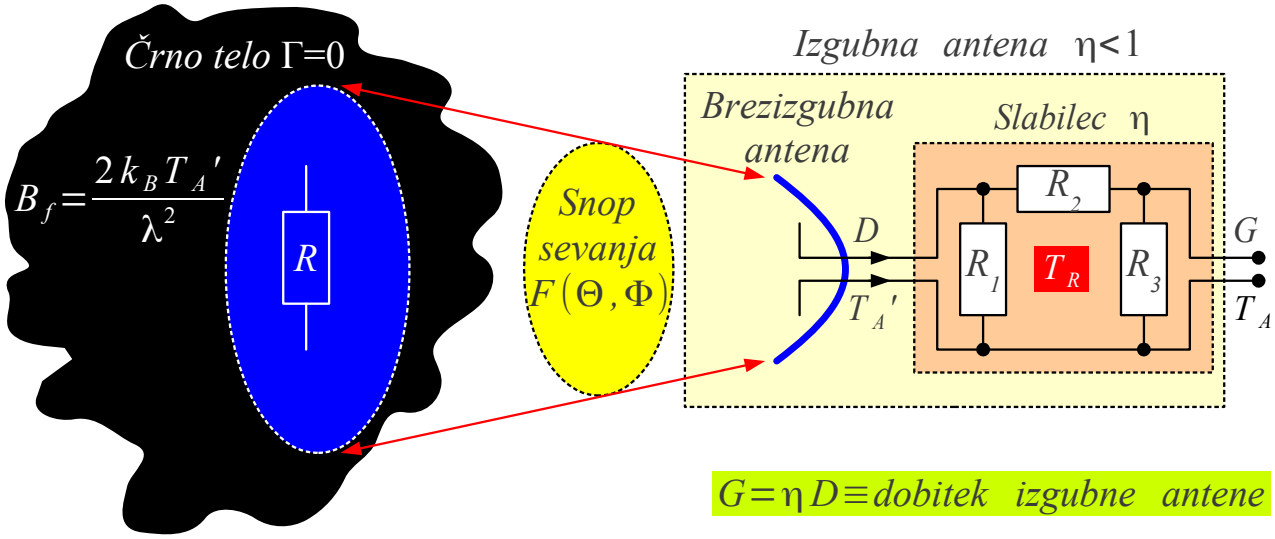


Brezizgubna radijska antena $\eta=1$ in pasovno-prepustno sito Δf sta samo posrednika med črnim telesom na temperaturi $T_1=T_A\neq 0$ in bremenom R na temperaturi $T_2\neq 0$, na katerega je priključena antena. Pretok moči je največji, ko antena vidi črno telo ($\Gamma=0$ za valovanje v praznem prostoru) in je hkrati breme $R=R_S$ prilagojeno sevalni upornosti antene ($\Gamma=0$ za valovanje na električnem prenosnem vodu). Razlika moči

$P_{N1}-P_{N2}$ med črnim telesom in uporom je usmerjena tako, da stremi k izenačenju $T_1=T_2$ temperatur črnega telesa in upora.

Opisana razlaga hkrati pojasnjuje fizikalni pomen sevalne upornosti antene R_S . Upornost R_S se ne nahaja v sami anteni, pač pa v črnem telesu $\Gamma=0$, ki ga antena vidi v svojem smernem diagramu $F(\Theta,\Phi)$. Črno telo je tudi izredno oddaljeno temno nebo, kjer je treba res dolgo čakati več milijard let, da se valovanje kjerkoli odbije in vrne nazaj v anteno. Obratno, če brezizgubno anteno $\eta=1$ zapremo v končno veliko kovinsko ohišje z brezhibno zrcalnimi stenami $|\Gamma|=1$, se vsa izsevana moč vrne nazaj v anteno in gre sevalna upornost antene $R_S\to 0$ proti nič!

Šumna temperatura antene T_A torej ni lastnost brezizgubne antene $\eta=1$, pač pa lastnost predmetov v vidnem polju smernega diagrama antene $F(\Theta,\Phi)$. Dobro načrtovana antena ima sevalni izkoristek $\eta\approx 1$ blizu enote. Resnično anteno s sevalnim izkoristkom izkoristkom manjšim od enote $\eta<1$ sicer natančno opisuje zaporedna vezava brezizgubne antene in prilagojenega slabilca η iz uporov R_1 , R_2 in R_3 :



$G=\eta D\equiv dobitek\ \ izgubne\ \ antene$

$T_A=\eta T_A'+(1-\eta)T_R\equiv šumna\ \ temperatura\ \ izgubne\ \ antene$

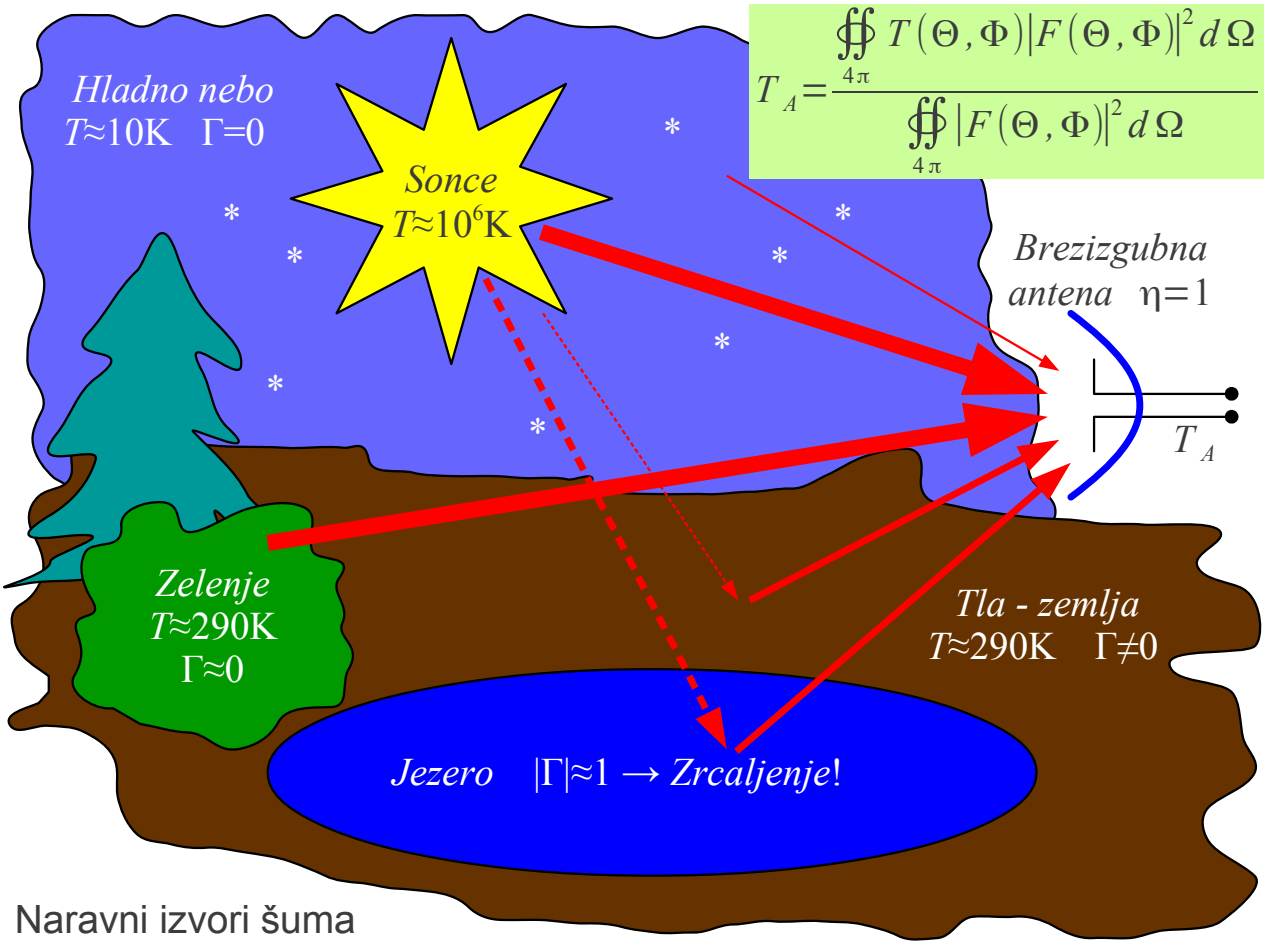
$T_R\approx 290\mathrm{K}\equiv temperatura\ \ slabilca$

$$T_A=\eta\left[\frac{\oiint_{4\pi} T(\Theta,\Phi)|F(\Theta,\Phi)|^2\,d\Omega}{\oiint_{4\pi}|F(\Theta,\Phi)|^2\,d\Omega}\right]+(1-\eta)T_R$$

Dobitek in šumna temperatura izgubne antene

Sevalni izkoristek $\eta<1$ odžira dobitek $G=\eta D$ izgubne antene in odžira šum, ki ga sevajo predmeti v vidnem polju antene. Izgube v konstrukciji antene, ki jih ponazarjajo upori slabilca R_1, R_2 in R_3, hkrati dodajajo šum lastnega toplotnega sevanja, saj je temperatura konstrukcije antene $T_R\neq 0$ različna od nič! Temperatura konstrukcije antene $T_R\approx 290\mathrm{K}$ je običajno blizu temperature predmetov oziroma ozračja v neposredni okolici antene.

Antena v praktični radijski zvezi sprejema šum iz različnih izvorov:

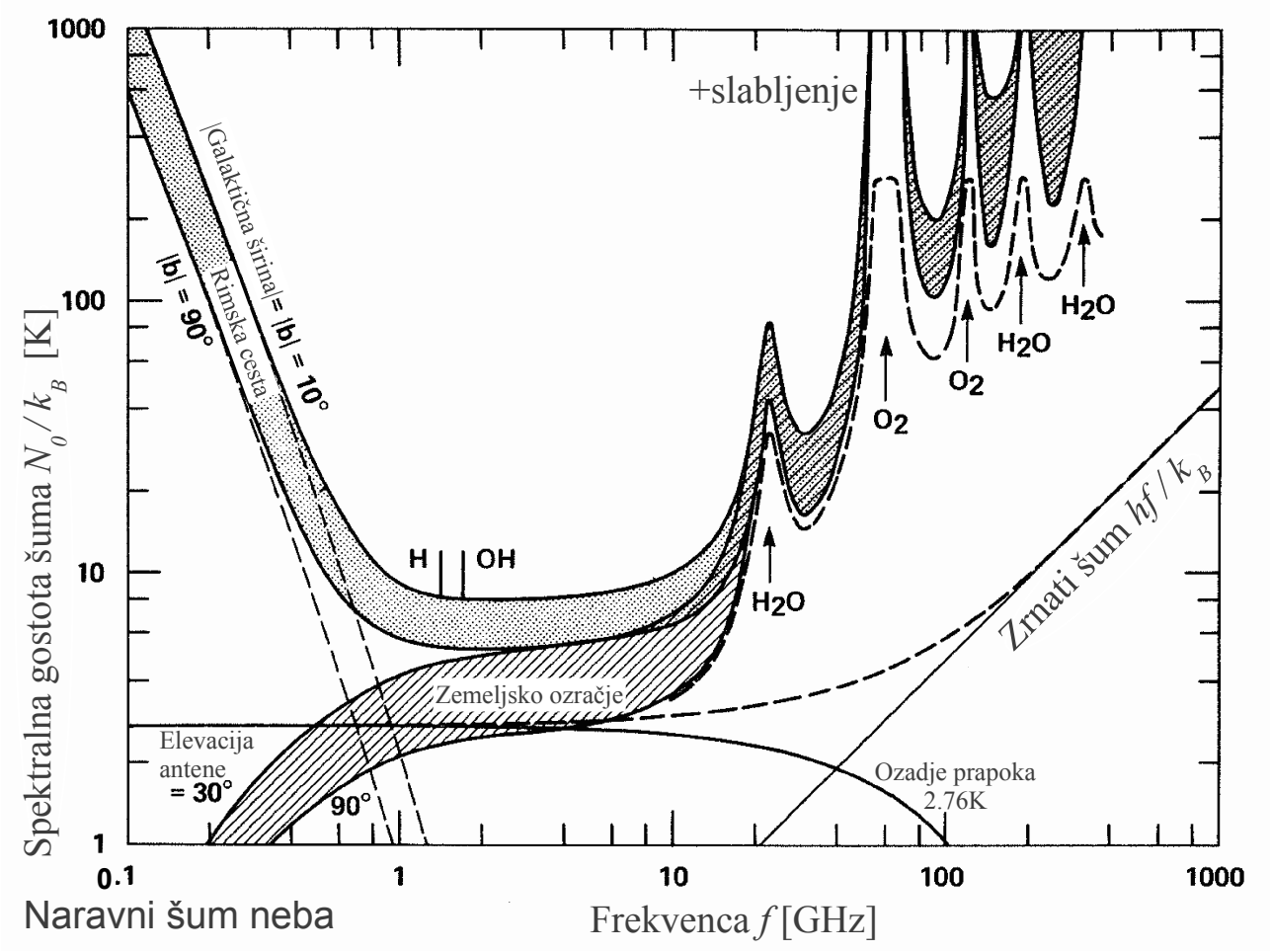


Naravni izvori šuma

V radijskem spektru zelenje običajno seva kot črno telo $\Gamma=0$ s temperaturo okoli $T\approx 290\mathrm{K}$. Čeprav so tla na podobni temperaturi, tla niso dobro črno telo $\Gamma\neq 0$. Vodna gladina je za radijske valove skoraj brezhibno zrcalo $|\Gamma|=1$, zato antena v gladini jezera vidi druge vire sevanja. Mokrota po dežju sicer povečuje odbojnost tal in zelenja.

Šumna temperatura neba se v radijskem spektru zelo spreminja, ker nebesni viri ne sevajo toplotno in zanje Planckov zakon ne velja. V področju mikrovalov $f\approx 1\mathrm{GHz}..10\mathrm{GHz}$ je nebo zelo hladno okoli $T\approx 10\mathrm{K}$ z izjemo redkih spektralnih črt nebesnih virov: atomarni vodik pri

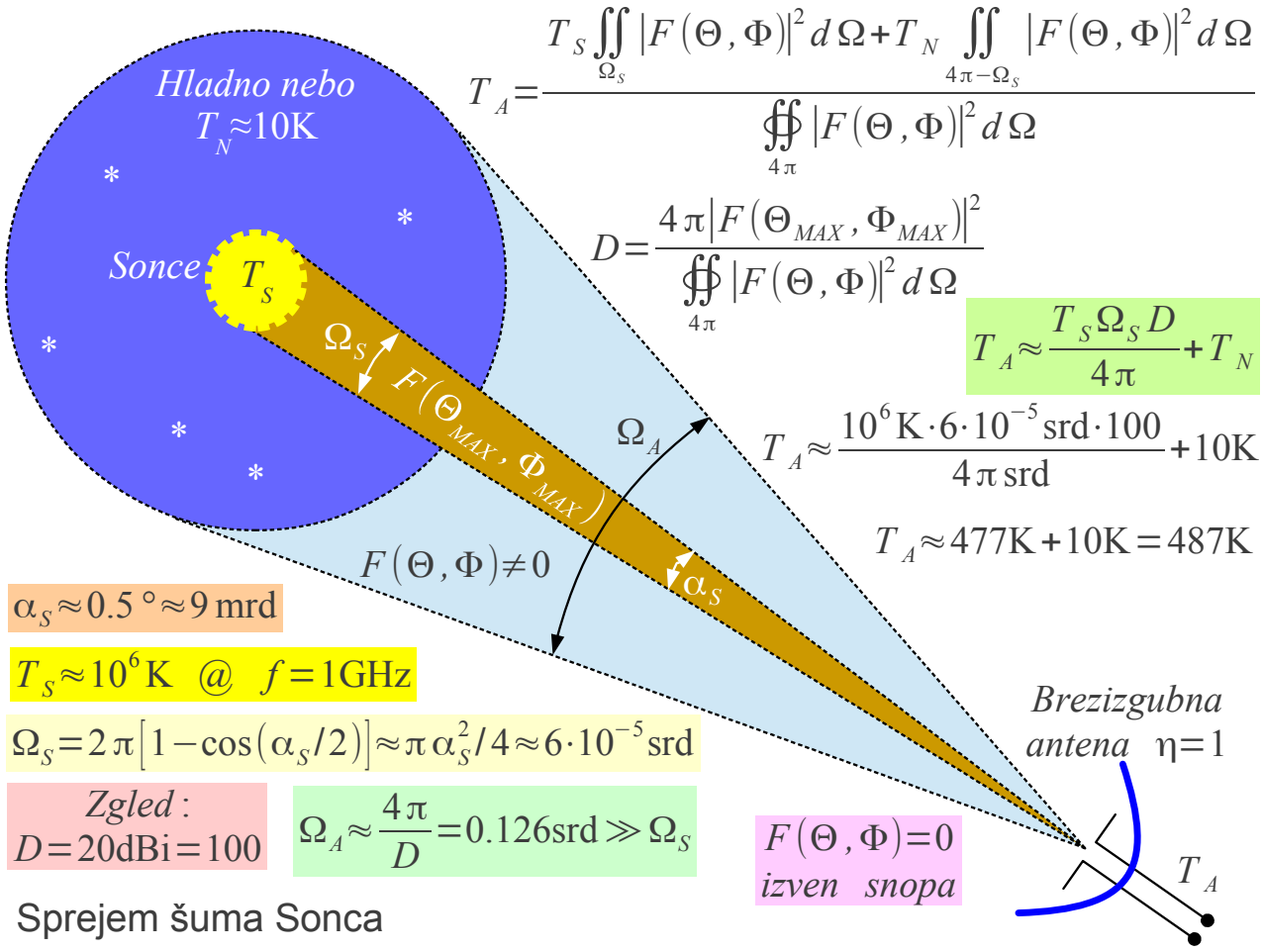
$f \approx 1.42\text{GHz}$ oziroma molekula OH pri $f \approx 1.67\text{GHz}$. Sevanje nebesnih virov izredno naraste preko zemeljskega toplotnega šuma na nizkih frekvencah pod $f \leq 100\text{MHz}$:



Na frekvencah nad $f \geq 10\text{GHz}$ opazimo rezonance molekul plinov, ki sestavljajo ozračje: vodna para pri $f \approx 22\text{GHz}$ in $f \approx 183\text{GHz}$, kisik pri $f \approx 60\text{GHz}$ in $f \approx 120\text{GHz}$ in tako naprej. Nad $f \geq 100\text{GHz}$ postane zemeljsko ozračje skoraj popolnoma neprozorno in seva kot črno telo s temperaturo blizu $T \approx 290\text{K}$. Če poleg temperature plinov upoštevamo še dodatno slabljenje ozračja, naraste navidezna temperatura šuma tako visoko, da so frekvence nad $f \geq 100\text{GHz}$ neuporabne za radijske zveze z vesoljskimi plovili.

Najmočnejši nebesni vir sevanja je Sonce. Niti Sonce ne seva kot črno telo. Izraženo s temperaturo sevanja Sonce seva v spektru vidne svetlobe s temperaturo $T \approx 6000\text{K}$. V radijskem spektru je temperatura sevanja Sonca dosti višja, je odvisna od frekvence in se spreminja iz dneva v dan z aktivnostjo Sonca v enajst-letnem ciklu sončnih peg. Srednje aktivno Sonce dosega $T_S \approx 10^6\text{K}$ pri frekvenci $f = 1\text{GHz}$ oziroma valovni dolžini $\lambda = 30\text{cm}$.

Radijsko sevanje Sonca lahko znatno poveča šumno temperaturo antene, ki je obrnjena v nebo. Šum Sonca lahko prekine sprejem telekomunikacijskega satelita, ko je Sonce natančno v ozadju satelita gledano iz zemeljske sprejemne postaje. V primeru manjše antene je zorni kot Sonca znatno manjši od širine snopa radijske sprejemne antene, zato povečanje šumne temperature antene ni tako veliko:



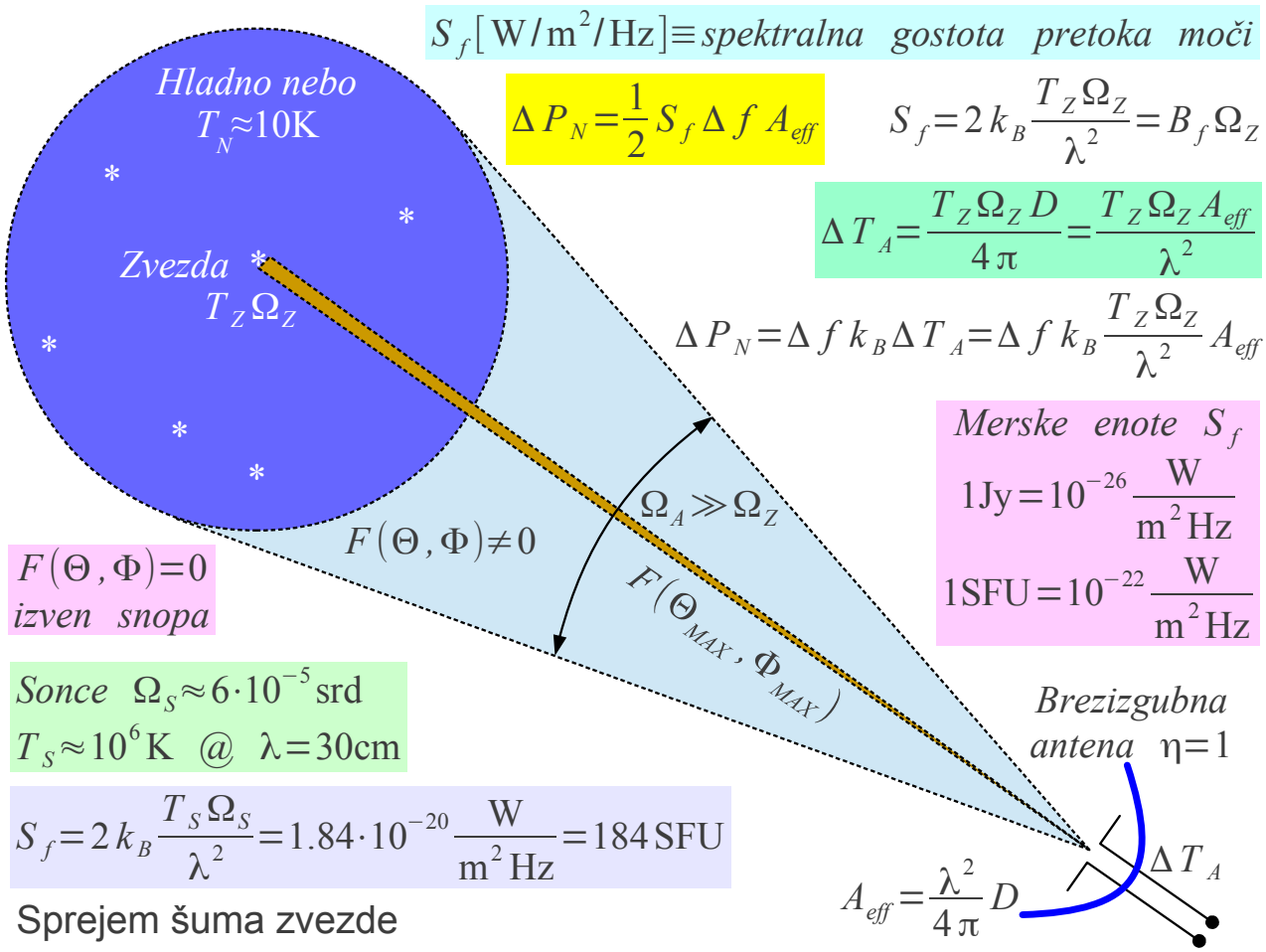
Sprejem šuma Sonca

Sonce vidimo iz Zemlje pod zornim kotom približno $\alpha_S \approx 0.5°$, kar pretvorimo v prostorski kot $\Omega_S \approx 6\cdot 10^{-5}\,\mathrm{srd}$. Slednji je dosti manjši od prostorskega kota $\Omega_A \approx 0.126\mathrm{srd}$ sevanja antene s smernostjo $D = 20\mathrm{dBi}$. Za opisano anteno je Sonce točkast vir sevanja s hladnim nebom $T_N \approx 10\mathrm{K}$ v ozadju, kar poenostavi izračun šumne temperature antene. V opisanem zgledu Sonce doprinese $\Delta T \approx 477\mathrm{K}$ k šumni temperaturi antene, kar opazi vsak sodoben radijski sprejemnik s polprevodniškimi ojačevalniki.

Sevanje drugih nebesnih teles je prvi opazil Karl Guthe Jansky leta 1933 med določanjem motenj na frekvenci $f \approx 20.5\mathrm{MHz}$. Nadomestna temperatura toplotnega sevanja črnega telesa primerno opisuje sevanje vseh

porazdeljenih virov tudi v primeru, ko njihovo sevanje ni toplotnega izvora. Karl Guthe Jansky je opazil sevanje središča naše galaksije Rimske ceste, ki ni toplotnega izvora.

Poleg porazdeljenih virov sevanja so na nebu tudi točkasti viri. Zvezde vidimo pod izredno majhnim prostorskim kotom $\Omega_Z \to 0$, nadomestna temperatura radijskih zvezd pa je izredno visoka $T_Z \to \infty$. Sevanje točkastih virov opisujeta kvečjemu zmnožka $T_Z \Omega_Z$ oziroma $B_f \Omega_Z$:



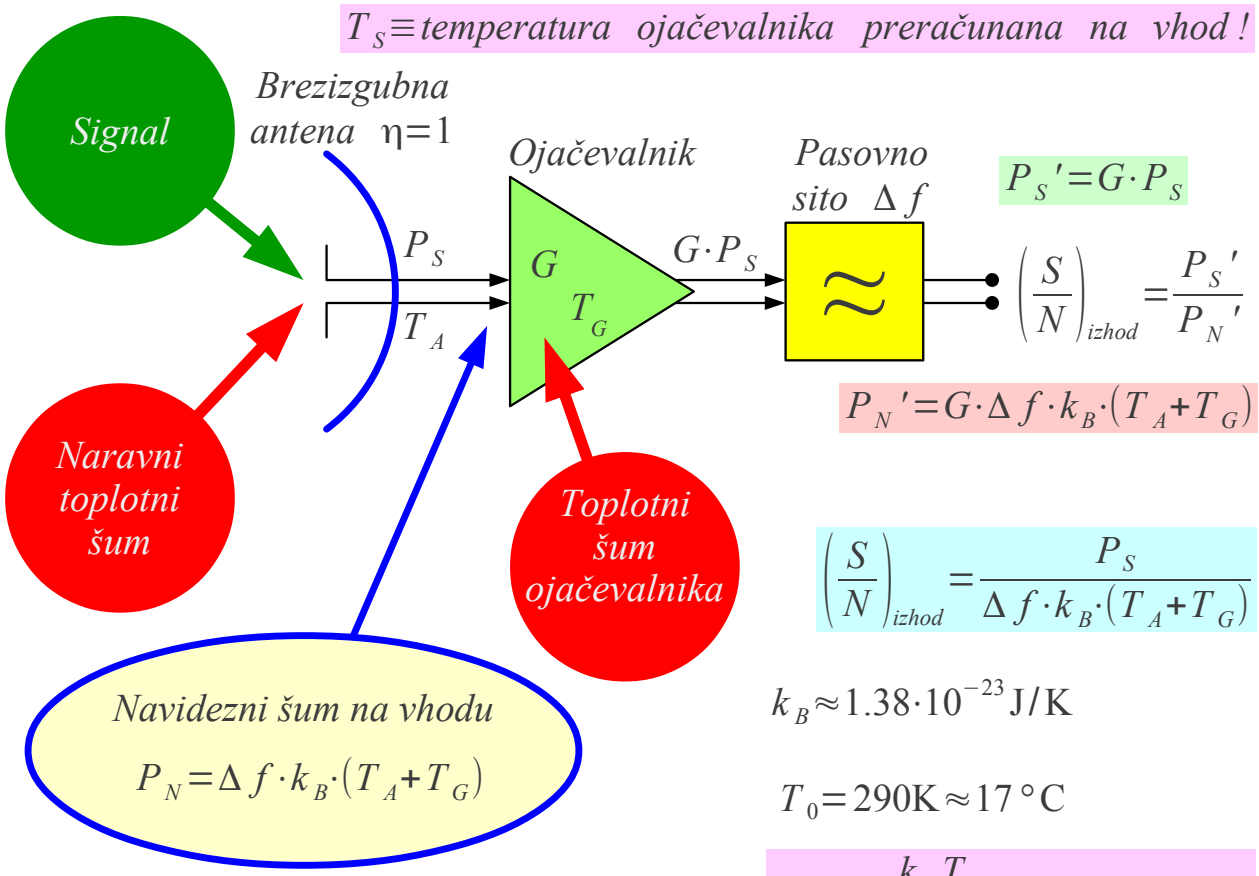
Namesto zmnožkov $T_Z \Omega_Z$ oziroma $B_f \Omega_Z$ sevanje točkastih virov pogosto opisujemo s spektralno gostoto pretoka moči $S_f = 2 k_B T_Z \Omega_Z / \lambda^2$ oziroma $S_f = B_f \Omega_Z$. Ker je merska enota sistema MKSA prevelika, v praksi uporabljamo za spektralno gostoto pretoka moči dve manjši merski enoti Jansky $[\mathrm{Jy}]$ in Solar Flux Unit $[\mathrm{SFU}]$:

$$1\mathrm{Jy} = 10^{-26} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 Hz}} \quad \text{oziroma} \quad 1\mathrm{SFU} = 10^{-22} \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2 Hz}}$$

Sevanje srednje aktivnega Sonca s temperaturo $T_S \approx 10^6\mathrm{K}$ ustreza

$S_f \approx 184\,\mathrm{SFU}$, ko smernost sprejemne antene dopušča obravnavanje Sonca kot točkasti vir. Sevanje radijskih zvezd je za štiri velikostne razrede šibkejše, kar upravičuje manjšo mersko enoto Jansky $[\mathrm{Jy}]$.

Poleg toplotnega šuma, ki ga zbere sprejemna antena, dodatno kazi razmerje signal/šum radijske zveze toplotni šum, ki ga dodaja sprejemnik. V radijski tehniki je smiselno preračunati vse šume na vhodne sponke sprejemnika kljub temu, da šum ojačevalnika v sprejemniku lahko merimo šele na njegovem izhodu. Moči šuma opišemo s pripadajočimi temperaturami šuma. Ker toplotni šumi prihajajo iz izvorov, ki med sabo niso sinhronizirani, preprosto seštejemo moči šumov oziroma šumne temperature antene T_A in sprejemnika T_G :



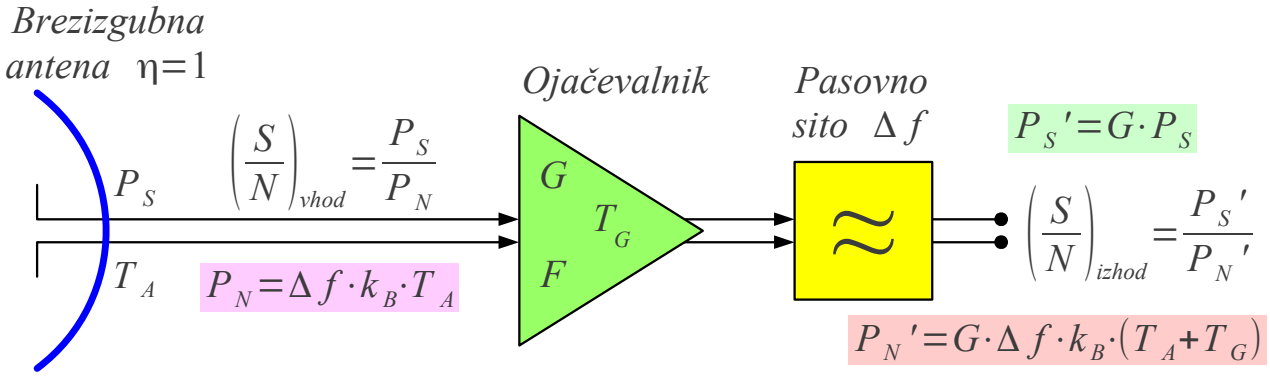
Razmerje signal/šum sprejemnika

Sodobni polprevodniki omogočajo gradnjo ojačevalnikov, katerih dodani šum preračunan na vhodne sponke dosega za en velikostni razred nižjo temperaturo od fizične temperature gradnikov oziroma $T_G \approx 30\mathrm{K}$. Druga skrajnost so ojačevalniki z vakuumskimi elektronkami, katerih šum je za en velikostni razred večji od sobne temperature oziroma $T_G \approx 3000\mathrm{K}$.

Na frekvencah pod $f \leq 100\mathrm{MHz}$ je naravni (galaktični) šum običajno

močnejši od šuma sprejemnika in je slednji zanemarljiv. Na frekvencah nad $f \geq 100\mathrm{MHz}$ sta šum antene in šum sprejemnika v istem velikostnem razredu, torej je treba upoštevati oba izvora šuma. Velikostni razred moči toplotnega šuma dobro opisuje spektralna gostota šuma upora na sobni temperaturi $N_0(290\mathrm{K}) \approx -174\mathrm{dBm}/Hz$ v logaritemskih enotah.

Namesto šumne temperature sprejemnika T_G proizvajalci sprejemnikov pogosto uporabljajo ponesrečeno veličino F imenovano šumni faktor oziroma šumno število. Neimenovano razmerje F, pogosto v logaritemskih enotah F_{dB}, naj bi opisovalo, kolikokrat sprejemnik poslabša razmerje signal/šum. Opisana definicija šuma ojačevalnika je nesmiselna, ker je rezultat $F = 1 + T_G/T_A$ odvisen od šumne temperature antene T_A, kar zagotovo ni lastnost elektronskega ojačevalnika:



Nesmiselna definicija šumnega števila:

$$F = \frac{\left(\frac{S}{N}\right)_{vhod}}{\left(\frac{S}{N}\right)_{izhod}} = \frac{\frac{P_S}{\Delta f\, k_B T_A}}{\frac{G P_S}{G \Delta f\, k_B (T_A + T_G)}} = \frac{T_A + T_G}{T_A} = 1 + \frac{T_G}{T_A}$$

Lastnost ojačevalnika ne more biti funkcija T_A!

Smiselna definicija $F = 1 + \frac{T_G}{T_0}$ @ $T_0 = 290\mathrm{K} \approx 17\,^\circ\mathrm{C}$ ↔ $T_G = T_0(F-1)$

Logaritemske enote $F_{\mathrm{dB}} = 10\log_{10} F = 10\log_{10}\left(1 + \frac{T_G}{T_0}\right)$ ↔ $T_G = T_0\left(10^{\frac{F_{\mathrm{dB}}}{10}} - 1\right)$

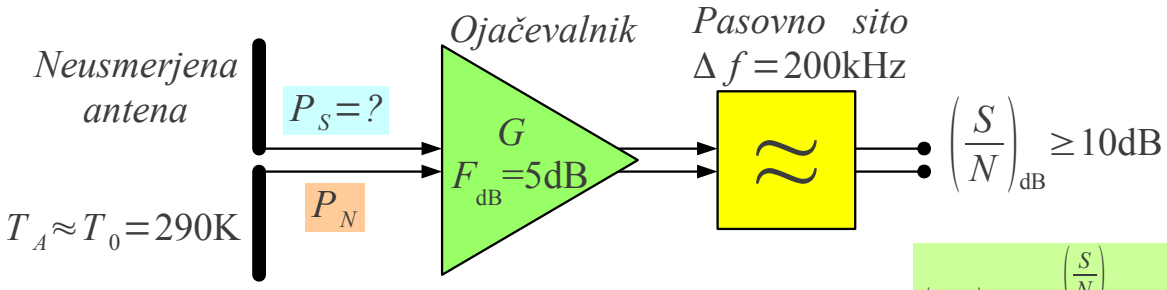
Šumno število ojačevalnika

Nesmiselno definicijo šumnega števila F je treba razumeti z upoštevanjem zgodovinskih razmer, ko je nastala. Sredi dvajsetega stoletja so inženirji morali upoštevati šum v dveh primerih: v kabelskih zvezah in v mikrovalovnih usmerjenih radijskih zvezah. Izgube v kablu sevajo na temperaturi okolice $T \approx 290\mathrm{K}$. Antene mikrovalovnih usmerjenih zvez s svojim smernim diagramom vidijo predvsem ovire na površini Zemlje, kar spet

ni daleč od $T \approx 290\mathrm{K}$.

Nesmiselno definicijo šumnega števila F je kmalu postavil na laž razvoj satelitskih komunikacij in radioastronomije v drugi polovici dvajsetega stoletja, kjer je šumna temperatura v nebo usmerjene antene $T_A \ll 290\mathrm{K}$ običajno dosti nižja od temperature okolice na Zemlji. Sodobna definicija šumnega števila je $F = 1 + T_G / T_0$, kjer je $T_0 = 290\mathrm{K}$ dogovorjena referenčna temperatura. Glede na slednjo definicijo šumno število F ne pove nič novega, pač pa je to samo drugačen zapis enakovredne veličine šumne temperature T_G .

Glede na pogoste napake pri računanju s šumnimi temperaturami in šumnimi števili si je smiselno ogledati dva nazorna zgleda, ki se bistveno razlikujeta med sabo. Prvi zgled je izračun občutljivosti GSM telefona. Slednji je opremljen z neusmerjeno anteno, ki vidi okolico na $T \approx 290\mathrm{K}$. Šumno število sprejemnika $F_{dB} = 5\mathrm{dB}$ preračunamo v šumno temperaturo $T_G = 627\mathrm{K}$. Uspešen sprejem zahteva razmerje signal/šum najmanj $S/N \geq 10$ v pasovni širini GSM telefona $\Delta f = 200\mathrm{kHz}$, kar preračunamo v moč signala $P_S = 2.53 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W} = -106\mathrm{dBm}$:



$$T_G = T_0 \cdot \left(10^{\frac{F_{\mathrm{dB}}}{10}} - 1\right) = 290\mathrm{K} \cdot (3.162 - 1) = 627\mathrm{K}$$

$$\left(\frac{S}{N}\right) = 10^{\frac{\left(\frac{S}{N}\right)_{\mathrm{dB}}}{10}} \geq 10$$

$$P_N = \Delta f \cdot k_B \cdot (T_A + T_G) = 200\mathrm{kHz} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K} \cdot (290\mathrm{K} + 627\mathrm{K}) = 2.53 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{W}$$

$$P_S = P_N \cdot \left(\frac{S}{N}\right) = P_N \cdot 10 = 2.53 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{W}$$

$$P_{S\,\mathrm{dBm}} = 10 \log_{10} \frac{P_S}{1\mathrm{mW}} = -106\mathrm{dBm}$$

Poenostavljen izračun izključno v primeru $T_A \approx T_0 = 290\mathrm{K}$

$$P_{S\,\mathrm{dBm}} \approx (S/N)_{\mathrm{dB}} + (\Delta f)_{\mathrm{dB \cdot Hz}} + (k_B T_0)_{\mathrm{dBm/Hz}} + F_{\mathrm{dB}}$$

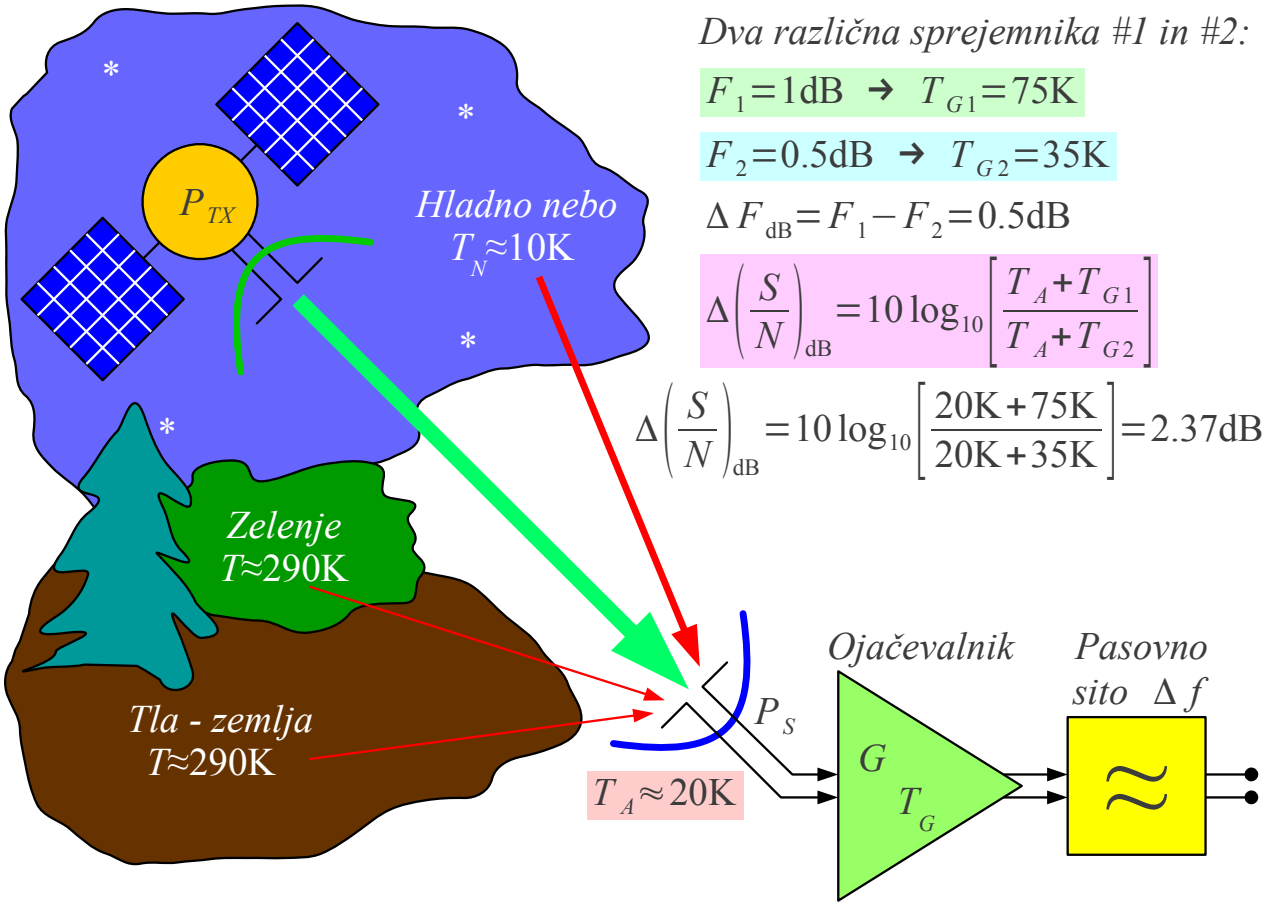
$$(k_B T_0)_{\mathrm{dBm/Hz}} = -174\mathrm{dBm/Hz} \qquad (\Delta f)_{\mathrm{dB \cdot Hz}} = 10 \log_{10}\left(\frac{\Delta f}{1\mathrm{Hz}}\right) = 53\mathrm{dB \cdot Hz}$$

$$P_{S\,\mathrm{dBm}} \approx 10\mathrm{dB} + 53\mathrm{dB \cdot Hz} - 174\mathrm{dBm/Hz} + 5\mathrm{dB} = -106\mathrm{dBm}$$

Občutljivost GSM telefona

Ker je temperatura antene GSM telefona $T_A \approx T_0 = 290\mathrm{K}$ blizu dogovorjene referenčne temperature, smemo uporabiti bližnjico z decibeli. Razmerje $(S/N)_{\mathrm{dB}} = 10\mathrm{dB}$ prišteto pasovni širini $(\Delta f)_{\mathrm{dB\cdot Hz}} = 53\mathrm{dB}\cdot Hz$ prišteto spektralni gostoti šuma na referenčni temperaturi $(k_B T_0)_{\mathrm{dBm/Hz}} = -174\mathrm{dBm/Hz}$ in še šumno število $F_{dB} = 5\mathrm{dB}$ dajejo skupaj natančno $P_S = -106\mathrm{dBm}$!

Pri izračunu občutljivosti sprejemnika za satelitsko TV takšnih bližnjic ne moremo uporabiti. Zamenjava starega satelitskega sprejemnika s $F_1 = 1\mathrm{dB}$ z novejšim, ki dosega $F_2 = 0.5\mathrm{dB}$, prinese izboljšanje šumnega števila za komaj $\Delta F_{\mathrm{dB}} = F_1 - F_2 = 0.5\mathrm{dB}$. Je zamenjava satelitskega sprejemnika z novejšim sploh upravičena?

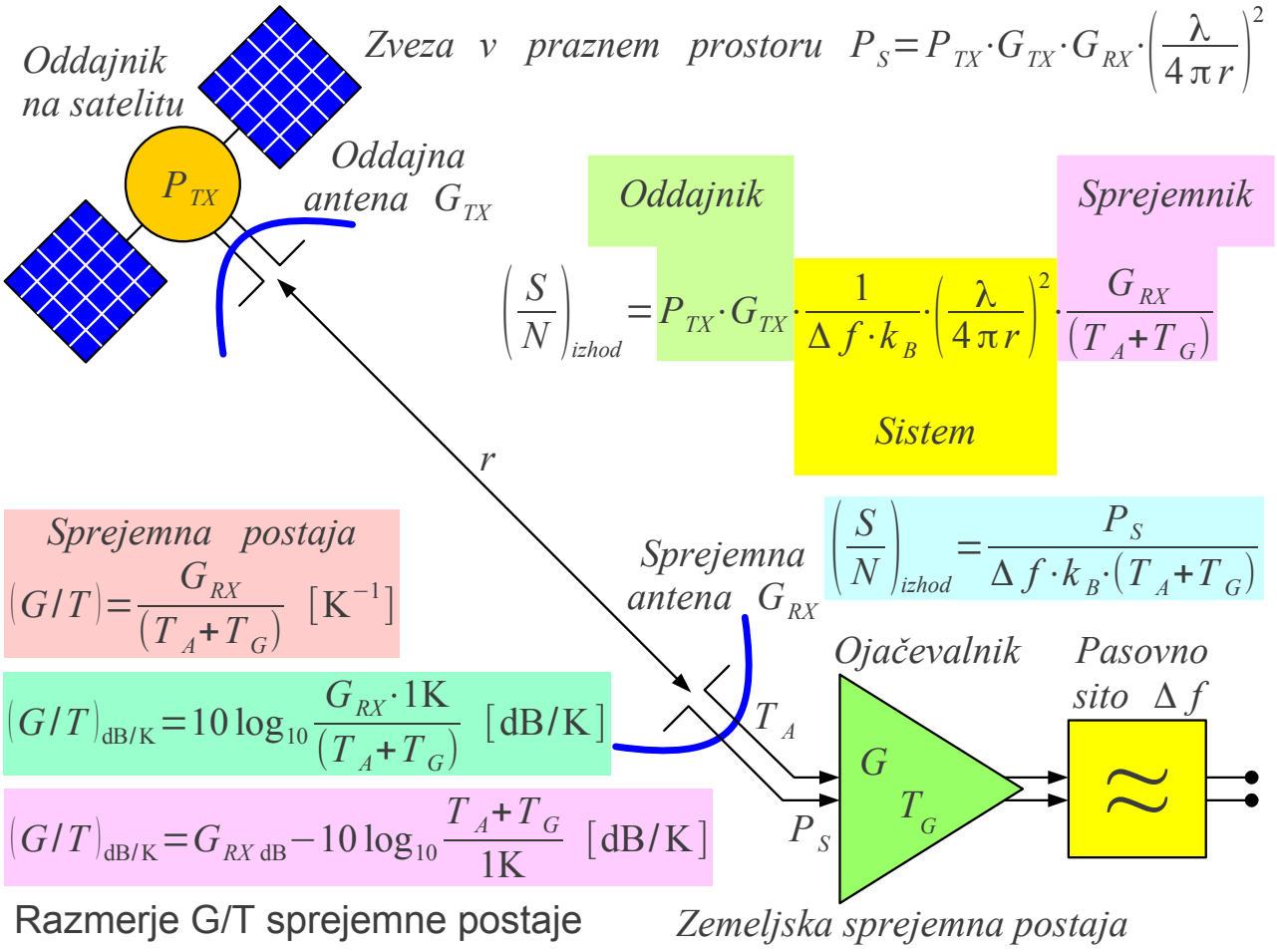


Spremembi F in S/N pri satelitski TV *Zemeljska sprejemna postaja*

Račun izgleda precej drugače, če šumna števila preračunamo v šumne temperature. Stari sprejemnik dodaja šumno temperaturi $T_{G1} = 75\mathrm{K}$, novi sprejemnik pa šumno temperaturo $T_{G2} = 35\mathrm{K}$. Šumno temperaturo kakovostne satelitske antene z izmaknjenim žarilcem ocenimo $T_A \approx 20\mathrm{K}$. Razmerje skupnih šumnih temperatur $(T_A + T_{G1})/(T_A + T_{G2})$ daje

izboljšanje razmerja signal šum za kar $\Delta(S/N)_{\mathrm{dB}}=2.37\mathrm{dB}$! V primeru satelitskega sprejema sprememba šumnega števila ΔF_{dB} v logaritemskih enotah torej sploh ni merilo za spremembo razmerja signal/šum $\Delta(S/N)_{\mathrm{dB}}$.

Razmerje signal/šum v satelitski zvezi določajo oprema na krovu satelita: oddajnik P_{TX} in oddajna antena G_{TX} , podatki sistema: pasovna širina Δf , valovna dolžina λ in domet r ter oprema zemeljske sprejemne postaje: antena G_{RX} s temperaturo T_A in sprejemnik T_G :



Povsem jasno za satelitski sprejem ne uporabljamo anten s slabim sevalnim izkoristkom, kot so mikrotrakaste krpice ali spirale z $\eta\approx 50\,\%$, ki odžira dobitek G_{RX} in še dosti bolj zvišuje šumno temperaturo T_A . Občutljivost satelitskega sprejemnika sicer natančno opišemo z enim samim parametrom, razmerjem $G/T=G_{RX}/(T_A+T_G)$.

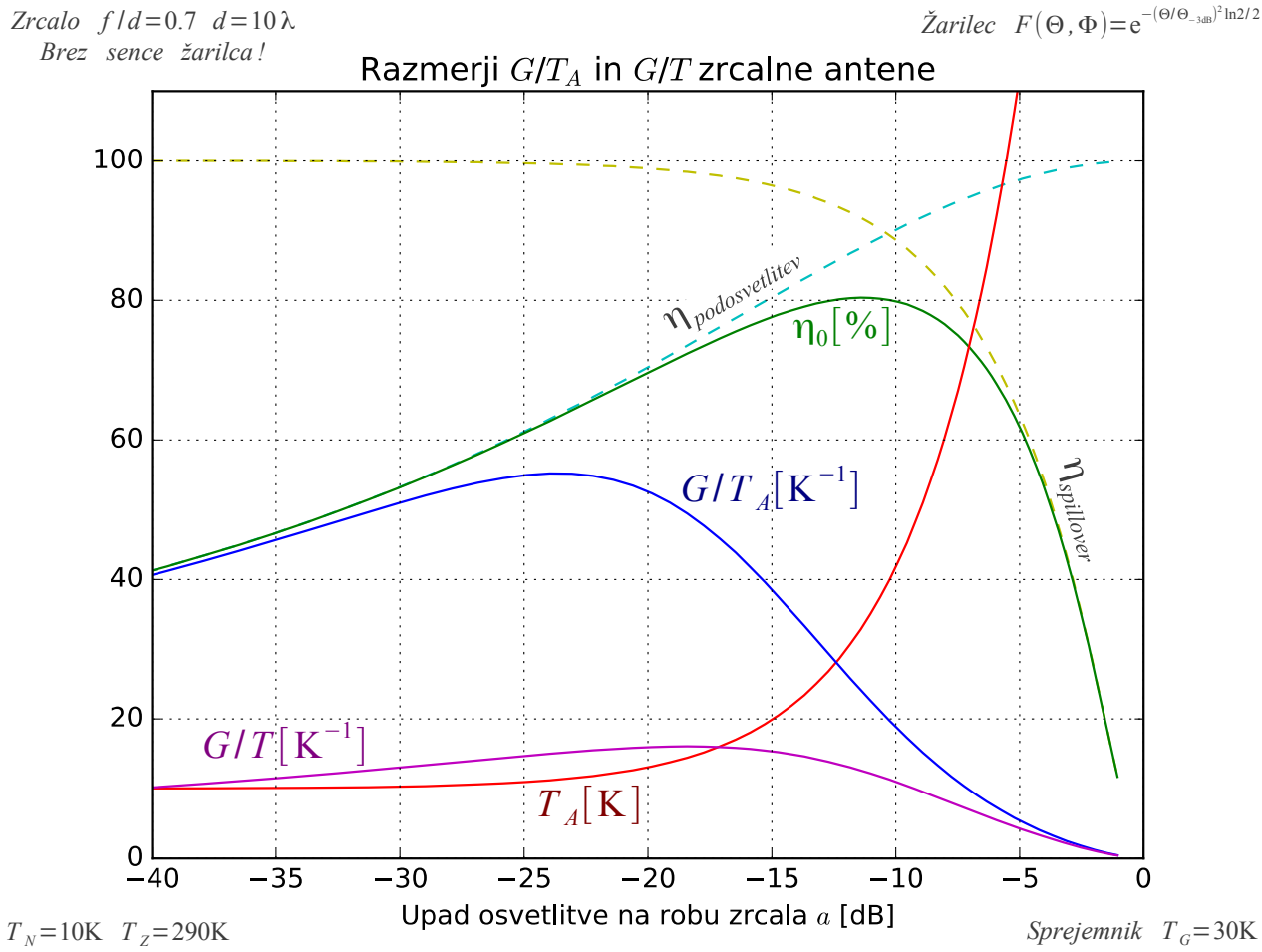
Za sprejem šibkih signalov iz vesolja pogosto uporabljamo zbiralna zrcala. Osvetlitev zrcal za zemeljske zveze običajno načrtujemo za največji izkoristek osvetlitve η_0 , kar daje največjo smernost D oziroma največji dobitek G . Zrcala satelitskih anten namenoma nekoliko podosvetlimo za

največji G/T, saj je izguba dobitka G_{RX} manjša od znižanja šumne temperature T_A.

Kot zgled si oglejmo učinek osvetlitve zrcala z žarilcem z brezhibnim, rotacijsko-simetričnim smernim diagramom oblike Gaussove oblike $F(\Theta,\Phi)=e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2 \ln 2/2}$, kjer se širina snopa nastavlja s kotom Θ_{-3dB}. Izkoristek osvetlitve zrcala določata izkoristek podosvetlitve in izkoristek sevanja preko roba:

$$\eta_{podosvetlitev}=\frac{\left|\iint_A E_0\,dA\right|^2}{A\iint_A |E_0|^2\,dA} \quad \text{in} \quad \eta_{spillover}=\frac{\iint_{\Omega_{zrcalo}} |F(\Theta)|^2\,d\Omega}{\oiint_{4\pi} |F(\Theta)|^2\,d\Omega}$$

Največji izkoristek osvetlitve zrcala $\eta_0=\eta_{podosvetlitev}\cdot\eta_{spillover}\approx 80\,\%$, največjo smernost D oziroma največji dobitek G daje upad osvetlitve E_0 na robu zrcala za približno $a\approx -11.4\text{dB}$ glede na središče zrcala. Slednja vrednost je kompromis med podosvetlitvijo zrcala in sevanjem preko roba (spillover):



Šumna temperatura antene, usmerjene v nebo, bi lahko dosegla temperaturo neba $T_N \approx 10\mathrm{K}$. Sevanje žarilca preko roba zrcala sprejema znatno močnejši šum tal v bližnji okolici antene $T_Z \approx 290\mathrm{K}$. Dodatni toplotni šum, ki ga žarilec sprejema od tal preko roba zrcala, znatno kazi razmerje G/T sprejemne postaje. Za zrcalno anteno, usmerjeno v zenit, lahko privzamemo:

$$T_A \approx \eta_{spillover} \cdot T_N + (1 - \eta_{spillover}) \cdot T_Z$$

Če sence žarilca ni oziroma smemo njen učinek zanemariti $\eta_{senca} = 1$, antena z zrcalom premera $d = 10\lambda$ in opisanim žarilcem doseže najvišje razmerje $G/T_A \approx 55\mathrm{K}^{-1} \approx 17.4\mathrm{dB/K}$, ko osvetlitev na robu zrcala upade za približno $a \approx -24\mathrm{dB}$ glede na središče zrcala. Povsem jasno odličen rezultat G/T_A zahteva brezizguben žarilec in brezšumni sprejemnik, česar v praksi ne znamo narediti.

Sprejemnik s sodobnimi polprevodniki na sobni temperaturi doseže šumno temperaturo $T_G \approx 30\mathrm{K}$. Sprejemna postaja z opisanima anteno in sprejemnikom doseže najvišje razmerje $G/T \approx 16.1\mathrm{K}^{-1} \approx 12.1\mathrm{dB/K}$, ko osvetlitev na robu zrcala upade za približno $a \approx -18.4\mathrm{dB}$ glede na središče zrcala. Dodatni šum sprejemnika torej zahteva manj podosvetljeno zrcalo za najboljše razmerje G/T .

* * * * *

14. Uklon valovanja

Dimni signali Indijancev so vsekakor zvrst brezvrvične zveze, ki uporablja elektromagnetno valovanje. Majhno zmogljivost zveze z dimnimi signali se da izboljšati z uporabo učinkovitejših, brezdimnih svetlobnih oddajnikov in sprejemnikov. Žal niti slednji ne morejo premagati ovir $h \gg \lambda$, ki so dosti večje od valovne dolžine svetlobe. Omejitev ni v tehnični izvedbi oddajnikov in sprejemnikov, pač pa v izredno majhni valovni dolžini vidne in bližnje infrardeče svetlobe $\lambda \approx 1\,\mu\mathrm{m}$.

Rešitev je v uporabi večjih valovnih dolžin. Preprost primer z zvokom kot valovanjem: za oviro (zgradbo) slišimo predvsem nizke tone bučne glasbe. Opisani fizikalni pojav imenujemo uklon valovanja (angleško: wave diffraction). Uklon zvočnega valovanja na oviri manj slabi večje valovne dolžine. Uklonski pojavi za vzdolžna valovanja se kaj dosti ne razlikujejo od uklonskih pojavov za prečna valovanja.

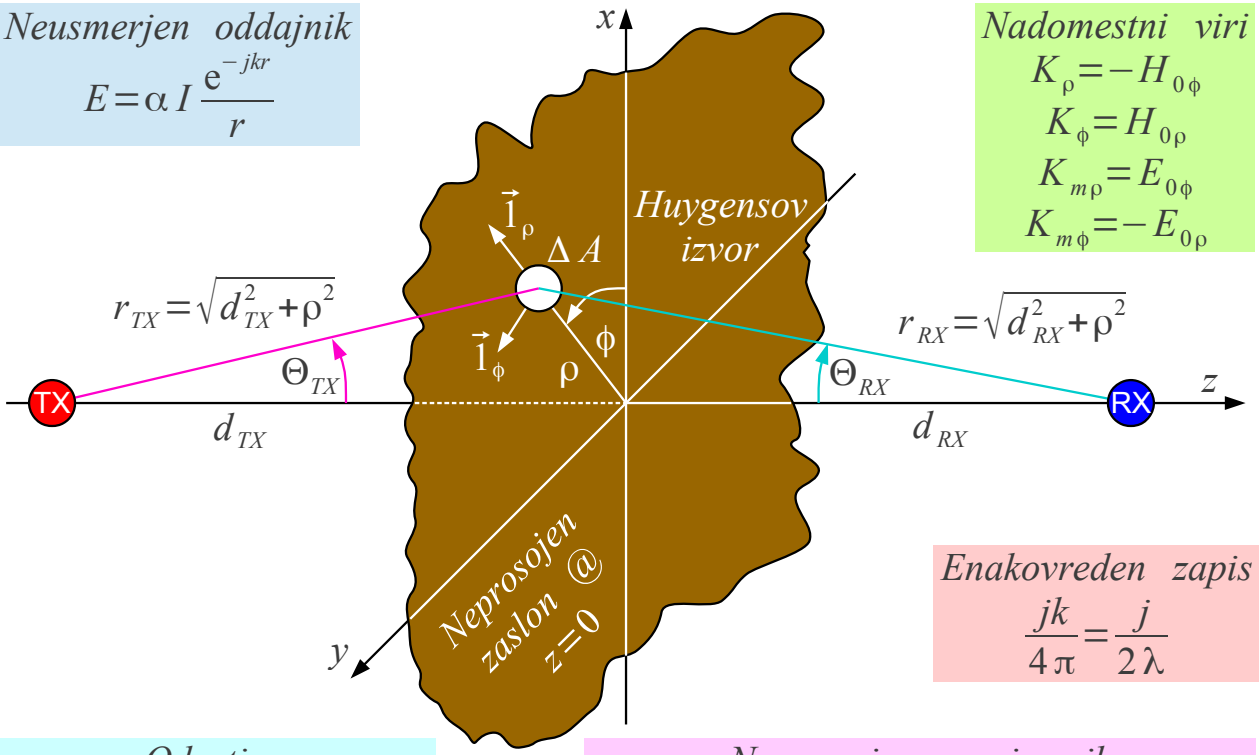
Uklon vidne svetlobe je vsepovsod prisoten pojav, ki ga ne opazimo, ker ga naši možgani namenoma izločijo. Opisano lastnost obdelave slik v naših možganih spretno izkoriščajo algoritmi za izgubno kompresijo slik JPEG in podobni. Slednji količino podatkov v sliki skrčijo na tak način, da so odstopanja od izvirnika podobna uklonskim pojavom, torej slabo vidna. JPEG kompresija je silno učinkovita na sliki, ki je že doživela uklonske pojave, na primer pri potovanju skozi objektiv fotoaparata. Obratno JPEG kompresija ustvari celo vrsto "uklonskih" artefaktov na računalniški risbi!

Uklonski pojavi svetlobe žal ne morejo premagati številnih ovir običajnih oblik in izmer v brezvrvični zvezi. Radio uporablja elektromagnetno valovanje, ki ima za približno šest velikostnih razredov večjo valovno dolžino od vidne svetlobe. S pomočjo uklonskih pojavov lahko radio premaga bistveno večje ovire od svetlobe.

Uklonske pojave lahko obravnavamo tako, da na zveznico v osi z med oddajnikom in sprejemnikom postavimo prečno oviro v ravnini xy. Uklon na oviri skušamo izračunati kot vsoto sevanja Huygensovih izvorov. Huygensov izvor predstavlja majhna odprtina $\Delta A \ll \lambda^2$ v neskončno velikem neprosojnem zaslonu v ravnini xy :

Neusmerjen oddajnik

$$E=\alpha I\frac{e^{-jkr}}{r}$$



Nadomestni viri

$$K_\rho=-H_{0\phi}$$
$$K_\phi=H_{0\rho}$$
$$K_{m\rho}=E_{0\phi}$$
$$K_{m\phi}=-E_{0\rho}$$

Enakovreden zapis

$$\frac{jk}{4\pi}=\frac{j}{2\lambda}$$

Odprtina

$$E_{0\rho}=\alpha I_\rho\frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}}\cos\Theta_{TX}$$
$$E_{0\phi}=\alpha I_\phi\frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}}$$
$$H_{0\rho}=-\frac{\alpha}{Z_0}I_\phi\frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}}\cos\Theta_{TX}$$
$$H_{0\phi}=\frac{\alpha}{Z_0}I_\rho\frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}}$$

Neusmerjen sprejemnik

$$E_\rho=\frac{jk}{4\pi}\left(-K_\rho Z_0\cos\Theta_{RX}-K_{m\phi}\right)\Delta A\frac{e^{-jkr_{RX}}}{r_{RX}}$$
$$E_\phi=\frac{jk}{4\pi}\left(-K_\phi Z_0+K_{m\rho}\cos\Theta_{RX}\right)\Delta A\frac{e^{-jkr_{RX}}}{r_{RX}}$$

Rezultat je neodvisen od polarizacije:

$$E=\frac{jk}{4\pi}\alpha I\Delta A\frac{e^{-jkr_{TX}}}{r_{TX}}\frac{e^{-jkr_{RX}}}{r_{RX}}\left(\cos\Theta_{TX}+\cos\Theta_{RX}\right)$$

Uklon valovanja na Huygensovemu izvoru

Opisanega Huygensovega izvora ne vzbuja ravninski val, pač pa krogelni val neusmerjenega oddajnika na končni razdalji r_{TX}. Valovanje ne vpada na ravnino xy pod pravim kotom, pač pa pod kotom $\Theta_{TX}\neq 0$. Tangencialni komponenti sevanja neusmerjenega vira $E_{0\phi}$ oziroma $H_{0\phi}$ (glede na polarizacijo vira) ležita v ravnini xy.

Nanje pravokotni komponenti sevanja neusmerjenega vira ne ležita v ravnini xy. Prečni radialni komponenti $E_{0\rho}$ oziroma $H_{0\rho}$ (glede na polarizacijo vira) zato vsebujeta faktor projekcije $\cos\Theta_{TX}$. Pripadajoči vzdolžni komponenti E_{0z} oziroma H_{0z} s faktorjem projekcije $\sin\Theta_{TX}$ sta v opisani nalogi nepomembni, saj kot nadomestne vire zahtevata električne σ oziroma magnetne σ_m ploskovne naboje, ki ne sevajo.

Sevanje Huygensovega izvora opisujejo nadomestni tokovi. Tangencialni komponenti vzbujanja $E_{0\phi}$ oziroma $H_{0\phi}$ nadomeščata radialni komponenti magnetnega $K_{m\rho}$ oziroma električnega K_{ρ} ploskovnega toka. Radialni komponenti vzbujanja $E_{0\rho}$ oziroma $H_{0\rho}$ nadomeščata tangencialni komponenti magnetnega $K_{m\phi}$ oziroma električnega K_{ϕ} ploskovnega toka.

Sevanje tangencialnih komponent magnetnega $K_{m\phi}$ oziroma električnega K_{ϕ} ploskovnega toka zadene neusmerjen sprejemnik na osi z z maksimumom smernega diagrama pripadajočih tokovnih elementov. Pri sevanju radialnih komponent magnetnega $K_{m\rho}$ oziroma električnega K_{ρ} ploskovnega toka je treba upoštevati smerni diagram tokovnega elementa v radialni smeri $\sin\Theta_{\rho}$, ki v opisani nalogi ustreza $\cos\Theta_{RX}$.

Sevanje Huygensovega izvora je vsota sevanja nadomestnih električnih $\vec{K}$ in magnetnih $\vec{K}_m$ ploskovnih tokov. Sevanje Huygensovega izvora je v opisani nalogi sorazmerno vsoti obeh projekcij $\cos\Theta_{TX}+\cos\Theta_{RX}$. Huygensov izvor sicer ohranja polarizacijo valovanja, v vseh ostalih pogledih pa je sevanje Huygensovega izvora od polarizacije neodvisno.

Opisani rezultat je povsem skladen s predhodno izpeljavo za vzbujanje z ravninskim valom. Ravninski val proizvaja neusmerjen oddajnik na zelo veliki razdalji $r_{TX}\to\infty$, kar pomeni $\cos\Theta_{TX}\to 1$. Zapis $\Theta_{RX}=\Theta$ daje potem znan rezultat $F(\Theta,\Phi)=1+\cos\Theta$ za smerni diagram Huygensovega izvora.

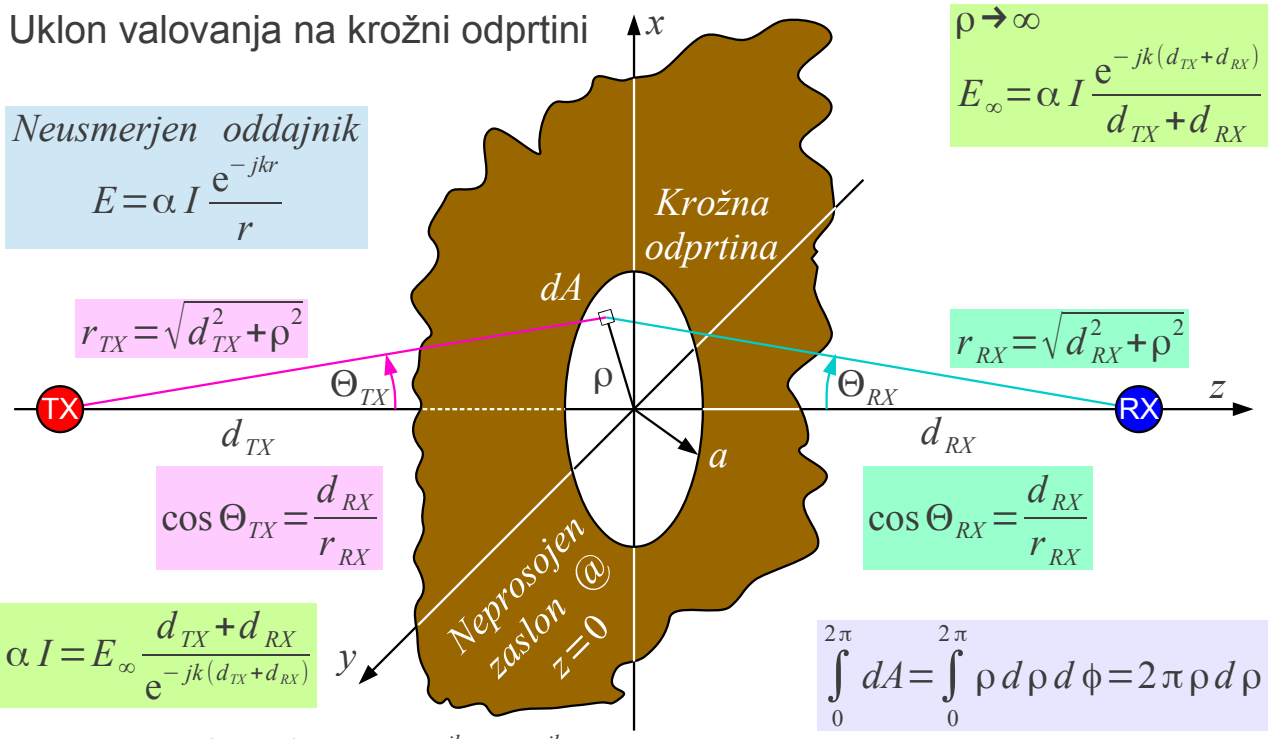
Uklon valovanja na poljubni oviri izračunamo tako, da seštejemo sevanje preostalih, nezasenčenih Huygensovih izvorov v ravnini xy. Za vrednotenje uklonskih pojavov je smiselno izraziti končni rezultat kot razmerje E/E_{∞} do neoviranega sevanja enakega neusmerjenega oddajnika v popolnoma praznem prostoru na isti razdalji $r=d_{TX}+d_{RX}$:

$$E_{\infty}=\alpha I\frac{\mathrm{e}^{-jkr}}{r}=\alpha I\frac{\mathrm{e}^{-jk(d_{TX}+d_{RX})}}{d_{TX}+d_{RX}}$$

Pri izračunu uklona ne smemo privzeti preproste skalarne vsote električnega polja na mestu sprejemnika, saj valovanje prihaja od Huygensovih izvorov v ravnini xy iz zelo različnih smeri. Samo v primeru popolnoma neusmerjene sprejemne antene je vsota kazalcev napetosti na

priključku antene $\Sigma U_i = \alpha' \Sigma E_i$ sorazmerna skalarni vsoti kazalcev električnega polja, ki ga sevajo Huygensovi izvori in pri tem ohranjajo polarizacijo. Skalarni integral $E = \int dE$ je torej nujno vzeti z razumevanjem, saj je smiseln le v primeru seštevanja sevanja Huygensovih izvorov v neusmerjenem sprejemniku!

Prva naloga je ugotoviti, koliko prostora sploh potrebuje radijsko ali drugačno valovanje na poti od oddajnika do sprejemnika. Oddajnik lahko sicer seva v vse smeri, vendar sprejemnik dobi le majhen del oddane moči valovanja. Kolikšen naj bo polmer $a = ?$ krožne odprtine na zveznici oddajnik-sprejemnik (os z) v velikem neprosojnem zaslonu v ravnini xy , da radijska zveza ne bo motena glede na prazen prostor?



Pri krožni odprtini je Huygensove izvore najlažje integrirati v polarnih koordinatah (ρ, ϕ) v ravnini xy . Integracija po kotu ϕ je preprosta, saj je naloga rotacijsko simetrična okoli osi z . Amplituda in faza prispevkov posameznih Huygensovih izvorov sta oba odvisna od oddaljenosti ρ od koordinatnega izhodišča.

Pri majhnih krožnih odprtinah $a \ll d_{TX}, d_{RX}$ so relativne spremembe

amplitude posameznih prispevkov Huygensovih izvorov $1/r_{TX}$, $1/r_{RX}$, $\cos\Theta_{TX}$ in $\cos\Theta_{RX}$ zelo majhne. Spremembe faze $e^{-jk(r_{TX}+r_{RX})}$ sicer niso zanemarljive. Pri majhnih odprtinah lahko uporabimo približek prvega reda za fazo:

Približek uklona krožni odprtini

$$a \ll d_{TX}, d_{RX} \;\rightarrow\; E \approx E_\infty jk \frac{d_{TX}+d_{RX}}{2 d_{TX} d_{RX}} \int_0^{a^2} e^{-jk\frac{d_{TX}+d_{RX}}{2 d_{RX} d_{TX}}\rho^2} d\rho^2$$

$$\cos\Theta_{TX} \approx 1 \approx \cos\Theta_{RX}$$

$$\frac{1}{r_{TX} r_{RX}} \approx \frac{1}{d_{RX} d_{TX}}$$

$$e^{-jkr_{TX}} \approx e^{-jkd_{TX}} e^{\frac{-jk\rho^2}{2 d_{TX}}}$$

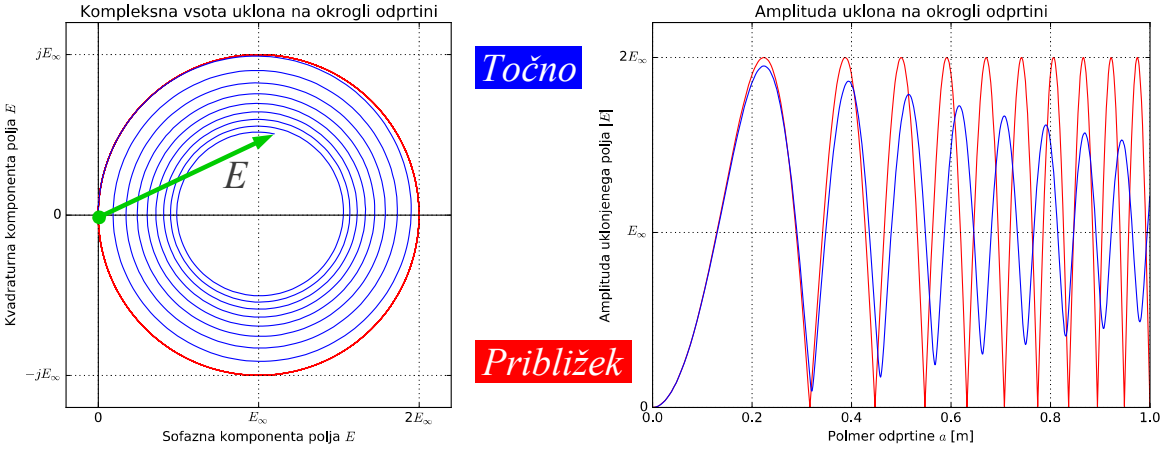
$$e^{-jkr_{RX}} \approx e^{-jkd_{RX}} e^{\frac{-jk\rho^2}{2 d_{RX}}}$$

Neposredni žarek *Uklon na robu odprtine*

$$E \approx E_\infty \left[1 - e^{-jk\frac{d_{TX}+d_{RX}}{2 d_{RX} d_{TX}}a^2}\right]$$

Zgled $\lambda = 10\text{cm}$
$d_{TX} = 1\text{m}$ $d_{RX} = 1\text{m}$

$$|E| \approx 2\left|E_\infty \sin\left(k\frac{d_{TX}+d_{RX}}{4 d_{TX} d_{RX}}a^2\right)\right|$$



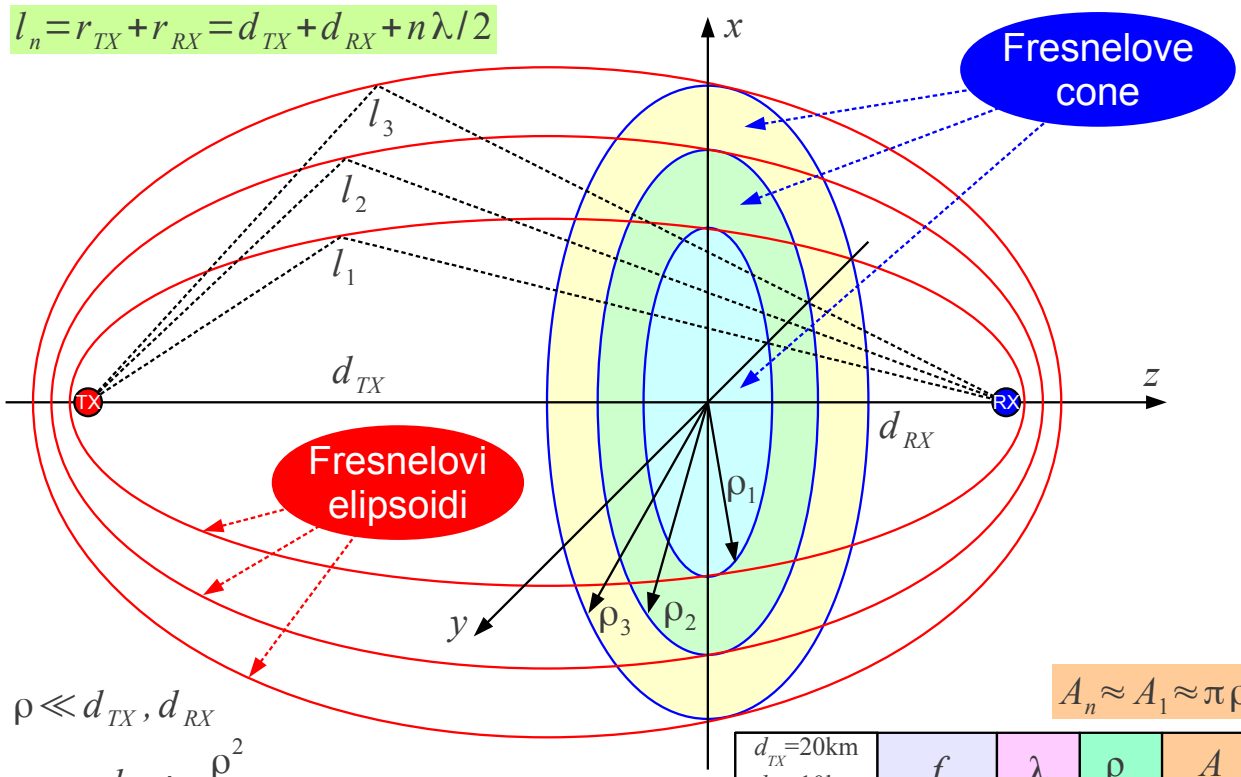
Rezultat integracije je na prvi pogled presenetljiv. Učinek sprememb faze je zelo velik, ampak pri večanju polmera odprtine a se amplituda približka $|E|$ ne približuje $|E_\infty|$, pač pa niha med nič in dvakratno amplitudo $2|E_\infty|$! Konica približka kazalca E sicer večno kroži okoli E_∞ po krožnici.

Točna integracija brez približkov nima analitske rešitve, njen številski izračun pa pokaže, da kazalec polja E kroži po spirali in se prav počasi približuje končni vrednosti E_∞ . Številski zgled na sliki $d_{TX} = d_{RX} = 1\text{m}$ in $\lambda = 10\text{cm}$ je izbran tako, da je spirala dobro vidna. V resničnem praktičnem primeru $\lambda \ll d_{TX}, d_{RX}$ se polmer spirale manjša zelo počasi, da je razlika med točno integracijo in približkom težko opazna!

Oba približek in točna integracija dajeta podobno fizikalno razlago. Skupno polje E na mestu sprejema je kazalčna vsota (interferenca) dveh

žarkov. Neposredni žarek gre po najkrajši poti po zveznici $d_{TX}+d_{RX}$ od oddajnika do sprejemnika. Uklon prepotuje razdaljo $r_{TX}+r_{RX}$ od oddajnika do roba odprtine in od tam do sprejemnika. Točna številska integracija dodatno upošteva zniževanje amplitude uklona s podaljševanjem poti ter potek faze brez približkov.

Poskusi v laboratoriju potrjujejo opisano matematično izpeljavo uklona na krožni odprtini tako za radijske valove kot za svetlobo. Poskusi v laboratoriju pokažejo, da večinoma povsem zadošča približek brez sprememb amplitude in s poenostavljeno fazo. Fazo določa dolžina poti žarka valovanja od oddajnika do sprejemnika. Točke v prostoru, ki imajo enako vsoto poti od oddajnika do sprejemnika $l=r_{TX}+r_{RX}=konst.$, sestavljajo ploskev rotacijski elipsoid z gorišči v oddajniku in v sprejemniku:



$$\rho \ll d_{TX}, d_{RX}$$

$$r_{TX} \approx d_{TX} + \frac{\rho^2}{2 d_{TX}}$$

$$r_{RX} \approx d_{RX} + \frac{\rho^2}{2 d_{RX}}$$

$$\rho_n \approx \sqrt{n\lambda \frac{d_{TX} d_{RX}}{d_{TX}+d_{RX}}}$$

$$A_n \approx A_1 \approx \pi \rho_1^2$$

d_{TX}=20km d_{RX}=10km	f	λ	ρ_1	A_1
Radio	100MHz	3m	141m	62831m^2
Mikrovalovi	10GHz	3cm	14.1m	628m^2
Svetloba	600THz	0.5μm	5.8cm	0.0105m^2

Maksimumi uklona na krožni odprtini ustrezajo lihim mnogokratnikom, minimumi uklona pa sodim mnogokratnikom polovice valovne dolžine podaljšanja poti $\Delta l=(r_{TX}+r_{RX})-(d_{TX}+d_{RX})=n\lambda/2$ do roba odprtine. Pripadajoče ploskve imenujemo Fresnelovi elipsoidi reda n. Preseke Fresnelovih elipsoidov s poljubno ravnino imenujemo Fresnelove cone reda n.

Pri preseku elipsoidov s pravokotno ravnino xy ima prva Fresnelova cona obliko kroga. Vse ostale Fresnelove cone reda n so kolobarji med elipsoidoma reda $n-1$ in n . Vse Fresnelove cone imajo enako površino $A_N = A_1 = \pi \rho_1^2$.

Najuporabnejša veličina za opis uklonskih pojavov je polmer prve krožne Fresnelove cone $\rho_1 = \sqrt{\lambda\, d_{TX}\, d_{RX} / (d_{TX} + d_{RX})}$. Slednji ustreza najmanjšemu polmeru odprtine v neprosojnem zaslonu, ki daje dvakratno polje $E \approx 2\, E_\infty$. S polmerom prve Fresnelove cone se približek uklona na krožni odprtini poenostavi v:

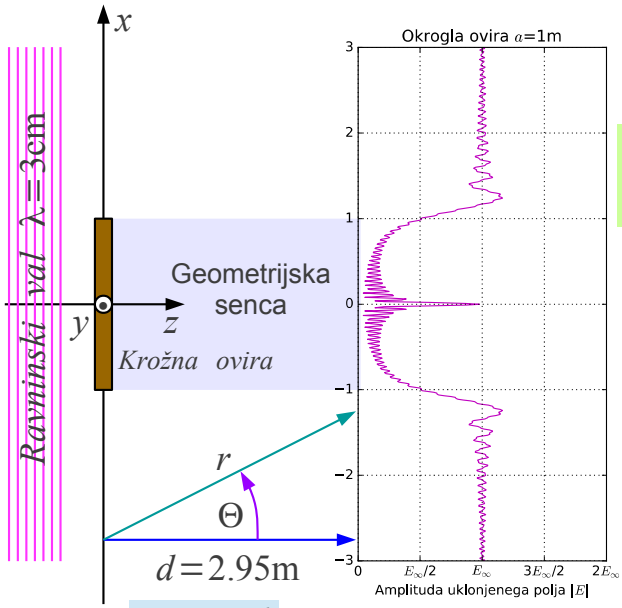
$$E \approx E_\infty \left[1 - \mathrm{e}^{-j\pi \left(\frac{a}{\rho_1} \right)^2} \right] \quad \text{oziroma} \quad |E| \approx 2 \left| E_\infty \sin \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{a}{\rho_1} \right)^2 \right] \right|$$

Polmer prve Fresnelove cone ρ_1 je za metrske valove $\lambda \approx 3\mathrm{m}$ (UKV FM radio) istega velikostnega razreda kot manjši hrib. Za centimetrske valove $\lambda \approx 3\mathrm{cm}$ (mikrovalovna usmerjena zveza) je polmer prve Fresnelove cone v velikostnem razredu stanovanjske zgradbe. Celo vidna svetloba z valovno dolžino $\lambda \approx 0.5\,\mu\mathrm{m}$ zahteva odprtino premera v velikostnem razredu decimetra na enaki oddaljenosti oddajnika in sprejemnika od neprosojnega zaslona.

Leta 1818 je gradbeni inženir Augustin-Jean Fresnel predstavil svojo teorijo svetlobe na razpis francoske akademije znanosti. Slavni matematik Poisson je skušal Fresnelovo teorijo ovreči. Če Fresnelovi integrali držijo, bi morali sredi sence krožne ovire opaziti svetlo piko, kar je Poisson smatral za nesmisel.

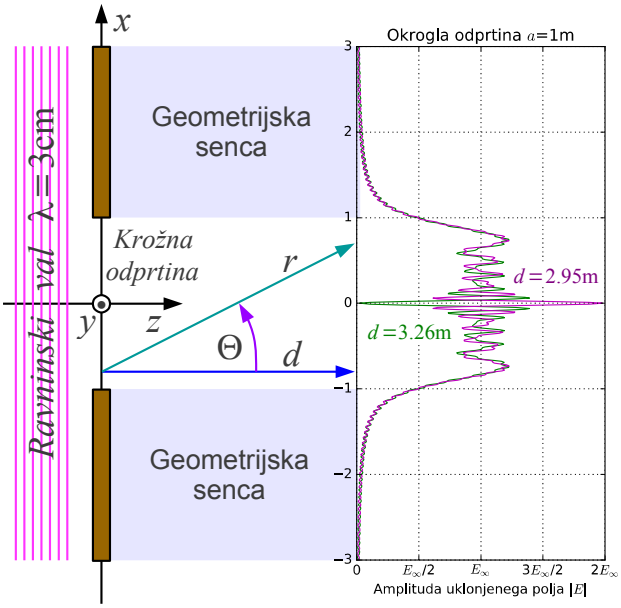
Predsednik komisije Dominique-François-Jean Arago je predlagal in izvedel poskus. Sredi sence kovinskega diska premera $2a = 2\mathrm{mm}$ je Arago opazil svetlo piko! Arago je celo uspel najti stare zapise J. N. Delisle in G. F. Maraldi, ki sta opazila uklonske kolobarje in svetlo piko sredi krožne sence že stoletje prej.

Krožna neprosojna ovira je komplementarni zgled krožne odprtine v neprosojnem zaslonu. Aragovo piko lahko opazimo v obeh primerih. Za krožno neprozorno oviro vedno opazimo Aragovo piko, ki je enako svetla kot nezasenčen del sprejemnika. Za krožno odprtino se v Aragovi točki polje lahko podvoji $E = 2\, E_\infty$ ali pa povsem izgine $E = 0$ glede na medsebojno fazo prispevkov, torej oddaljenostjo ravnine sprejemnika od odprtine:



$$r=\sqrt{(\rho\cos\phi-x)^2+(\rho\sin\phi)^2+d^2}$$

$$E_{odprtina}=E_\infty\frac{jk\,e^{jkd}}{4\pi}\int_0^a\int_0^{2\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\left(1+\frac{d}{r}\right)\rho\,d\,\rho\,d\,\phi$$



$$\cos\Theta=\frac{d}{r}$$

$$E_{ovira}=E_\infty-E_{odprtina}$$

$$E_{ovira}=E_\infty\frac{jk\,e^{jkd}}{4\pi}\int_a^\infty\int_0^{2\pi}\frac{e^{-jkr}}{r}\left(1+\frac{d}{r}\right)\rho\,d\,\rho\,d\,\phi$$

Aragova pika

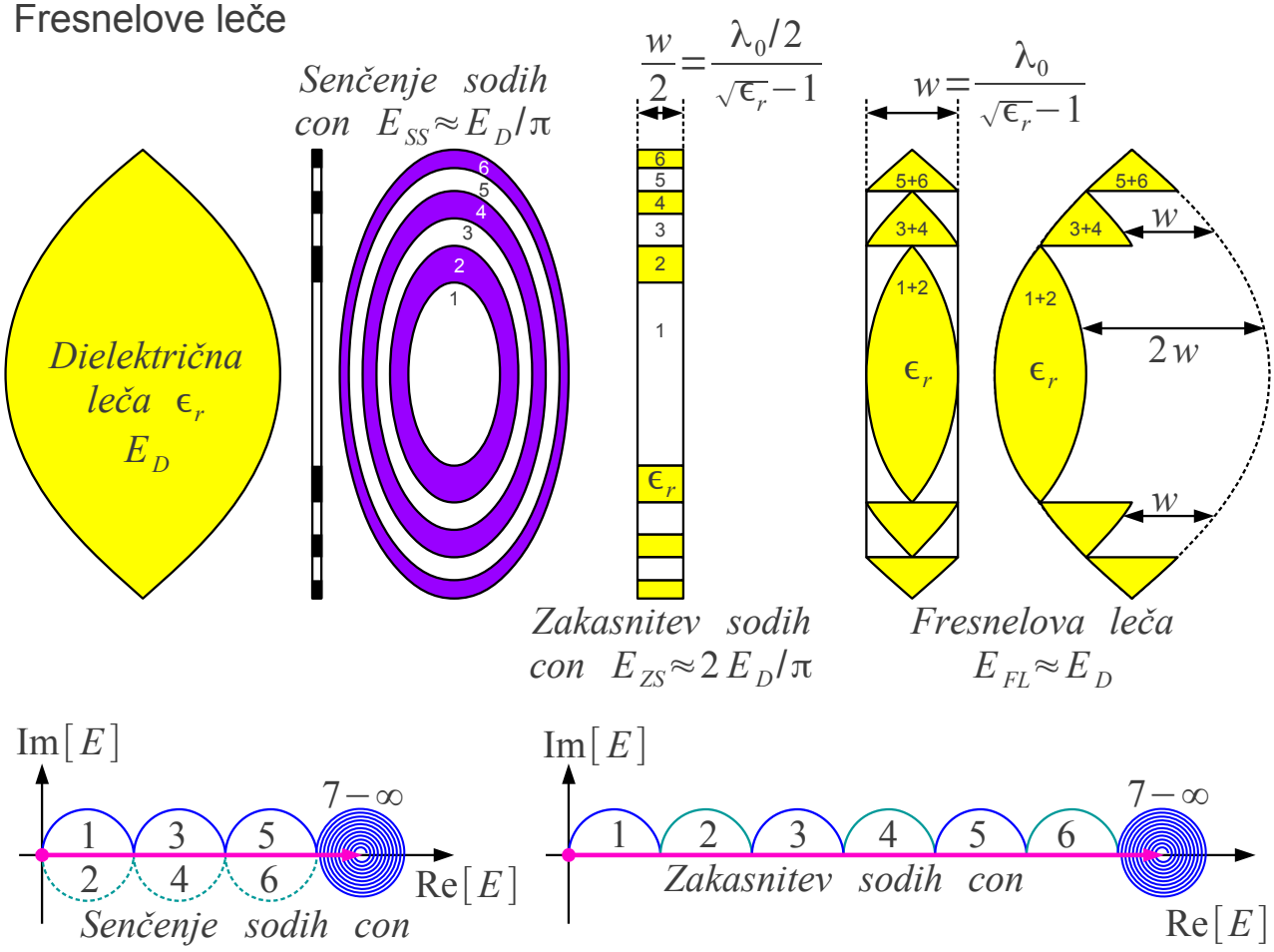
Številsko računanje integralov oziroma laboratorijski poskus poenostavimo tako, da oviro osvetlimo z ravninskim valom, ki ga daje oddajnik na zelo veliki razdalji $d_{TX}\to\infty$. Ravnino sprejemnika postavimo na razdalji $d=d_{RX}$ za oviro. Izračun polmerov Fresnelovih con se v tem primeru poenostavi v $\rho_n\approx\sqrt{n\lambda d}$.

Aragova pika je najmočnejši uklonski pojav, ki ga opazimo samo na osi krožne ovire oziroma krožne odprtine. Povsod drugod so uklonski pojavi najmanj za velikostni razred manjši. Povsod drugod pojave v grobem opisuje geometrijska optika z nekaj malega uklonskega kravžljanja, kot bi neumni heker pretvoril lepo vektorsko računalniško risbo v JPEG.

Pojav Aragove pike v praksi ni nepomemben. Aktivni NdYAG kristali za močnostne laserje se brusijo v obliko valja. Laserska zrcala se zato zažgejo natančno na sredini, kjer v osi krožne odprtine Aragova pika podvoji polje $E\approx 2E_0$, torej je tam gostota moči štirikratna $S\approx 4S_0$! Rotacijsko-simetrično parabolično zrcalo se obnaša kot krožna ovira za žarilec, če zrcalno anteno gledamo od zadaj. Aragova pika povzroči močen vzvratni snop sevanja takšne antene.

Pojav Aragove pike hitro slabi, če oblika ovire oziroma odprtine odstopa od točnega kroga. Vzvratni snop antene z rotacijsko-simetričnim paraboličnim

zrcalom zadušimo tako, da rob zrcala nazobčamo. Obratno se da pojav Aragove pike dodatno ojačati z dodatnimi kolobarjastimi ovirami. Na primer, zbiralno lečo lahko izdelamo s senčenem sodih Fresnelovih con:



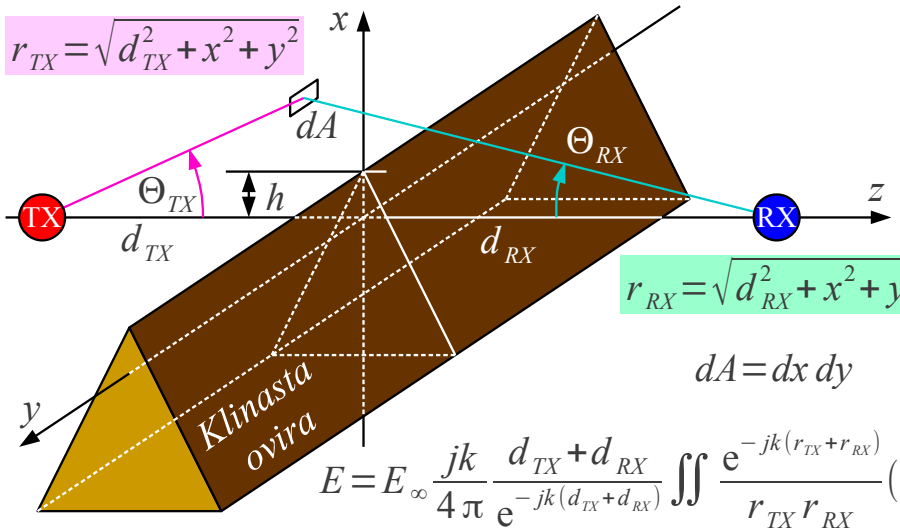
Leča s senčenjem prvih treh sodih con 2, 4 in 6 daje sedemkratno polje $E=7E_\infty$ glede na neoviran prostor. Žal leča s senčenjem sodih con ni učinkovita v primerjavi s pravo dielektrično lečo. Leča s senčenjem izgubi polovico polja. Seštevanje kazalcev preostalih prispevkov gre po polkrožnih lokih namesto sofazno, kar pomeni dodatno izgubo polja za faktor $2/\pi$. Skupno daje leča s senčenjem sodih con $E_{SS}=E_D/\pi$ za faktor $a=20\log_{10}(1/\pi)=-9.94\text{dB}\approx-10\text{dB}$ šibkejše polje od dielektrične leče.

Bolj učinkovita je leča z zakasnitvijo sodih con, kjer se nič polja ne zavrže. Zakasnitev prvih treh sodih con 2, 4 in 6 daje trinajstkratno polje $E=13E_\infty$ glede na neoviran prostor. Pač pa gre seštevanje kazalcev po polkrožnem loku namesto sofazno. Skupno daje leča z zakasnitvijo sodih con $E_{ZS}=2E_D/\pi$ za faktor $a=20\log_{10}(2/\pi)=-3.92\text{dB}\approx-4\text{dB}$ šibkejše polje od dielektrične leče.

Končno lahko pravo Fresnelovo lečo izdelamo tako, da odstranimo

dielektrik, ki vnaša fazni zasuk celoštevilskega mnogokratnika period signala. Prava Fresnelova leča daje enako polje $E_{FL}=E_D$ kot dielektrična leča ob znatnem prihranku materiala.

Naravne ovire običajno niso krožne oblike. Najpogostejša ovira v radijski zvezi je prečni gorski greben, ki sega za višino h nad zveznico oddajnik-sprejemnik. Uklonjeno polje izračunamo tako, da seštejemo sevanje Huygensovih izvorov na nezasenčenem delu ravnine xy. V primeru prečne klinaste ovire je smiselno integrirati v kartezičnih koordinatah (x, y) :



Prečna klinasta ovira

$$r_{TX}=\sqrt{d_{TX}^2+x^2+y^2}$$

$$r_{RX}=\sqrt{d_{RX}^2+x^2+y^2}$$

$$dA=dx\,dy$$

$$x, y \ll d_{TX}, d_{RX}$$

$$\cos\Theta_{TX}\approx 1\approx\cos\Theta_{RX}$$

$$\frac{1}{r_{TX}r_{RX}}\approx\frac{1}{d_{RX}d_{TX}}$$

$$r_i\approx d_i+\frac{x^2+y^2}{2d_i}$$

$$E=E_\infty\frac{jk}{4\pi}\frac{d_{TX}+d_{RX}}{e^{-jk(d_{TX}+d_{RX})}}\iint\frac{e^{-jk(r_{TX}+r_{RX})}}{r_{TX}r_{RX}}(\cos\Theta_{TX}+\cos\Theta_{RX})\,dx\,dy$$

$$e^{-jk(r_{TX}+r_{RX})}\approx e^{-jk(d_{TX}+d_{RX})}e^{-jk\frac{d_{TX}+d_{RX}}{2d_{TX}d_{RX}}(x^2+y^2)}\approx e^{-jk(d_{TX}+d_{RX})}e^{-j\pi\frac{x^2+y^2}{\rho_1^2}}$$

$$\frac{2\pi}{k}\frac{d_{TX}d_{RX}}{d_{TX}+d_{RX}}\approx\rho_1^2$$

$$E=E_\infty\frac{j}{\rho_1^2}\int_h^\infty e^{-j\pi\frac{x^2}{\rho_1^2}}dx\int_{-\infty}^{\infty}e^{-j\pi\frac{y^2}{\rho_1^2}}dy$$

$$u=\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1}x,\qquad v=\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1}y$$

$$E=E_\infty\frac{j}{\pi}\int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1}h}^\infty e^{-ju^2}du\int_{-\infty}^{\infty}e^{-jv^2}dv$$

$$\left[\int_{-\infty}^{\infty}e^{-jv^2}dv\right]^2=-j\pi\;\rightarrow\;\int_{-\infty}^{\infty}e^{-jv^2}dv=(1-j)\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$E=E_\infty\frac{1+j}{\sqrt{2\pi}}\int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1}h}^\infty e^{-ju^2}du$$

Ko ovira ni rotacijsko simetrična okoli zveznice oddajnik-sprejemnik, ne pride do fokusiranja valovanja v Aragovo točko. Seštevanje prispevkov Huygensovih izvorov zelo hitro konvergira proti končnemu rezultatu.

Relativne spremembe amplitude posameznih prispevkov Huygensovih izvorov $1/r_{TX}$, $1/r_{RX}$, $\cos\Theta_{TX}$ in $\cos\Theta_{RX}$ smemo v vseh praktičnih primerih zanemariti. Spremembe faze $e^{-jk(r_{TX}+r_{RX})}$ sicer niso zanemarljive, a hitro približevanje končnemu rezultatu dopušča uporabo približka prvega reda za fazo. Zapis enačb s polmerom prve Fresnelove cone ρ_1 silno poenostavi končni rezultat.

Končni rezultat vsebuje dva podobna integrala oblike $\int \mathrm{e}^{-ju^2}\,du$, ki se razlikujeta edino v mejah integracije. Opisani integral nima analitske rešitve za poljubno spodnjo oziroma gornjo mejo. Številska rešitev integrala je kazalčna vsota v obliki krivulje klotoide, imenovane tudi Eulerjeva ali Cornujeva spirala:

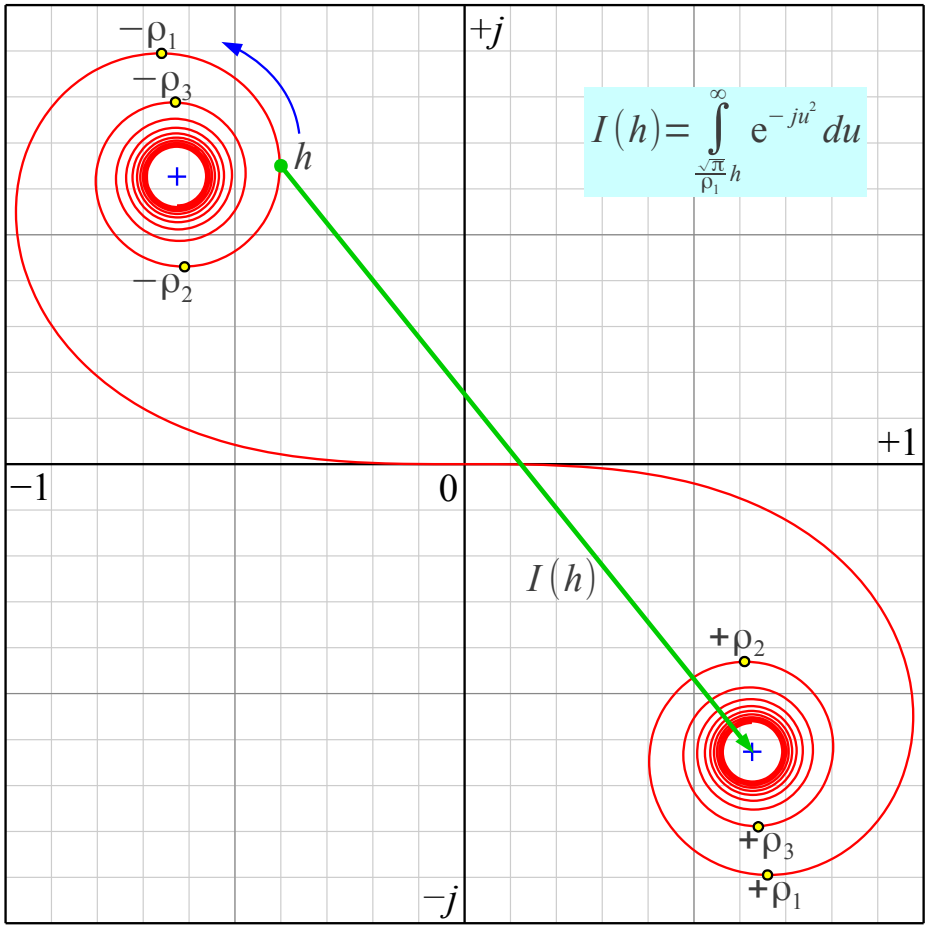
Eulerjeva ali Cornujeva spirala

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-ju^2}\,du = (1-j)\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

Fresnelova integrala

$$\int_0^x \mathrm{e}^{-jt^2}\,dt = \int_0^x \cos(t^2)\,dt - j\int_0^x \sin(t^2)\,dt$$

Klotoida



Integral $\int \mathrm{e}^{-ju^2}\,du$ je analitsko rešljiv pri neskončnih mejah od $-\infty$ do ∞, kjer njegov kvadrat daje neovirano polje E_∞. Pri eni ali obeh končnih mejah je vrednost integrala kazalec med pripadajočima točkama na klotoidi. Na klotoidi se orientiramo s pomočjo polmerov Fresnelovih con. Pri $h=\pm\rho_n$ so prispevki realni, torej je tam smer klotoide vodoravna.

Neskončno široka klinasta ovira v smeri osi y daje integracijo v neskončnih mejah od $-\infty$ do ∞. V smeri osi x gre integracija v mejah od vrha ovire h navzgor do ∞.

Ko je vrh ovire globoko pod zveznico oddajnik-sprejemnik $h<-\rho_1$, gre kazalec rezultata iz gornjega polža klotoide v središče spodnjega polža.

Vrednost integrala je tedaj velika in le malo niha okoli osrednje vrednosti. Uklonjeno polje $E \approx E_\infty$ se kaj dosti ne razlikuje od neoviranega polja.

Največja sprememba rezultata se zgodi v območju višine ovire $-\rho_1 < h < \rho_1$. Tu začetek kazalca rezultata preide iz gornjega polža v spodnji polž klotoide. Pri visoki oviri nad $h > \rho_1$ sta začetek in konec kazalca v spodnjem polžu, kar daje majhen rezultat integracije in majhno uklonjeno polje $|E| \ll |E_\infty|$.

V radijski zvezi nas večinoma zanima amplituda uklona $|E|$, ki jo izrišemo v linearnem in v logaritemskem merilu. Klotoida kot tudi potek amplitude uklona $|E|$ dajeta jasen odgovor: valovanje potrebuje prosto prvo Fresnelovo cono $-\rho_1 < x < \rho_1$ oziroma $-\rho_1 < y < \rho_1$ v pripadajočih kartezičnih koordinatnih oseh:

$$E = E_\infty \frac{1+j}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} h}^{\infty} \mathrm{e}^{-j u^2} du$$

$$\left| \frac{E}{E_\infty} \right| = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left| \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} h}^{\infty} \mathrm{e}^{-j u^2} du \right|$$

$$\left| \frac{E}{E_\infty} \right|_{MAX} = 1.17 \quad @ \quad h = -0.866 \rho_1$$

$$a_{\mathrm{dB}} = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi}} \left| \int_{\frac{\sqrt{\pi}}{\rho_1} h}^{\infty} \mathrm{e}^{-j u^2} du \right| \right)$$

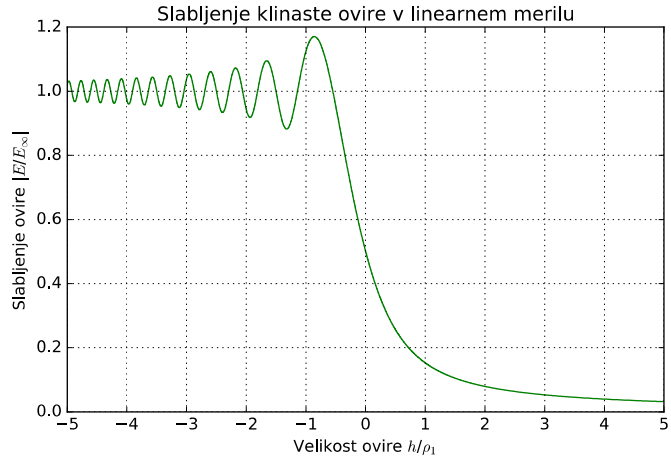
$h \le -\rho_1 \rightarrow a_{\mathrm{dB}} \approx 0\mathrm{dB}$

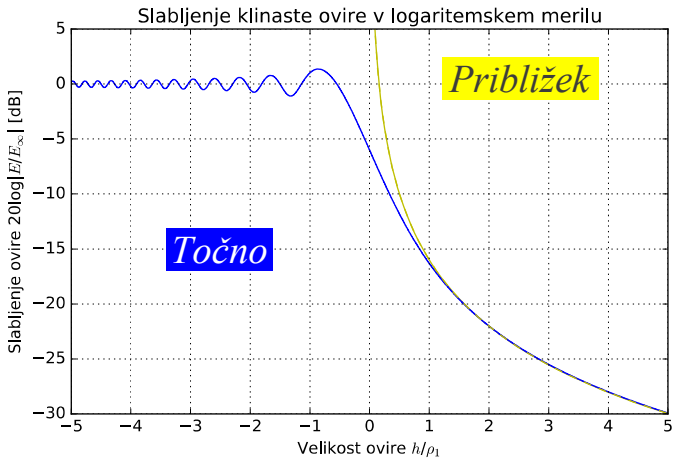
$a_{MAX} = 1.37\mathrm{dB} \quad @ \quad h = -0.866 \rho_1$

$h = 0 \rightarrow a_{\mathrm{dB}} = -6\mathrm{dB}$

Približek $h \ge \rho_1 \rightarrow$

$$a_{\mathrm{dB}} \approx -16\,\mathrm{dB} - 20\,\mathrm{dB} \log_{10} \frac{h}{\rho_1}$$



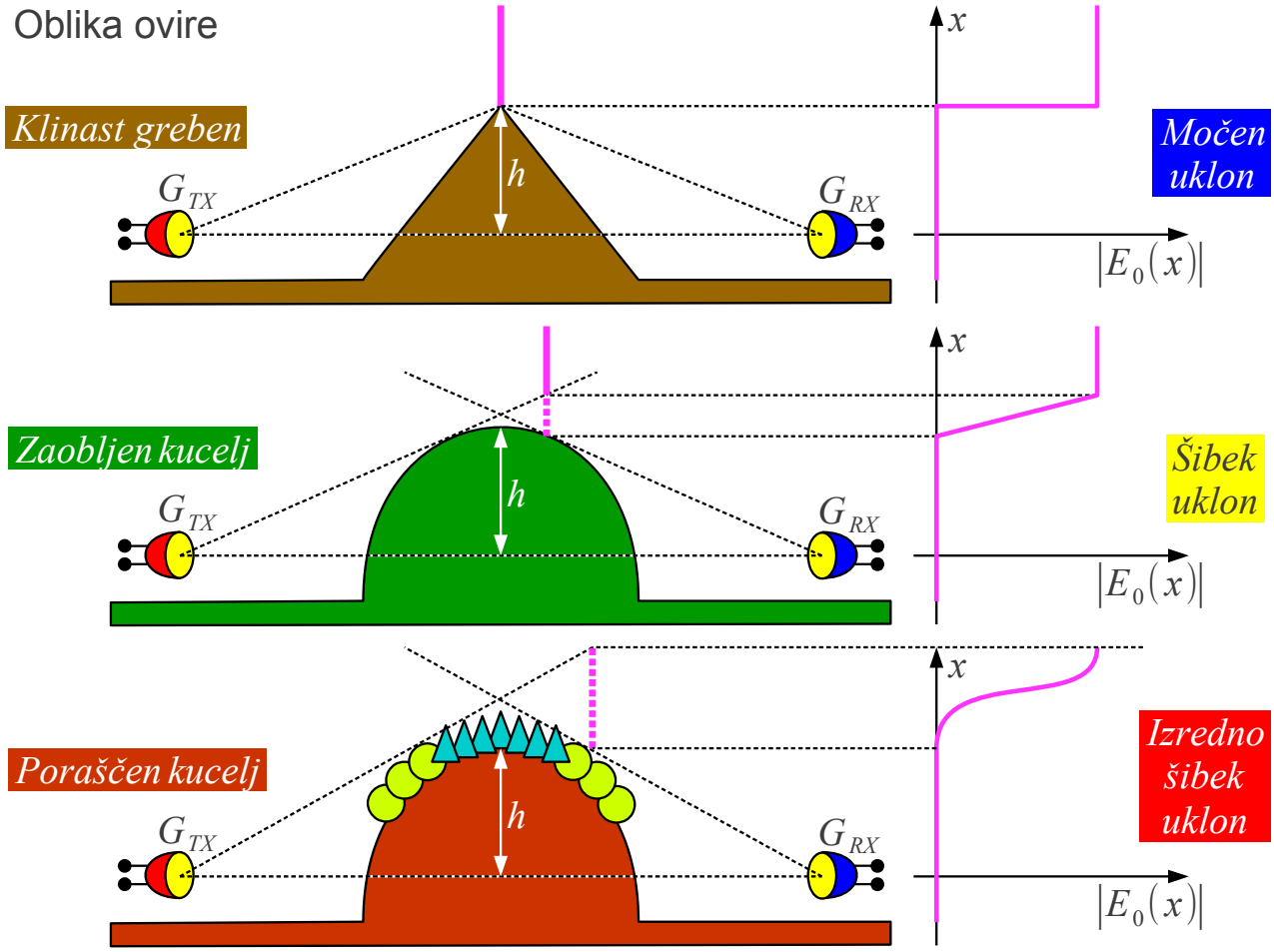


Slabljenje klinaste ovire

Uklonjeno polje je celo za $a_{MAX} = 1.37\mathrm{dB}$ močnejše od neoviranega polja, ko ovira doseže višino $h = -0.866 \rho_1$ pod zveznico sprejemnik-oddajnik. Ko vrh ovire doseže zveznico $h = 0$, upade uklonjeno polje na polovico $E = E_\infty / 2$ oziroma $-6\mathrm{dB}$. Ko ovira v celoti zakrije prvo

Fresnelovo cono $h=\rho_1$, upade uklonjeno polje za $-16\mathrm{dB}$.

Za visoke ovire $h>\rho_1$ dobro velja približek uklonskega slabljenja $a_{\mathrm{dB}}\approx -16\mathrm{dB}-20\mathrm{dB}\log_{10}(h/\rho_1)$. Žal velike naravne ovire $h>5\rho_1$ običajno preveč odstopajo od brezhibne klinaste oblike, da bi bila uporaba opisane integracije uklonjenega polja oziroma približkov sploh smiselna. Naravne ovire lahko imajo zelo različne oblike:



Oster, neporaščen klinast greben daje skokovito spremembo polja $E_0(x)$ na navidezni odprtini. Ostra stopnica pomeni močne komponente visokih prostorskih frekvenc pri Fourierjevi transformaciji. Slednje pomenijo močen uklon oziroma točno ustrezajo izpeljanemu rezultatu s klotoido.

Ob vrhu zaobljenega kuclja polje na navidezni odprtini $E_0(x)$ zvezno narašča od nič do polne vrednosti nemotenega polja oddajnika. Zvezno naraščanje pomeni šibke komponente visokih prostorskih frekvenc Fourierjeve transformacije. Slednje pomenijo šibek uklon oziroma dosti višje slabljenje od tistega, kar napoveduje klotoida.

Ob vrhu poraščenega kuclja polje na navidezni odprtini $E_0(x)$

narašča zelo blago do polne vrednosti nemotenega polja oddajnika. Slednje pomeni zelo šibke komponente visokih prostorskih frekvenc in izredno šibek uklon. Meritve pokažejo povečanje uklonskega slabljenja za kar $-10\mathrm{dB}$ pri valovni dolžini okoli $\lambda \approx 0.7\mathrm{m}$, ko spomladi listavci ozelenijo! Pokončna debla dreves sicer predstavljajo znatno večno oviro za pokončno-polarizirane metrske valove $\lambda \approx 3\mathrm{m}$ kot za vodoravno-polarizirane metrske valove.

Učinek ovire v vsakem primeru ocenjujemo iz razmerja velikosti ovire h/ρ_1 oziroma drugih značilnosti v primerjavi z velikostjo prve Fresnelove cone. Hribi zagotovo nimajo učinka na srednjevalovni radiodifuzni oddajnik z valovno dolžino nekaj sto metrov $\lambda \approx 300\mathrm{m}$, pač pa domet takšnega oddajnika omejuje slabljenje zaradi končne prevodnosti tal.

Hribi se obnašajo kot klinasta ovira za UKV FM oddajnik v meterskem področju valovnih dolžin $\lambda \approx 3\mathrm{m}$, kjer uklon na vrhu hriba omogoča povsem spodoben domet oddajnika. Podobno se stanovanjske hiše obnašajo kot klinasta ovira za mobilni telefon v decimeterskem področju valovnih dolžin. Mobilni telefon s pridom izkorišča uklon na ravnih slemenih hiš.

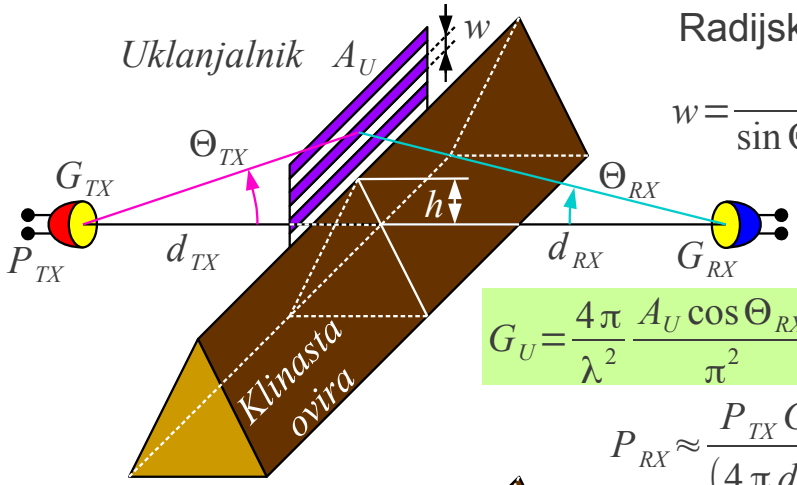
Poraščen hrib je običajno nepremostljiva ovira za mobilni telefon v decimeterskem področju $\lambda \approx 15\mathrm{cm}$. Kakršnikoli hribi so nepremostljiva ovira za mikrovalovno usmerjeno zvezo v centimeterskem področju valovnih dolžin $\lambda \approx 3\mathrm{cm}$, saj je odstopanje oblike hriba od oblike klinaste ovire $\Delta h \gg \rho_1$ dosti večje od polmera prve Fresnelove cone.

Kljub temu lahko mikrovalovno usmerjeno zvezo napeljemo preko vrha hriba, če na vrhu hriba namestimo pasivno napravo, ki sevanje oddajnika lomi (prizma) oziroma odbija (zrcalo) proti sprejemniku v dolino na drugi strani hriba. Za velikost pasivne naprave zadošča $d \approx \rho_1$, da je primerljiva s polmerom prve Fresnelove cone, kar v cenitmeterskem področju valovnih dolžin ni težko doseči.

Mikrovalovna usmerjena zveza preko zrcala bo natančno obdelana v naslednjem poglavju o odboju valovanja. Snop mikrovalov lahko odklonimo z dielektrično prizmo oziroma z uklanjalnikom. Uklanjalnik (difraktor) je pravzaprav del zbiralne leče s senčenjem vsake druge Fresnelove cone.

Uklanjalnik je sestavljen iz vodoravnih trakov iz mikrovalovom neprozorne snovi (kovine) širine w, ki so postavljeni na medsebojnih razdaljah prav tako w. Širino trakov oziroma razdalje med njimi $w \approx \rho_1^2/(2h)$ omogoča razliko poti $\Delta l = \lambda/2$ med gornjim in spodnjim robom, da zasenči oziroma prepusti polkrog v kazalčnem diagramu. Pri tem ni nujno, da polkrogi v kazalčnem diagramu točno sovpadajo s Fresnelovimi

conami:



Radijska zveza preko uklanjalnika

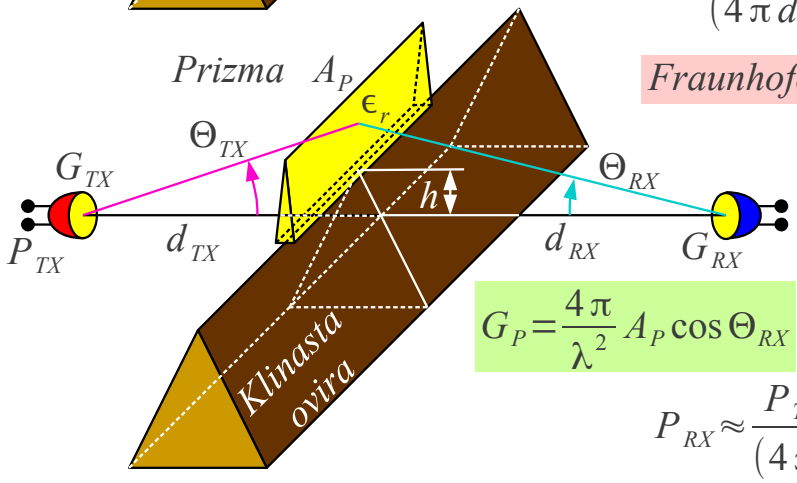
$$w=\frac{\lambda/2}{\sin\Theta_{TX}+\sin\Theta_{RX}}\approx\frac{\rho_1^2}{2h}$$

$$P_U\approx\frac{P_{TX}G_{TX}A_U\cos\Theta_{TX}}{4\pi d_{TX}^2}$$

$$G_U=\frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{A_U\cos\Theta_{RX}}{\pi^2}$$

$$P_{RX}\approx P_U G_U G_{RX}\left(\frac{\lambda}{4\pi d_{RX}}\right)^2$$

$$P_{RX}\approx\frac{P_{TX}G_{TX}G_{RX}}{(4\pi d_{TX}d_{RX})^2}\left(\frac{A_U}{\pi}\right)^2\cos\Theta_{TX}\cos\Theta_{RX}$$



Fraunhofer $d_{TX}, d_{RX} > 2A_U/\lambda, 2A_P/\lambda$

$$P_P\approx\frac{P_{TX}G_{TX}A_P\cos\Theta_{TX}}{4\pi d_{TX}^2}$$

$$G_P=\frac{4\pi}{\lambda^2}A_P\cos\Theta_{RX}$$

$$P_{RX}\approx P_P G_P G_{RX}\left(\frac{\lambda}{4\pi d_{RX}}\right)^2$$

$$P_{RX}\approx\frac{P_{TX}G_{TX}G_{RX}}{(4\pi d_{TX}d_{RX})^2}A_P^2\cos\Theta_{TX}\cos\Theta_{RX}$$

Radijsko zvezo preko prizme oziroma preko uklanjalnika računamo na podoben način. Najprej izračunamo moč oddajnika, ki zadene površino prizme A_P oziroma površino uklanjalnika A_U z upoštevanjem projekcije $\cos\Theta_{TX}$. Nato izračunamo dobitek prizme G_P oziroma uklanjalnika G_U, ki seva kot antenska odprtina s projekcijo $\cos\Theta_{RX}$. Senčenje polovice polja in kazalčna vsota polkrogov uklanjalniku odžirata faktor $1/\pi^2$ ali skoraj -10dB. Končno zapišemo Friisovo enačbo za radijsko zvezo od prizme oziroma uklanjalnika do sprejemnika.

V končnem rezultatu potrebuje enakovreden uklanjalnik $A_U=\pi A_P$ precej večjo površino od prizme. Površina senčenja uklanjalnika je seveda polovična $A_{senčenja}=A_U/2=(\pi/2)A_P$, zato predstavlja uklanjalnik znaten prihranek materiala v primerjavi z dielektrično prizmo, celo v primerjavi s prizmo iz umetnega dielektrika. Primerjava z zrcalom je zahtevnejša, več o tem v naslednjem poglavju.

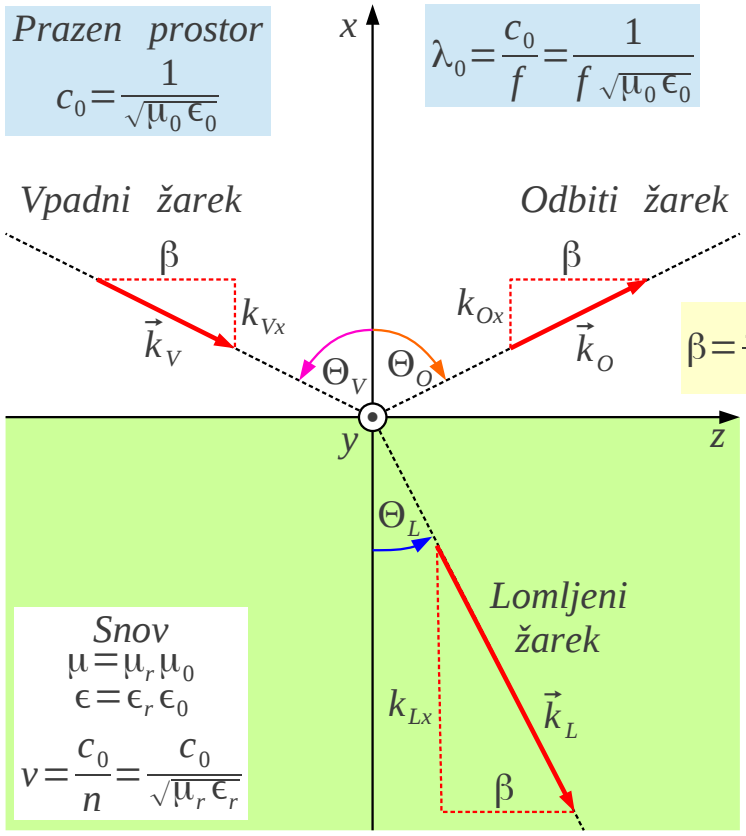
* * * * *

15. Odboj valovanja

Odboj valovanja ima v radijski zvezi najrazličnejše vloge. Odboj lahko oslabi oziroma popači koristni radijski signal. Odboj od zrcala na vrhu hriba pomaga premagati uklonsko slabljenje ovire. Odboj radijskih valov od letala je merjena veličina radarja.

Valovanje se različno odbija od predmetov, ki so dosti manjši $d \ll \lambda$ oziroma dosti večji $d \gg \lambda$ od valovne dolžine. Odbojnost površine različnih predmetov se spreminja v širokem razponu od $|\Gamma| \ll 1$ vse do $|\Gamma| \approx 1$. Glede na hrapavost in obliko površine je odboj lahko zrcalen oziroma razpršen, kar opisuje Rayleighjevo merilo za hrapavost.

V vseh omenjenih primerih radijsko valovanje vpada iz praznega prostora na površino snovi. Zrak se pogosto obnaša skoraj kot prazen prostor, več o tem v poglavju o ozračju. Snov je lahko dielektrik, prevodnik oziroma feromagnetik. Električno prevodnost snovi lahko v enačbah natančno opisuje kompleksna relativna dielektričnost ϵ_r . Vpadni žarek valovanja se na površini snovi delno odbije nazaj v prazen prostor in delno lomi v snov:



Odboj in lom na površini snovi

Vpadni, odbiti in lomljeni žarek opisujejo pripadajoči valovni vektorji $\vec{k}_V$, $\vec{k}_O$ in $\vec{k}_L$. Če naj bo fizikalni pojav v vseh točkah površine snovi enak, morajo biti komponente vseh treh valovnih vektorjev, ki so vzporedne s površino snovi, med sabo enake. Vzporedno komponento valovnega vektorja v smeri osi z se pogosto označuje z $\beta = \vec{1}_z \cdot \vec{k}_V = \vec{1}_z \cdot \vec{k}_O = \vec{1}_z \cdot \vec{k}_L$.

Iz enakosti vzdolžnih komponent neposredno sledi odbojni zakon $\Theta_O = \Theta_V$, kota vpadnega in odbitega žarka sta med sabo enaka. Perzijski matematik Ibn Sahl je davnega leta 984 na dvoru kalifata v Bagdadu izpeljal povsem pravilen lomni zakon $\sin\Theta_V = n \sin\Theta_L$, kjer lomni količnik $n = c_0 / v$ predstavlja razmerje med hitrostma svetlobe v praznem prostoru in v snovi. Odbojni in lomni zakon oba veljata za katerokoli vrsto valovanja, vzdolžnega ali prečnega.

Delitev moči vpadnega žarka na odbiti žarek in lomljeni žarek ter medsebojne faze vseh treh žarkov so odvisne od vrste valovanja. Pri prečnih valovanjih so razmerja moči in medsebojne faze dodatno odvisne od polarizacije vpadnega valovanja. Étienne-Louis Malus je leta 1809 prav iz odvisnosti jakosti odboja in loma od polarizacije odkril, da je svetloba prečno (transverzalno) valovanje.

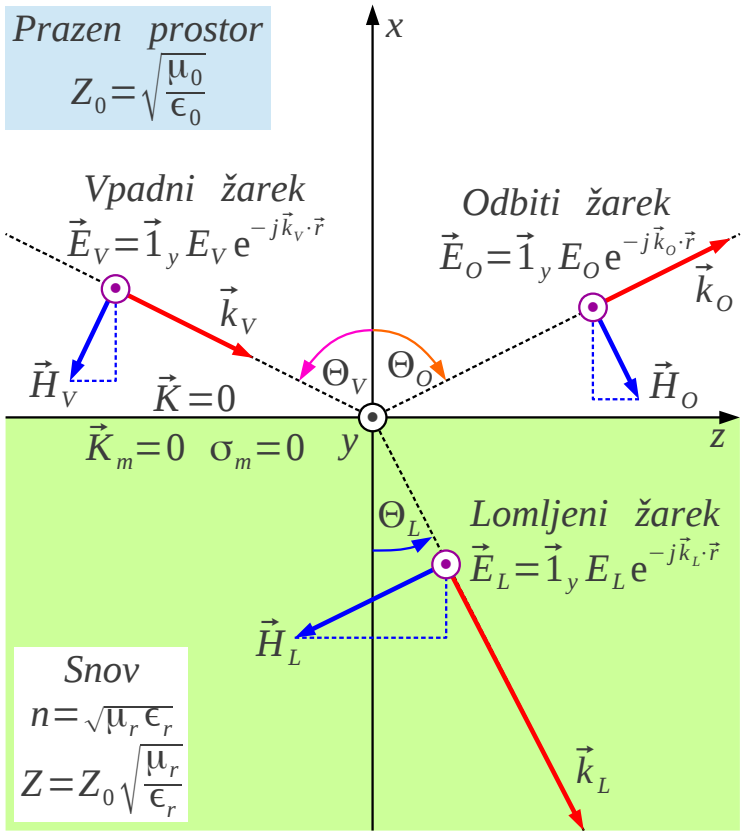
Pri elektromagnetnem oziroma kateremkoli drugem prečnem valovanju popolnoma zadošča obravnava dveh nazornih primerov. TE oziroma transverzalno-električni val ima električno polje vzporedno površini snovi. TM oziroma transverzalno-magnetni val ima magnetno polje vzporedno površini snovi. Povsem jasno sta pri pravokotnem vpadu $\Theta_V = 0$ valovanja na površino snovi oba primera med sabo enaka.

Radijski valovi se najpogosteje odbijajo od vodoravne površine tal. TE val v primeru odboja od tal pomeni vodoravno premo polarizacijo ali HP. TM val v primeru odboja od tal pomeni pokončno premo polarizacijo ali VP. V obeh primerih nalogo delitve moči in medsebojne faze rešujemo tako, da polja vseh treh žarkov razstavimo v komponente in vsilimo prestopne pogoje za električno in magnetno polje na površini snovi.

V primeru vodoravne polarizacije imajo električna polja $\vec{E}_i = \vec{1}_y E_i \mathrm{e}^{-j\vec{k}_i \cdot \vec{r}}$ vpadnega, odbitega in lomljenega žarka samo vzporedno komponento s površino tal v smeri $\vec{1}_y$. Pripadajoča magnetna polja vseh treh žarkov imajo obe komponenti, vzporedno in pravokotno.

Prestopni pogoji zahtevajo (1) zvezen prestop (vzporednega)

električnega polja E_y v odsotnosti površinskih magnetnih tokov $\vec{K}_m = 0$, (2) zvezen prestop vzporedne komponente magnetnega polja H_z v odsotnosti površinskih tokov $\vec{K} = 0$ in (3) zvezen prestop pravokotne komponente gostote magnetnega pretoka B_x v odsotnosti magnetnih nabojev $\sigma_m = 0$ na površini:



Prestopni pogoji

(1) $E_{Vy} + E_{Oy} = E_{Ly}$

(2) $H_{Vz} + H_{Oz} = H_{Lz}$

(3) $B_{Vx} + B_{Ox} = B_{Lx}$

Odboj $\Theta_O = \Theta_V$

Odbojnost $\Gamma_{HP} = \dfrac{E_O}{E_V}$

(1) $E_V + E_O = E_L$

(2) $(E_V - E_O)\dfrac{\cos\Theta_V}{Z_0} = E_L\dfrac{\cos\Theta_L}{Z}$

$$(1-\Gamma_{HP})\frac{\cos\Theta_V}{Z_0} = (1+\Gamma_{HP})\frac{\cos\Theta_L}{Z}$$

$$\Gamma_{HP} = \frac{Z\cos\Theta_V - Z_0\cos\Theta_L}{Z\cos\Theta_V + Z_0\cos\Theta_L}$$

Lom $$\cos\Theta_L = \sqrt{1-\left(\frac{\sin\Theta_V}{n}\right)^2}$$

Dielektrik $\mu_r = 1$ $n = \sqrt{\epsilon_r}$

$\Theta = \Theta_V$

$$\Gamma_{HP} = \frac{\cos\Theta - \sqrt{\epsilon_r - \sin^2\Theta}}{\cos\Theta + \sqrt{\epsilon_r - \sin^2\Theta}}$$

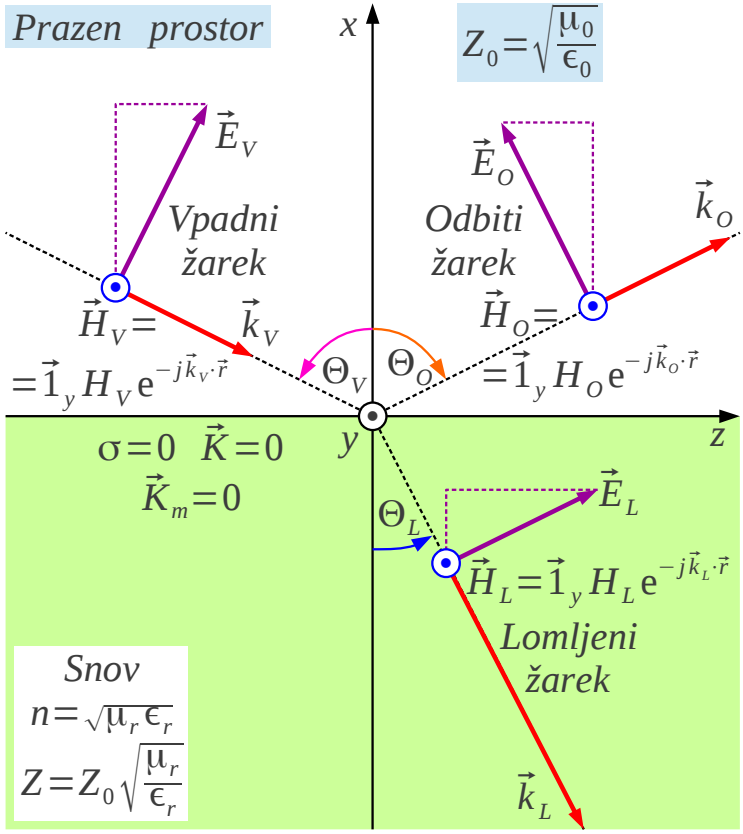
Odboj vodoravne polarizacije (HP ali TE)

Prestopni pogoj (3) je linearno odvisen od ostalih dveh prestopnih pogojev. Prestopna pogoja (1) in (2) zapišemo z električnimi polji. Polje lomljenega žarka E_L izločimo iz enačb, da pridemo do najzanimivejše veličine, odbojnosti $\Gamma_{HP} = E_O/E_V$. Odbojnost je funkcija valovnih impedanc snovi Z in praznega prostora Z_0 ter smeri vpadnega žarka Θ_V in lomljenega žarka Θ_L. Slednjega izračunamo preko lomnega zakona.

Pokončna polarizacija je dualni zgled vodoravni polarizaciji. Vlogi električnega in magnetnega polja se zamenjata. V primeru pokončne polarizacije imajo magnetna polja $\vec{H}_i = \vec{1}_y H_i e^{-j\vec{k}_i\cdot\vec{r}}$ vpadnega, odbitega in lomljenega žarka samo vzporedno komponento s površino tal v smeri $\vec{1}_y$. Pripadajoča električna polja vseh treh žarkov imajo obe komponenti,

vzporedno in pravokotno.

Prestopni pogoji zahtevajo (1) zvezen prestop (vzporednega) magnetnega polja H_y v odsotnosti površinskih tokov $\vec{K}=0$, (2) zvezen prestop vzporedne komponente magnetnega polja E_z v odsotnosti površinskih magnetnih tokov $\vec{K}_m=0$ in (3) zvezen prestop pravokotne komponente gostote električnega pretoka D_x v odsotnosti električnih nabojev $\sigma=0$ na površini:



Odboj pokončne polarizacije (VP ali TM)

Prestopni pogoji

(1) $H_{Vy}+H_{Oy}=H_{Ly}$

(2) $E_{Vz}+E_{Oz}=E_{Lz}$

(3) $D_{Vx}+D_{Ox}=D_{Lx}$

(1) $\dfrac{E_V+E_O}{Z_0}=\dfrac{E_L}{Z}$

(2) $(E_V-E_O)\cos\Theta_V=E_L\cos\Theta_L$

$$(1-\Gamma_{VP})\frac{\cos\Theta_V}{Z}=(1+\Gamma_{VP})\frac{\cos\Theta_L}{Z_0}$$

Odboj $\Theta_O=\Theta_V$

Odbojnost $\Gamma_{VP}=\dfrac{E_O}{E_V}$

$$\Gamma_{VP}=\frac{Z_0\cos\Theta_V-Z\cos\Theta_L}{Z_0\cos\Theta_V+Z\cos\Theta_L}$$

Lom $\cos\Theta_L=\sqrt{1-\left(\dfrac{\sin\Theta_V}{n}\right)^2}$

Dielektrik $\mu_r=1$ $n=\sqrt{\epsilon_r}$

$\Theta=\Theta_V$

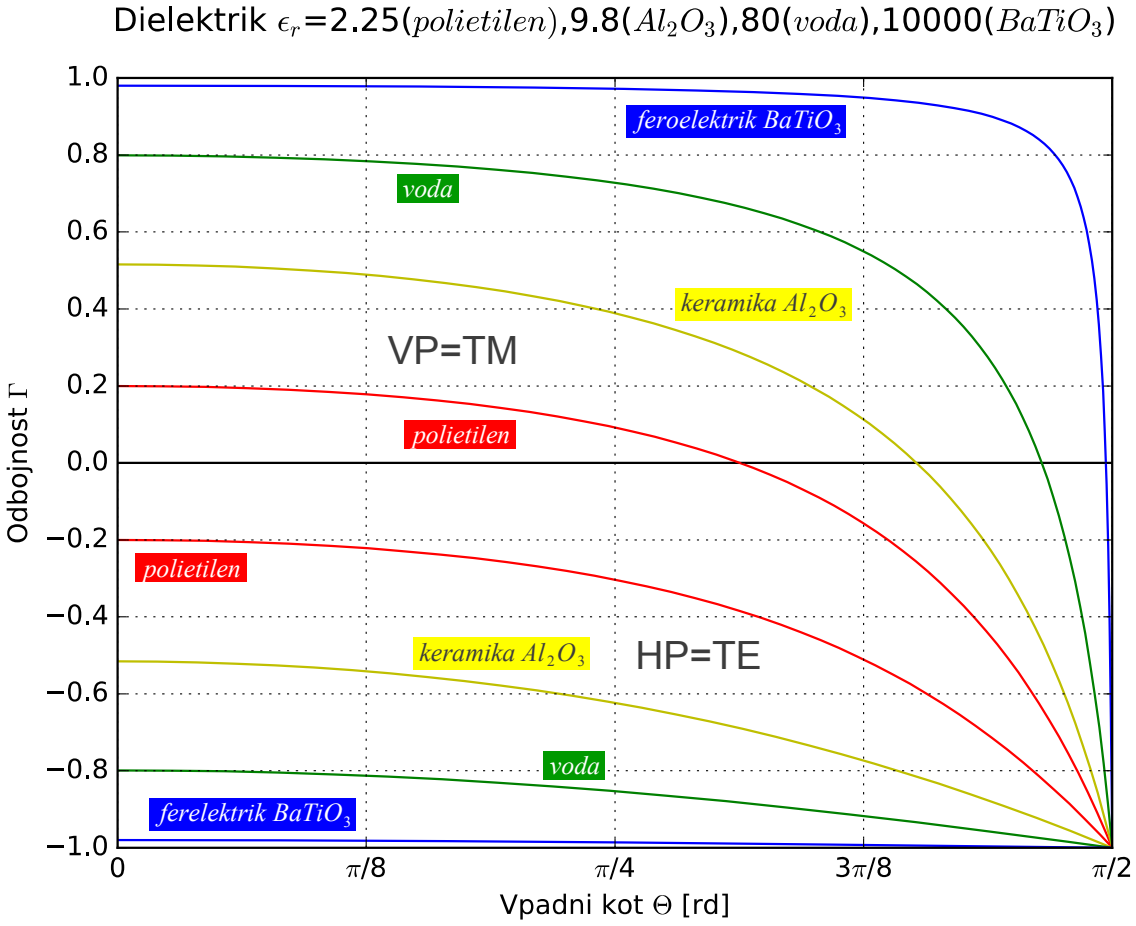
$$\Gamma_{VP}=\frac{\epsilon_r\cos\Theta-\sqrt{\epsilon_r-\sin^2\Theta}}{\epsilon_r\cos\Theta+\sqrt{\epsilon_r-\sin^2\Theta}}$$

Prestopni pogoj (3) je linearno odvisen od ostalih dveh prestopnih pogojev. Prestopna pogoja (1) in (2) zapišemo z električnimi polji. Polje lomljenega žarka E_L izločimo iz enačb, da pridemo do najzanimivejše veličine, odbojnosti $\Gamma_{VP}=E_O/E_V$. Dualnost med sabo zamenja vlogi valovnih impedanc praznega prostora in snovi $Z\leftrightarrow Z_0$. Vlogi smeri vpadnega žarka Θ_V in lomljenega žarka Θ_L ostaneta enaki.

Zelo pomemben praktični primer je odboj elektromagnetnega valovanja na površini dielektrikov, ki nimajo feromagnetnih lastnosti $\mu=\mu_0$ oziroma

$\mu_r = 1$. Lomni količnik takšnih snovi $n = \sqrt{\epsilon_r}$ popolnoma opisuje relativna dielektričnost. Izraza za odbojnosti Γ_{HP} in Γ_{VP} na površini takšne snovi se poenostavita v Fresnelovi odbojnosti za obe polarizaciji (Augustin-Jean Fresnel 1823).

Dualnost v Fresnelovih odbojnostih Γ_{HP} in Γ_{VP} ni neposredno razvidna zaradi lastnosti snovi, dielektrika $\epsilon_r \neq 1$, ki ni feromagnetik $\mu_r = 1$. Pomen Fresnelovih izrazov za Γ_{HP} in Γ_{VP} najbolje prikaže zgled odbojnosti za obe polarizaciji in vse možne vpadne kote na površino nekaj značilnih snovi:

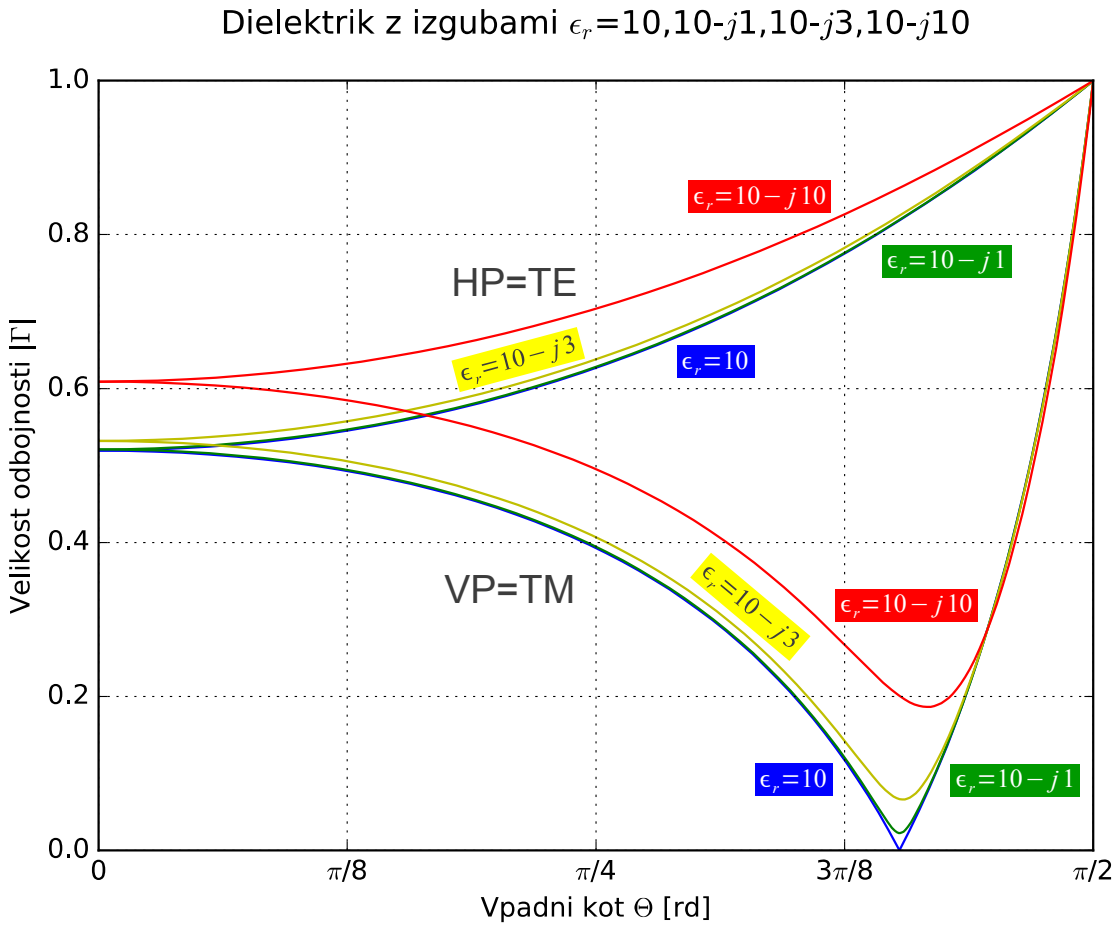


Odbojnosti brezizgubnih snovi sta realni števili v mejah $-1 \leq \Gamma_{\mathrm{HP}} \leq 1$ in $-1 \leq \Gamma_{\mathrm{VP}} \leq 1$. Odbojnost za vodoravno polarizacijo je pri vpadu na površino gostejše snovi $\epsilon_r > 1$ vedno negativna. Predznak odbojnosti za pokončno polarizacijo je odvisen od izbire koordinatnega sistema in zapisa smeri polja. Odbojnost za pokončno polarizacijo menja predznak pri Brewsterjevem kotu $\Gamma_{\mathrm{VP}}(\Theta_B) = 0$ (David Brewster 1815):

$$\Theta_B = \arctan n = \arctan \sqrt{\epsilon_r}$$

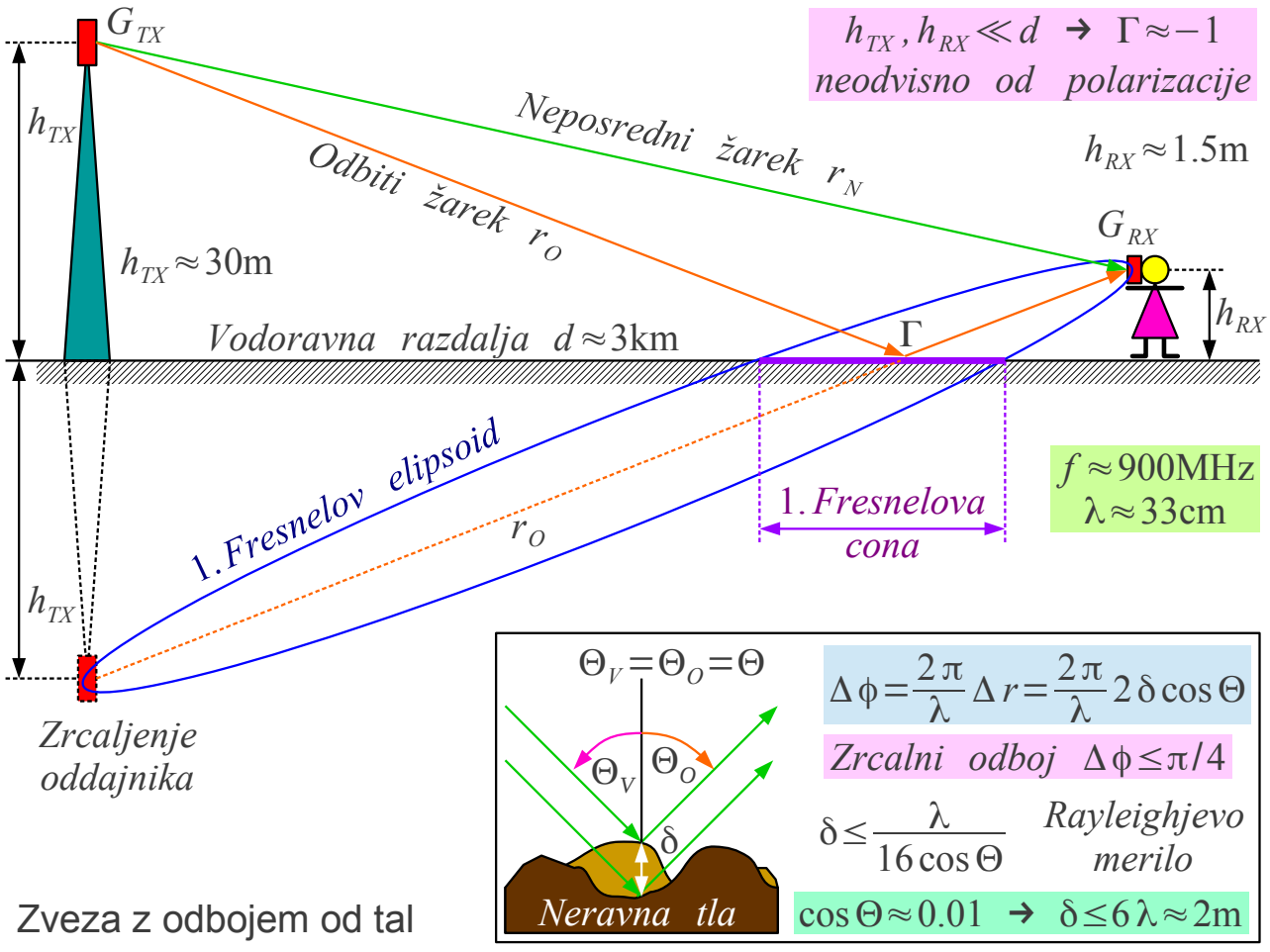
Snov z izredno visoko dielektričnostjo $\epsilon_r \gg 1$, na primer feroelektrična keramika $BaTiO_3$, se za valovanje obnaša podobno kot kovina. Iz grafa sklepamo, da sta odbojnosti dobrega prevodnika vedno $\Gamma_{HP} \approx -1$ in $\Gamma_{VP} \approx 1$ ne glede na vpadni kot Θ . Razliko v predznakih, bolj točno pozitivni predznak $\Gamma_{VP} \approx 1$ hitro razloži primer pravokotnega vpada $\Theta = 0$. V izbranem koordinatnem sistemu in zapisu smeri električnega polja kažeta smernika vpadnega in odbitega električnega polja v nasprotnih smereh $\vec{1}_{EV} = -\vec{1}_{EO}$! Pri pravokotnem vpadu $\Theta = 0$ sicer ne moremo ločiti med vodoravno in pokončno polarizacijo, saj sta električni polji obeh vzporedni s površino snovi. Odbojnost pri skoraj pravokotnem vpadu $\Theta \approx 0$ na površino kovine preprosto zapišemo $\Gamma \approx -1$.

Tla se obnašajo kot slab prevodnik za nizke frekvence pod $f < 1\mathrm{MHz}$ oziroma kot dielektrik z izgubami za visoke frekvence nad $f > 100\mathrm{MHz}$. Relativna dielektričnost tal se giblje v razponu $10 < \epsilon_r < 80$ glede na vsebnost vode. Prevodnost snovi γ opisuje kompleksna relativna dielektričnost $\epsilon_r = \epsilon_r' + \gamma / (j \omega \epsilon_0) = \epsilon_r' - j \epsilon_r''$, ki daje kompleksen lomni količnik $n = n' - j n''$ in kompleksni odbojnosti Γ_{HP} in Γ_{VP} :



Na risbi sta prikazani le velikosti (amplitudi) odbojnosti $|\Gamma_{HP}|$ in $|\Gamma_{VP}|$ brez faze. Odvisnost kompleksnih odbojnosti $\Gamma_{HP}(\Theta)$ in $\Gamma_{VP}(\Theta)$ od vpadnega kota se kaj dosti ne razlikuje od brezizgubnega primera. Najbolj opazna razlika je pri Brewsterjevem kotu, kjer velikost odbojnosti za pokončno polarizacijo $|\Gamma_{VP}(\Theta_B)|>0$ ne doseže ničle, pač pa le minimum.

Odboj radijskih valov od tal ima pogosto zelo velik učinek na radijsko zvezo kljub temu, da prvi Fresnelov elipsoid neposrednega žarka med oddajnikom in sprejemnikom sploh ni oviran. Oddajnik na stolpu višine $h_{TX}\approx 30\mathrm{m}$ nad tlemi niti sprejemnik v rokah pešca $h_{RX}\approx 1.5\mathrm{m}$ nimata dovolj usmerjenih anten, da bi lahko ločila med neposrednim in odbitim žarkom na vodoravni razdalji $d\approx 3\mathrm{km}$:

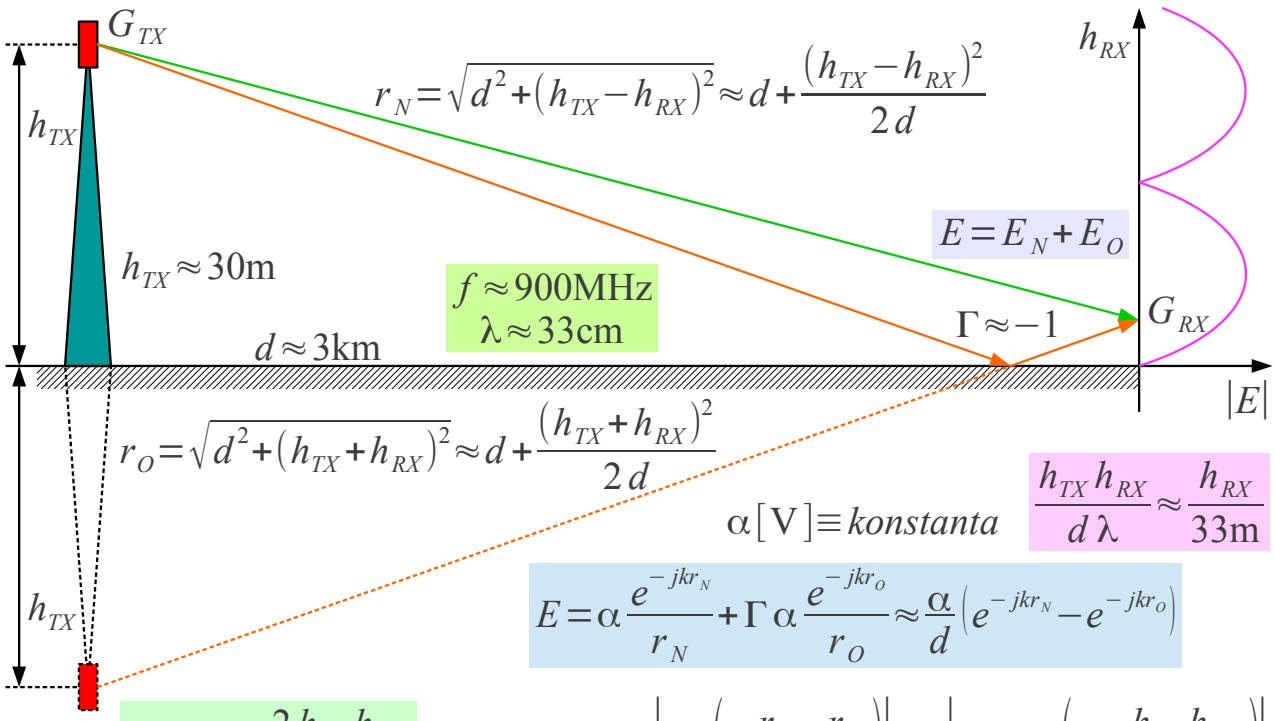


Zveza z odbojem od tal

Valovanje potrebuje za odboj od tal najmanj prvo Fresnelovo cono, ki je presek ravnine tal in prvega Fresnelovega elipsoida do zrcalne slike oddajnika. V opisanem primeru $d\gg h_{TX}, h_{RX}$ je prva Fresnelova cona podolgovata in zelo velika.

Rayleighjevo merilo za zrcalni odboj je hrapavost tal, ki ne presega odstopanja faze za $\Delta\phi \le \pi/4$ (slabljenje odboja $a \approx -0.22\text{dB}$). V opisanem primeru je vpad zelo položen $\cos\Theta \approx 0.01$, kar pri valovni dolžini telefona $\lambda \approx 33\text{cm}$ pomeni hrapavost manjšo od $\delta \le 2\text{m}$. Hrapavost ulice ali travnika je najmanj za en velikostni razred manjša, torej je odboj zrcalen!

Pri zelo položnem vpadu $\cos\Theta \approx 0.01$ na površino dielektrika z izgubami, tla pri $f \approx 900\text{MHz}$, sta obe odbojnosti približno enaki $\Gamma_{\text{HP}} \approx -1$ in $\Gamma_{\text{VP}} \approx -1$. Odboj od tal je pri zelo položnem vpadu skoraj neodvisen od polarizacije $\Gamma_{\text{VP}} \approx \Gamma_{\text{HP}}$. Interferenca vpadnega in odbitega žarka daje vzorec z globokimi minimumi in maksimumi, ki dosegajo dvakratno vrednost polja neposrednega žarka v neoviranem prostoru:



Interferenca odboja od tal

$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 \left[2\sin\left(2\pi \frac{h_{TX} h_{RX}}{d\lambda}\right)\right]^2$$

V številnih praktičnih primerih sta oba, oddajnik in sprejemnik, razmeroma nizko nad tlemi in velja $(h_{TX} h_{RX})/(d\lambda) \ll 1$. Interferenca med neposrednim in odbitim žarkom je v tem primeru uničujoča. Slabljenje radijske zveze se s približkom $\sin u \approx u \ll 1$ v opisanem primeru poenostavi v:

$$P_{RX}=P_{TX}\,G_{TX}\,G_{RX}\,\frac{h_{TX}^2\,h_{RX}^2}{d^4}$$

Slabljenje radijske zveze z odbojem od tal torej upada s četrto potenco razdalje neodvisno od frekvence oziroma valovne dolžine! Praktične meritve slabljenja radijske zveze v mestnem okolju potrjujejo opisano izpeljavo z eksponentom $3\le N\le 5$ v izrazu:

$$P_{RX}=P_{TX}\,G_{TX}\,G_{RX}\,\alpha(\lambda)\,h_{TX}^2\,h_{RX}^2\,d^{-N}$$

kjer konstanta $\alpha(\lambda)$ dopušča določeno odvisnost od valovne dolžine.

Uničujoča interferenca odboja od tal zelo zmanjšuje domet radijske zveze. Zgled $P_{TX}=1\mathrm{W}$, $P_{RX}=-106\mathrm{dBm}\approx 2.5\cdot 10^{-14}\,\mathrm{W}$ (GSM telefon) in $G_{TX}=G_{RX}=1$ daje v opisanem okolju $h_{TX}=30\mathrm{m}$ in $h_{RX}=1.5\mathrm{m}$ domet:

$$d=\sqrt[4]{\frac{P_{TX}}{P_{RX}}\,G_{TX}\,G_{RX}\,h_{TX}^2\,h_{RX}^2}\approx 16.9\mathrm{km}$$

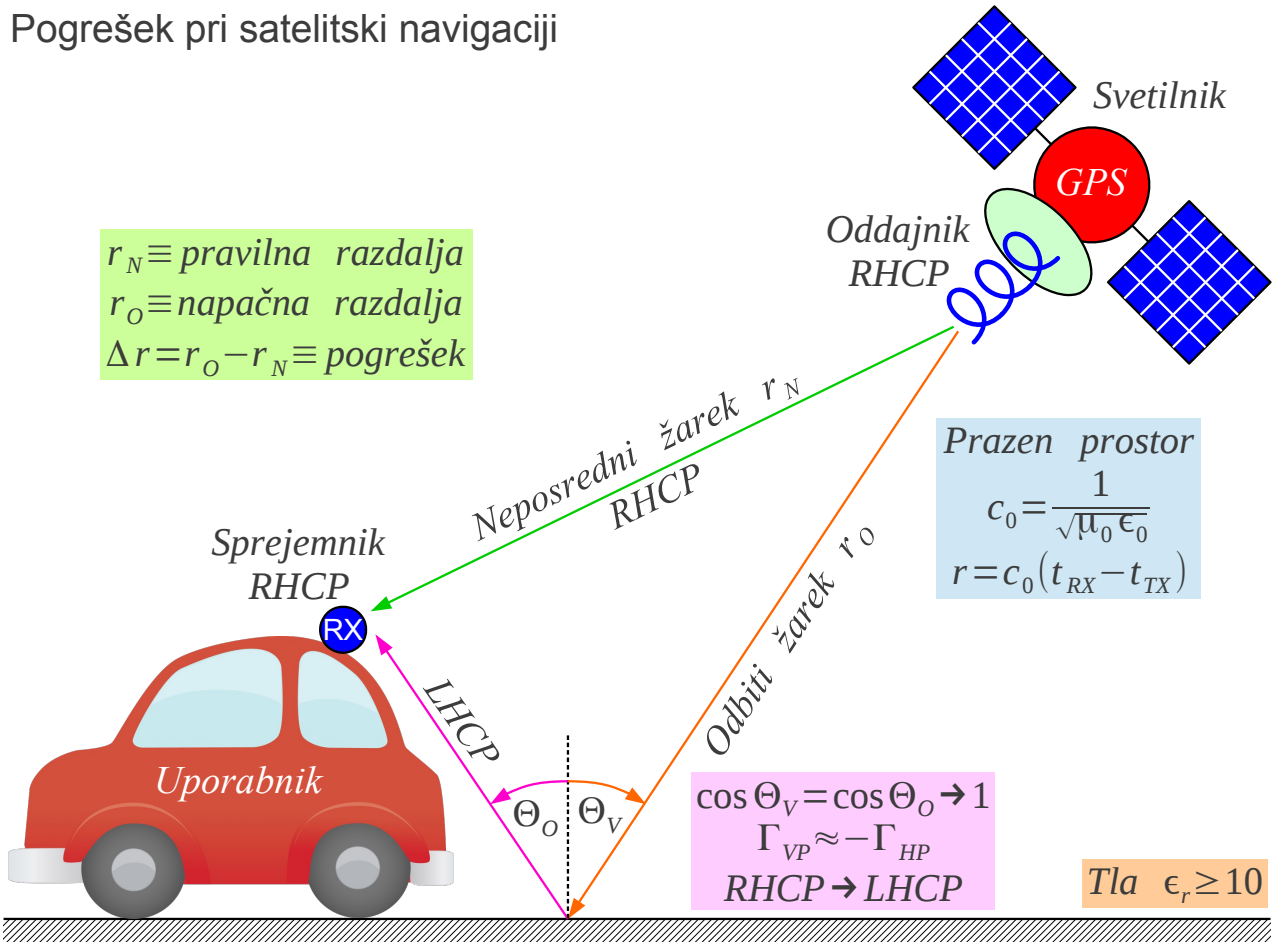
Zaradi ukrivljenosti površine Zemlje bi bil domet resnične zveze z odbojem od tal še nekoliko manjši. V popolnoma praznem prostoru brez odboja od tal bi ista radijska oprema pri $\lambda\approx 33\mathrm{cm}$ dosegla domet po Friisovi enačbi:

$$d=\frac{\lambda}{4\pi}\sqrt{\frac{P_{TX}}{P_{RX}}\,G_{TX}\,G_{RX}}\approx 166\mathrm{km}$$

Zmanjšanje dometa radijske zveze zaradi odboja od tal ni nujno škodljiv pojav. Hitrejše upadanje moči signala z d^{-4} pomeni manj motenj oddaljenim uporabnikom, ki ponovno uporabljajo isti frekvenčni kanal v drugi radijski zvezi. Opisano zmanjšanje dometa bistveno poveča spektralno učinkovitost in skupno zmogljivost omrežja brezvrvičnih telefonov.

Odboj od tal je vedno škodljiv pojav pri satelitski navigaciji. Uporabnik satelitske navigacije izračuna svoj položaj iz izmerjenih razdalj do svetilnikov na nebu. Razdalje določi iz izmerjenih časov potovanja radijskih signalov od svetilnikov v vesolju do uporabnika. Pravilno razdaljo r_N od svetilnika do uporabnika daje neposredni žarek. Katerikoli odbiti žarek gre po daljši poti r_O in vnaša v rezultat meritve nezanemarljiv pogrešek $\Delta r=r_O-r_N$:

Pogrešek pri satelitski navigaciji



Pogreški meritev razdalj do različnih svetilnikov se med sabo seštevajo. Vsota pogreškov je lahko tako velika, da navidezno prestavi vozilo uporabnika na sosednji vozni pas ali celo na vzporedno cesto.

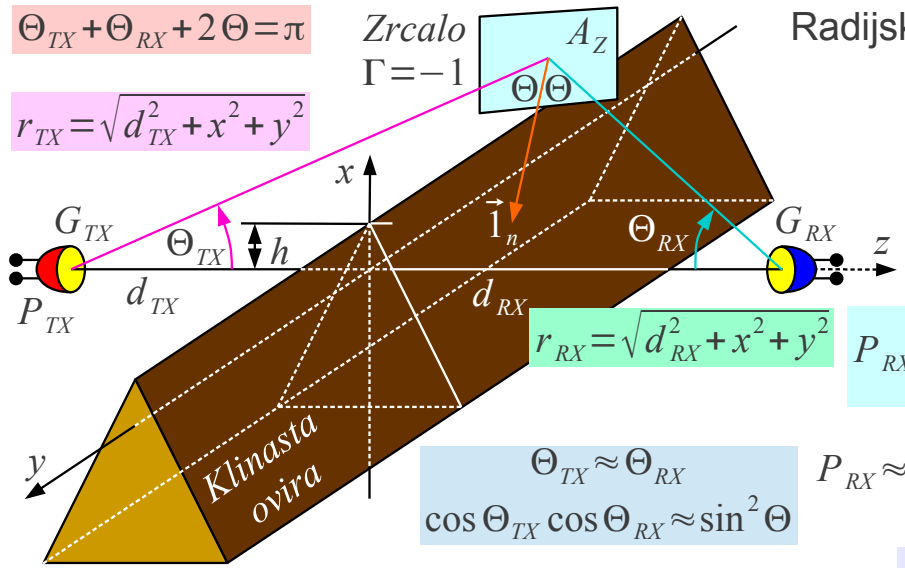
Radijsko valovanje svetilnikov visoko na nebu vpada pod strmim kotom $\cos\Theta_V \to 1$ na tla. Odbojnosti tal sta tedaj enako veliki, a imata različne predznake $\Gamma_{VP} \approx -\Gamma_{HP}$. Svetilnik namenoma oddaja desno-krožno polarizirano valovanje (RHCP). Zaradi različnih predznakov odbojnosti tal krožna polarizacija menja smer pri odboju. Odbiti žarek doseže uporabnika kot levo-krožno polarizirano valovanje (LHCP).

Neposredni in odbiti žarek imata na mestu sprejema nasprotni krožni polarizaciji. Uporabnik lahko s kakovostno desno-krožno polarizirano sprejemno anteno $Q_{RX} \to 0$ izlušči samo neposredni žarek in hkrati močno zaduši odbiti žarek. Kakovostna sprejemna antena s čisto polarizacijo omogoča majhne pogreške kljub temu, da ni usmerjena zaradi sočasnega sprejema signalov več svetilnikov iz različnih smeri.

Žal opisani postopek izločanja odbojev ni uporaben v zemeljskih

radijskih zvezah. Pri položnem vpadu $\cos\Theta_V \to 0$ radijskih valov na površino dielektrika sta odbojnosti med sabo enaki $\Gamma_{VP} \approx \Gamma_{HP}$. Odbojnosti ostajata nasprotno enaki $\Gamma_{VP} \approx -\Gamma_{HP}$ ne glede na vpadni kot edino pri odboju od dobrega prevodnika, na primer, če tla v okolici sprejemnika prekrijemo s kovinsko mrežo ali pločevino...

Ravno kovinsko zrcalo $|\Gamma| \approx 1$ lahko podobno kot uklanjalnik ali prizma pomaga premagati uklonsko slabljenje ovire v radijski zvezi. Ravno zrcalo sprejme od oddajnika moč, ki je sorazmerna projekciji njegove površine $A' = A_Z \cos\Theta$ in to moč odbija proti sprejemniku kot odprtina s smernostjo oziroma dobitkom $D_Z = G_Z = (4\pi/\lambda^2) A_Z \cos\Theta$. Učinkovitost velikega zrcala $A_Z \gg \lambda^2$ opisuje zmnožek obeh, to je odmevna površina zrcala $\sigma = (4\pi/\lambda^2) A_Z^2 \cos^2\Theta$ (angleško: RCS ali Radar Cross Section):



$\Theta_{TX} + \Theta_{RX} + 2\Theta = \pi$

$r_{TX} = \sqrt{d_{TX}^2 + x^2 + y^2}$

$r_{RX} = \sqrt{d_{RX}^2 + x^2 + y^2}$

Radijska zveza preko zrcala

$$P_Z = \frac{P_{TX} G_{TX} A_Z \cos\Theta}{4\pi r_{TX}^2}$$

$$G_Z = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_Z \cos\Theta$$

$$P_{RX} = P_Z G_Z G_{RX} \left(\frac{\lambda}{4\pi r_{RX}}\right)^2$$

$$\Theta_{TX} \approx \Theta_{RX}$$
$$\cos\Theta_{TX} \cos\Theta_{RX} \approx \sin^2\Theta$$

$$P_{RX} \approx \frac{P_{TX} G_{TX} G_{RX}}{(4\pi r_{TX} r_{RX})^2} A_Z^2 \cos^2\Theta$$

$$\sigma = G_Z A_Z \cos\Theta = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_Z^2 \cos^2\Theta \equiv odmevna \quad površina$$

$$P_{RX} \approx \frac{P_{TX} G_{TX} G_{RX} \lambda^2}{(4\pi)^3 r_{TX}^2 r_{RX}^2} \sigma$$

Primerjava	Smer	Odmevna površina	Pogoji uporabe
Uklanjalnik	$\Theta_{TX} \neq \Theta_{RX}$	$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_U^2 \cos\Theta_{TX} \cos\Theta_{RX} / \pi^2$	$x, y \ll d_{TX}, d_{RX}$
Zrcalo	$\Theta_V = \Theta_O = \Theta$	$\sigma = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_Z^2 \cos^2\Theta$	$x, y \approx d_{TX}, d_{RX}$

Najpomembnejša praktična razlika med ravnim zrcalom in uklanjalnikom je v vpadnem kotu. Ploskev zrcala mora biti postavljena skoraj pod pravim kotom glede na ploskev uklanjalnika ali dielektrične prizme. Projekcije ploskev zrcala in uklanjalnika imajo zato nasprotujoče zahteve.

Projekcija ploskve je najbolj učinkovita, ko uklanjalnik postavimo v bližino zveznice oddajnik-sprejemnik $x, y \ll d_{TX}, d_{RX}$ in gresta $\cos\Theta_{TX} \to 1$ ter $\cos\Theta_{RX} \to 1$. Prizmo moramo načrtovati za kot odklona žarka, uklanjalnik za kot odklona in valovno dolžino. Uklanjalnik oziroma prizmo nato na vrhu hriba nastavljamo samo še po eni osi. Kota $\Theta_{TX} \neq \Theta_{RX}$ sta lahko med sabo različna, čeprav je projekcija najbolj učinkovita pri $\Theta_{TX} \approx \Theta_{RX}$. Uklanjalnik izgublja $1/\pi^2$ ali skoraj $-10\mathrm{dB}$ zaradi polovičnega senčenja polja in seštevanja kazalcev po loku.

Projekcija ploskve je najbolj učinkovita, ko ravno zrcalo postavimo proč od zveznice oddajnik-sprejemnik $x, y \approx d_{TX}, d_{RX}$ ali celo za oddajnik oziroma za sprejemnik, da gre $\cos\Theta \to 1$. Odbojni kot je nujno enak vpadnemu kotu $\Theta_O = \Theta_V = \Theta$. Zrcalo moramo zato natančno nastavljati po dveh oseh! Zrcalo je širokopasovno in odbija vse valovne dolžine.

Primerjava med učinkovitostma zrcala in uklanjalnika ni preprosta. Ravno zrcalo načeloma dopušča več izbire pri iskanju ustreznega zemljišča na vrhu gorskega grebena za njegovo postavitev. Isto zrcalo lahko uporabimo v katerikoli zvezi na katerikoli frekvenci brez ponovnega načrtovanja in preračunavanja. Nezanemarljiva slaba stran zrcala je, da zahteva zamudno in drago nastavljanje po dveh oseh! Vsota radijskih poti do zrcala $r_{TX} + r_{RX} > d_{TX} + d_{RX}$ je lahko občutno daljša od zveznice oddajnik-sprejemnik.

Iz cenovnih razlogov sta zrcalo $A_Z \ll A_1 = \pi\rho_1^2$ oziroma uklanjalnik $A_U \ll A_1 = \pi\rho_1^2$ običajno dosti manjša od površine prve Fresnelove cone. Najučinkovitejša oblika zrcala je v tem primeru ravno zrcalo. Odprtini uklanjalnika oziroma zrcala tedaj izpolnjujeta Fraunhoferjev pogoj $d_{TX}, d_{RX} > 2A_U/\lambda, 2A_Z/\lambda$. V obeh primerih zrcala in uklanjalnika gre za zaporedno vezavo dveh radijskih zvez, od oddajnika do naprave na vrhu grebena in od tam do sprejemnika. Sprejeta moč zato upada s četrto potenco razdalje $P_{RX} = \alpha r_{TX}^{-2} r_{RX}^{-2}$.

Radijsko zvezo preko zrcala oziroma uklanjalnika lahko zapišemo tudi kot eno samo zvezo, ki premošča razdaljo $r_{TX} + r_{RX}$ in jo dodatno prizadene slabljenje a majhnega zrcala oziroma majhnega uklanjalnika:

$$P_{RX} = P_{TX} G_{TX} G_{RX} \left[\frac{\lambda}{4\pi(r_{TX} + r_{RX})}\right]^2 a \quad \leftarrow \quad a = \frac{\sigma}{4\pi}\left[\frac{r_{TX} + r_{RX}}{r_{TX} r_{RX}}\right]^2$$

Dodatno slabljenje majhnega zrcala lahko izrazimo s površino prve krožne Fresnelove cone $A_1=\pi\rho_1^2$ na mestu zrcala:

$$A_1=\pi\rho_1^2=\pi\lambda\frac{r_{TX}r_{RX}}{r_{TX}+r_{RX}} \;\rightarrow\; a_{\mathrm{dB}}=20\log_{10}\frac{A_Z\cos\Theta}{\rho_1^2}=20\log_{10}\frac{A_Z\cos\Theta}{A_1/\pi}$$

Praktični zgled $f=10\mathrm{GHz}$, $\lambda=3\mathrm{cm}$, $r_{TX}=20\mathrm{km}$ in $r_{RX}=10\mathrm{km}$ daje polmer prve Fresnelove cone $\rho_1=14.1\mathrm{m}$ s površino $A_1=628\mathrm{m}^2$. Zrcalo s površino $A_Z=10\mathrm{m}^2$ vnaša pri strmem vpadu $\cos\Theta\approx1$ dodatno slabljenje $a_Z\approx-26\mathrm{dB}$. Dodatno slabljenje enako velikega uklanjalnika $A_U=10\mathrm{m}^2$ bi pri istih podatkih zveze doseglo $a_U\approx a_Z-10\mathrm{dB}\approx-36\mathrm{dB}$ zaradi polovičnega senčenja polja in seštevanja kazalcev po loku.

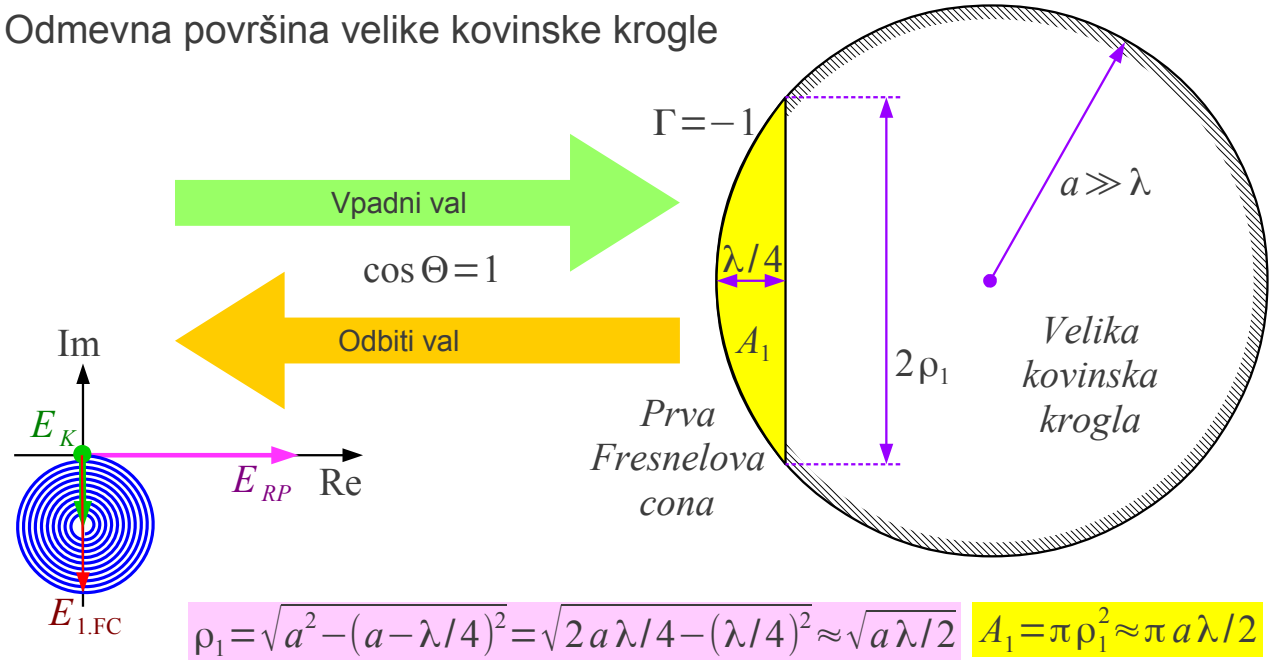
Slaba lastnost ravnega zrcala oziroma uklanjalnika je, da odbija oziroma odklanja valovanje v eno samo smer. Preko enega ravnega zrcala oziroma uklanjalnika zato ni možno vzpostaviti več radijskih zvez v različne smeri. Povrhu je treba za eno samo zvezo natančno nastaviti smer zrcala v dveh oseh oziroma primerno preračunati uklanjalnik.

Velika kovinska krogla s polmerom $a\gg\lambda$ vpadno elektromagnetno valovanje odbije enakomerno v vse smeri v poln prostorski kot $\Omega=4\pi$. Velika kovinska krogla v vesolju bi omogočala radijske zveze med poljubnima točkama na vidnem delu Zemeljske oble.

Leta 1960 je bil izstreljen balon Echo 1 v tirnico na višini $h\approx1600\mathrm{km}$ nad površino Zemlje, ki se je v vesolju napihnil na premer $2a\approx30.5\mathrm{m}$. Leta 1964 je bil izstreljen njegov naslednik Echo 2 v tirnico na višini $h\approx1200\mathrm{km}$ nad površino Zemlje, ki se je v vesolju napihnil na premer $2a\approx41.1\mathrm{m}$. Od Sonca osvetljena zrcalna okovinjena površina obeh balonov Echo 1 in Echo 2 je bila na Zemlji dobro vidna s prostim očesom. Zaradi majhnega razmerja masa/površina je Echo 1 čez osem let zgorel v vrhnjih plasteh ozračja, Echo 2 v nižji začetni tirnici pa že čez pet let.

Oba balona Echo 1 in Echo 2 sta potrebovala razmeroma velike antene oddajnikov in sprejemnikov na Zemlji že za preprosto telefonsko zvezo, ker sta prejeto moč radijskega signala oddala v vse smeri. Pasivne balone v vesolju so na področju telekomunikacij prekosili učinkovitejši aktivni sateliti. Pasivna kovinska krogla oziroma okovinjen balon v vesolju danes ostaja merilni pripomoček za umerjanje radarjev in za geodetske meritve.

Odmevna površina velike kovinske krogle je pomemben gradnik za razumevanje odmevnih površin predmetov kompliciranih oblik, na primer letala. Odboj na veliki kovinski krogli računamo preko Fresnelovih con. Najpomembnejšo napako faze daje ukrivljena površina krogle. Prva Fresnelova cona je krogelna kapica višine $\lambda/4$. S Pitagorovim izrekom določimo polmer prve Fresnelove cone $\rho_1 \approx \sqrt{a\lambda/2}$:



$$\rho_1 = \sqrt{a^2 - (a - \lambda/4)^2} = \sqrt{2a\lambda/4 - (\lambda/4)^2} \approx \sqrt{a\lambda/2} \qquad A_1 = \pi\rho_1^2 \approx \pi a\lambda/2$$

$$\textit{Ravna plošča } A_1 \rightarrow \sigma_{RP} = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_1^2 \approx \frac{4\pi}{\lambda^2}(\pi a\lambda/2)^2 = \pi^3 a^2$$

$$\textit{Prva Fresnelova cona } A_1 \rightarrow E_{1.FC} = -j\left(\frac{2}{\pi}\right) E_{RP} \rightarrow \sigma_{1.FC} = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \sigma_{RP} \approx 4\pi a^2$$

$$\textit{Velika kovinska krogla} \rightarrow E_K = \frac{1}{2} E_{1.FC} \rightarrow \sigma_K = \frac{1}{4}\sigma_{1.FC} \approx \pi a^2$$

Ravna kovinska plošča s površino prve Fresnelove cone $A_1 = \pi\rho_1^2$ bi dosegla odmevno površino $\sigma_{RP} \approx \pi^3 a^2$. Krogelna kapica daje kot prva Fresnelova cona za faktor $2/\pi$ šibkejše polje. Odbito polje celotne krogle je vsota velikega števila Fresnelovih con, torej polovično polje prve cone. Skupni faktor je $1/\pi$ za polje oziroma $1/\pi^2$ za moč.

Odmevna površina velike prevodne krogle $\sigma_K = \pi a^2$ je torej enaka preseku krogle. Opisana izpeljava je povsem skladna z razlago $\sigma_K = G_K A_K$. Odboj od površine kovinske krogle je popolnoma neusmerjen, torej sta smernost in dobitek krogle $D_K = G_K = 1$ enaka enoti. Krogla sprejme moč oddajnika sorazmerno svojemu preseku $A_K = \pi a^2$.

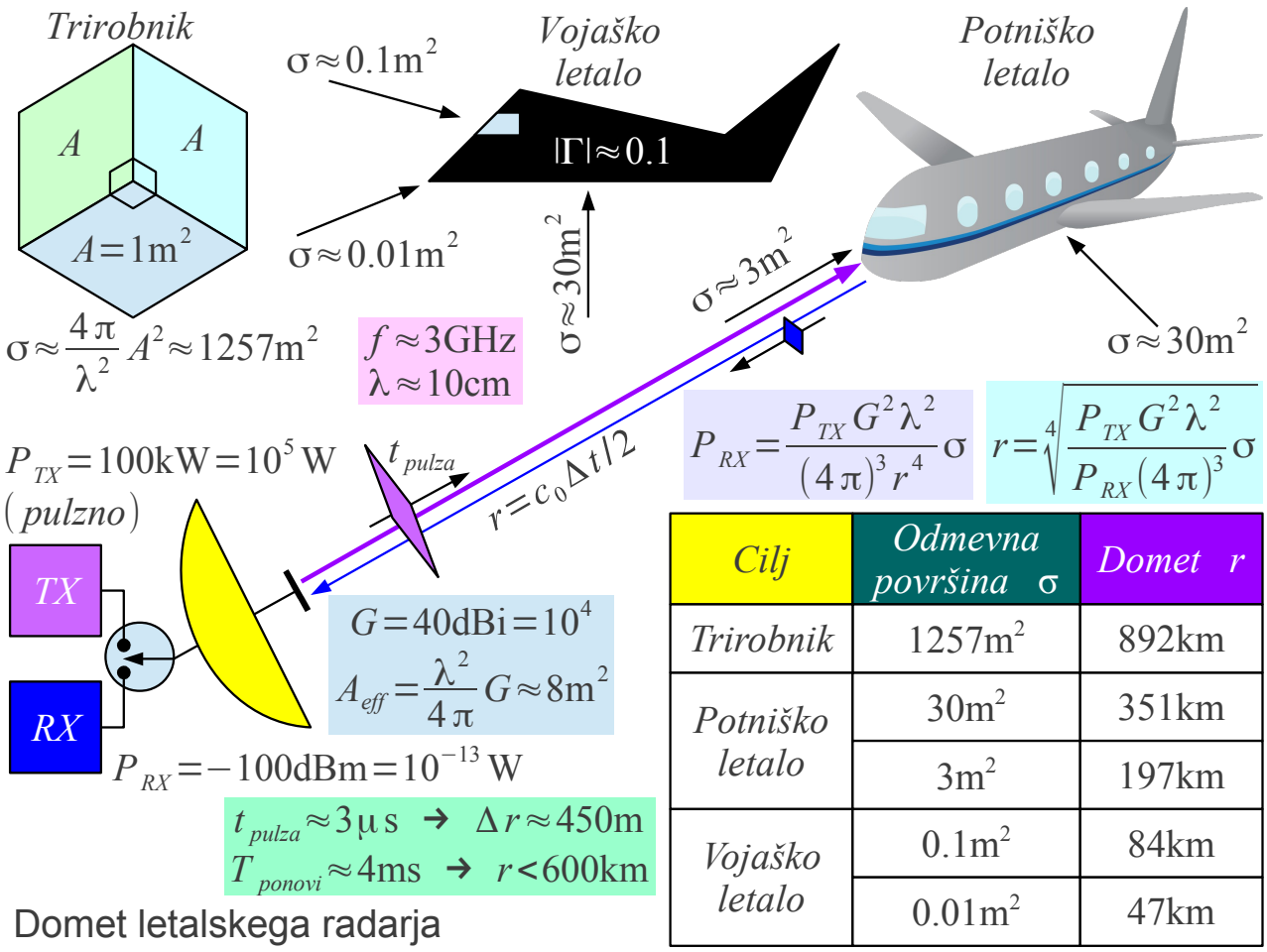
Odmevno površino predmeta poljubne oblike skušamo določiti preko primerjave s prevodno kroglo oziroma ugotavljanja Fresnelovih con pri odboju. Čelna odmevna površina potniškega letala je v razredu $\sigma \approx 3\mathrm{m}^2$, kar bi ustrezalo kovinski krogli, vgrajeni v nos letala. Bočna odmevna površina potniškega letala je za en velikostni razred večja $\sigma \approx 30\mathrm{m}^2$, saj se prva Fresnelova cona razteza po večjem delu trupa.

Odmevno površino vojaškega letala skušajo razvijalci zmanjšati na dva načina: z obliko letala in s premazi, ki vpijajo radarske signale. Valovna impedanca premazov z drobci feromagnetikov $\mu_r \gg 1$ se približa praznemu prostoru $Z \rightarrow Z_0$. Odbojnost površine letala se v ozkem frekvenčnem področju lahko zniža pod $|\Gamma| \approx 0.1$, kar odbija manj kot $|\Gamma|^2 \approx 0.01 = 1\,\% = -20\mathrm{dB}$ vpadne moči.

Oblika letala brez pokončnih zaobljenih površin je pri podzvočnih hitrostih aerodinamično neugodna, a omogoča zmanjšanje čelne odmevne površine v območje $\sigma \approx 0.01\mathrm{m}^2 \ldots 0.1\mathrm{m}^2$. Kljub vsem opisanim ukrepom ostaja vojaško letalo ranljivo od spodaj, kjer se odmevna površina komaj kaj zmanjša na $\sigma \approx 30\mathrm{m}^2$. Ukrepi razvijalcev vojaških letal postanejo neučinkoviti proti radarjem na nizkih frekvencah, kjer postanejo izmere letala $a \approx \lambda$ primerljive z valovno dolžino. V Miejevem področju $a \approx \lambda$ ima odmevna površina $\sigma(f)$ rezonančno odvisnost od frekvence s številnimi maksimumi in minimumi.

Ravno zrcalo ima sicer veliko odmevno površino $\sigma = (4\pi/\lambda^2) A^2$, a ga moramo natančno usmeriti. Trirobnik (angleško: trihedral corner reflector) je sestavljen iz treh ravnih zrcal pod pravim kotom. Vsako zrcalo menja predznak pripadajoče komponente valovnega vektorja v smeri normale na površino. Vsa tri zrcala skupaj odbijejo vpadno valovanje natančno nazaj proti izvoru. Trirobnik iz treh kvadratov s površino A v povprečju dosega odmevno površino ravne kovinske plošče, v najugodnejši smeri celo trikrat več kot en sam kvadrat A.

Vojaki nameščajo trirobnike na leteče tarče, da z njimi simulirajo odmev od veliko večjih resničnih letal. Trirobniki na jamborih jadrnic in drugih manjših manjših plovil zagotavljajo dobro vidljivost slednjih na pomorskih radarjih $\lambda \approx 3\mathrm{cm}$ in tako bistveno prispevajo k varnosti pomorskega prometa. Trirobnik v optiki pogosto imenujemo mačje oko. Prometni znaki, označbe na vozišču in avtomobilske registrske tablice so premazani z barvo, ki vsebuje množico drobnih trirobnikov, da odbijajo vpadno svetlobo nazaj proti izvoru.



Domet letalskega radarja

Cilj	*Odmevna površina* σ	*Domet* r
Trirobnik	$1257\mathrm{m}^2$	892km
Potniško letalo	$30\mathrm{m}^2$	351km
	$3\mathrm{m}^2$	197km
Vojaško letalo	$0.1\mathrm{m}^2$	84km
	$0.01\mathrm{m}^2$	47km

Preprost radar, ki uporablja isto anteno za oddajo in sprejem, imenujemo monostatični radar. V izogibanju presluhu med močnim oddajnikom in občutljivim sprejemnikom pulzni radar oddaja le kratek čas impulza $t_{pulza}<T_{ponovi}/1000$. Odmev od cilja se vrne zakasnjen, ko je oddajnik že ugasnjen, antena pa povezana na sprejemnik.

Vršna moč oddajnika $P_{TX}=100\mathrm{kW}$ pomeni povprečno moč manjšo od $\langle P_{TX}\rangle<100\mathrm{W}$. Letalski radar običajno dela v frekvenčnem pasu $f\approx3\mathrm{GHz}$ oziroma $\lambda\approx10\mathrm{cm}$. Občutljivost sprejemnika $P_{RX}\approx-100\mathrm{dBm}$ določata toplotni šum in pasovna širina $\Delta f\approx1/t_{pulza}$.

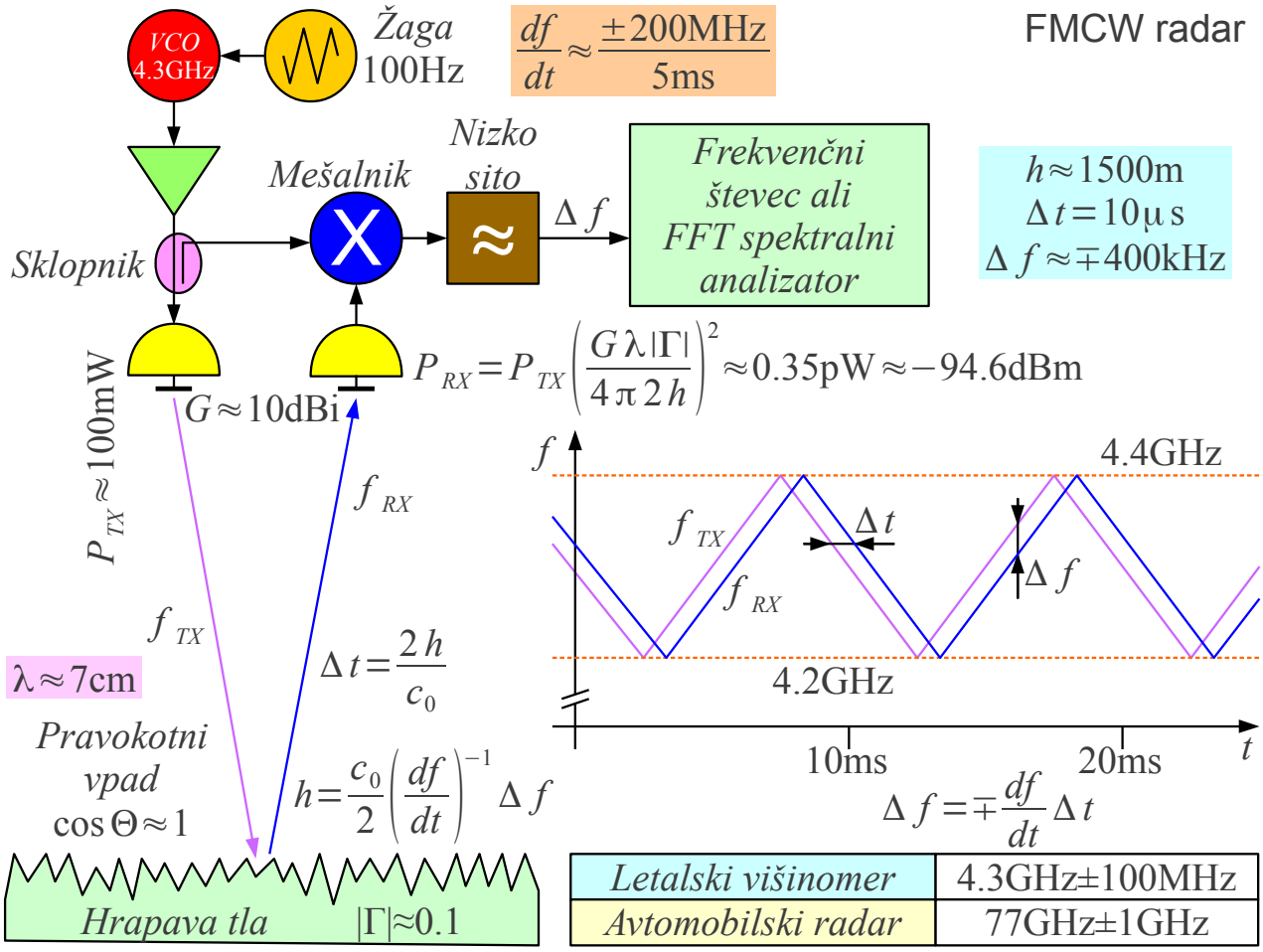
Pulzni radar določa oddaljenost cilja z meritvijo časa potovanja radijskega signala do tarče in nazaj. Ločljivost merjenja oddaljenosti cilja je določena s trajanjem impulza $\Delta r\approx c_0 t_{pulza}/2$. Največji domet pulznega radarja je za eno-veljavno meritev določen s periodo ponavljanja impulzov $r\le c_0 T_{ponovi}/2$. Ločljivost meritve smeri cilja je določena s smernim diagramom antene $F(\Theta,\Phi)$.

Domet monostatičnega letalskega radarja upada $P_{RX}=\alpha r^{-4}$ s četrto

potenco razdalje za cilje $a \ll \rho_1 \approx \sqrt{\lambda r/2}$, ki so dosti manjši od prve Fresnelove cone. Za potniška letala je domet radarja omejen z ukrivljenostjo Zemlje. Vojaška letala na takšnem radarju niso nevidna, le domet radarja je manjši. Letalski radar iz opisanega zgleda lahko zazna cilje z veliko odmevno površino, na primer trirobnik $A = 1\mathrm{m}^2$, celo v vesolju.

Pulzni radar ni učinkovita rešitev za radar kratkega dosega z visoko ločljivostjo, kar zahteva izredno kratke impulze visoke vršne moči in hiter preklop oddaja/sprejem. Pri radarju kratkega dosega je razmerje oddane in sprejete moči P_{TX}/P_{RX} za kar nekaj velikostnih razredov manj zahtevno. Za preprečevanje presluha med oddajnikom in sprejemnikom zadoščata ločeni anteni (bistatični radar).

Oddajnik radarja kratkega dosega deluje neprekinjeno (angleško: CW ali Continuous Wave) in je frekvenčno moduliran (FM) s trikotno žago. Sprejeti signal je zakasnjen, razlika frekvenc sprejema in oddaje $\Delta f = f_{RX} - f_{TX}$ je natančno sorazmerna oddaljenosti cilja. FMCW radar se praktično uporablja kot letalski višinomer v frekvenčnem pasu $f \approx 4.3\mathrm{GHz}$ oziroma kot avtomobilski radar v frekvenčnem pasu $f \approx 77\mathrm{GHz}$:



Letalski višinomer	4.3GHz±100MHz
Avtomobilski radar	77GHz±1GHz

Cilj višinomerja so tla pod letalom, ki so zagotovo dosti večja $a \gg \rho_1 \approx \sqrt{\lambda h/2}$ od prve Fresnelove cone. Domet višinomerja zato upada samo s kvadratom višine $P_{RX} = \alpha h^{-2}$ in dosega $h_{MAX} \approx 1500\mathrm{m}$. Pri pristajanju v pogojih slabe vidljivosti je podatek višinomerja najpomembnejši na višini $h \approx 60\mathrm{m}$ tik pred pristajalno stezo, kjer polmer prve Fresnelove cone dosega $\rho_1 \approx 1.45\mathrm{m}$.

Zaradi skoraj pravokotnega vpada $\cos\Theta \approx 1$ signala višinomerja Rayleighjevo merilo za zrcalni odboj pogosto ni izpolnjeno z izjemo gladine širokih rek, jezer in morja. Odboj od dreves v gozdu je razpršen in zelo šibek. Raven travnik daje šibek $|\Gamma| \approx 0.1$ a uporaben, delno-zrcalen odboj. Zelo velik, raven in očiščen travnik pred pristajalno stezo (med Vodicami in Spodnjim Brnikom) je sestavni del letališča, brez katerega pristanek v pogojih slabe vidljivosti (megla v Ljubljani) ni možen.

Dobitek anten višinomerja na krovu letala je omejen na $G_{TX} = G_{RX} \approx 10\mathrm{dBi}$, da velika širina snopa omogoča pravilno delovanje višinomerja tudi pri nagibu letala v poljubno smer. Izredno moteč pojav za višinomer so zgradbe, ki skupaj z ravnimi dvorišči tvorijo trirobnike bočno od poti letala. Neželjeni trirobniki lahko dajejo močnejši odmev od tal tik pod letalom ter napačno višino, ki je vedno previsoka.

Kakovosten višinomer zato obdela razliko frekvenc Δf z nizkofrekvenčnim FFT spektralnim analizatorjem, saj resnična višina letala nad tlemi vedno ustreza najnižji spektralni komponenti. Nizkofrekvenčni FFT spektralni analizator vsebuje tudi avtomobilski radar, da loči med različno oddaljenimi cilji.

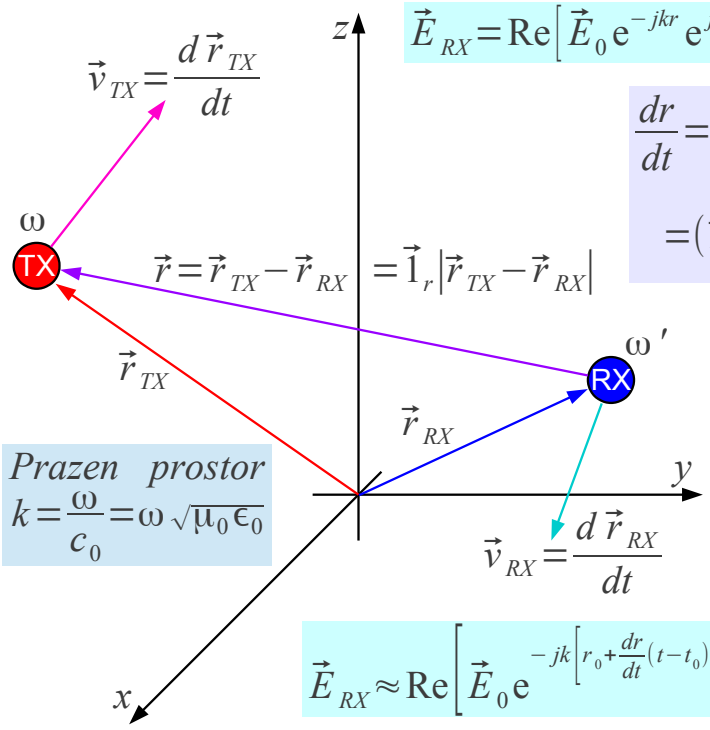
Ločljivost FMCW radarja $\Delta h \approx c_0/(2\,\Delta f_{koleb})$ določa koleb frekvence oddajnika. Ločljivost letalskega višinomerja je lahko celo nekajkrat boljša od $\Delta h \leq 0.75\mathrm{m}$ pri kolebu $\Delta f_{koleb} = 200\mathrm{MHz}$ in zrcalnem odboju od tal. Ločljivost avtomobilskega radarja je v velikostnem razredu $\Delta r \approx 7.5\mathrm{cm}$ pri kolebu $\Delta f_{koleb} = 2\mathrm{GHz}$.

Ker je frekvenčni koleb FMCW radarja $\Delta f_{koleb} \gg \Delta f$ kar za nekaj velikostnih razredov večji od pričakovane razlike frekvenc, je FMCW radar zelo odporen na motnje. Na krovu letala običajno hkrati delujeta dva višinomerja v istem frekvenčnem pasu, ki se razlikujeta le v frekvenci kolebanja trikotne žage v velikostnem razredu $f_{žaga} \approx 100\mathrm{Hz}$. Podobno ni pričakovati motenj med številnimi avtomobilskimi radarji v istem frekvenčnem pasu $f \approx 77\mathrm{GHz}$, saj kolebanje frekvenc različnih oddajnikov med sabo ni

sinhronizirano.

S tehniko frekvenčnega kolebanja, bolj točno frekvenčnega žvižga (angleško: frequency chirp) se da izboljšati tudi ločljivost pulznega radarja brez oženja impulza in brez višanja vršne moči oddajnika na $\Delta r = c_0/(2\Delta f_{žvižg})$. Frekvenčni žvižg oziroma drugačno fazno modulacijo vstavlja radar znotraj trajanja vsakega impulza. Frekvenčnega živižga ne smemo zamenjati s frekvenčnim skakanjem vojaških radarjev, ki zaporedne impulze oddajajo na različnih frekvencah v izogibanju motilcem sovražnika.

Ko se oddajnik, sprejemnik oziroma predmet, od katerega se valovanje odbija, medsebojno premikajo, pričakujemo Dopplerjev pomik frekvence. Dopplerjev pomik izpeljemo za oddajnik frekvence ω v točki $\vec{r}_{TX}$, ki se premika s hitrostjo $\vec{v}_{TX}$. Sprejemnik v točki $\vec{r}_{RX}$ se premika s hitrostjo $\vec{v}_{RX}$. Zaradi premikanja sprejemnik zazna frekvenco $\omega' = \omega + \Delta\omega$:



$$\vec{E}_{RX} = \mathrm{Re}\left[\vec{E}_0 e^{-jkr} e^{j\omega t}\right] \qquad \vec{E}_0 \equiv konstanta \qquad r = |\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX}|$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}|\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX}| = \frac{d}{dt}\left[\vec{1}_r \cdot (\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX})\right] =$$

$$= (\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX}) \cdot \frac{d\vec{1}_r}{dt} + \vec{1}_r \cdot \frac{d}{dt}(\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX})$$

$$\vec{1}_r \perp \frac{d\vec{1}_r}{dt} \rightarrow (\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX}) \cdot \frac{d\vec{1}_r}{dt} = 0$$

$$\frac{dr}{dt} = \vec{1}_r \cdot (\vec{v}_{TX} - \vec{v}_{RX}) = \vec{1}_r \cdot \Delta\vec{v} = \Delta v_r$$

$$r \approx r_0 + \frac{dr}{dt}(t - t_0) + \ldots$$

$$\vec{E}_{RX} \approx \mathrm{Re}\left[\vec{E}_0 e^{-jk\left[r_0 + \frac{dr}{dt}(t-t_0)\right]} e^{j\omega t}\right] = \mathrm{Re}\left[\vec{E}_0 e^{-jk\left(r_0 - \frac{dr}{dt}t_0\right)} e^{j\left(\omega - k\frac{dr}{dt}\right)t}\right]$$

Christian A. Doppler 1842

$$\omega' \approx \omega - k\frac{dr}{dt} = \omega - \frac{\omega}{c_0}\frac{dr}{dt}$$

Dopplerjev pomik

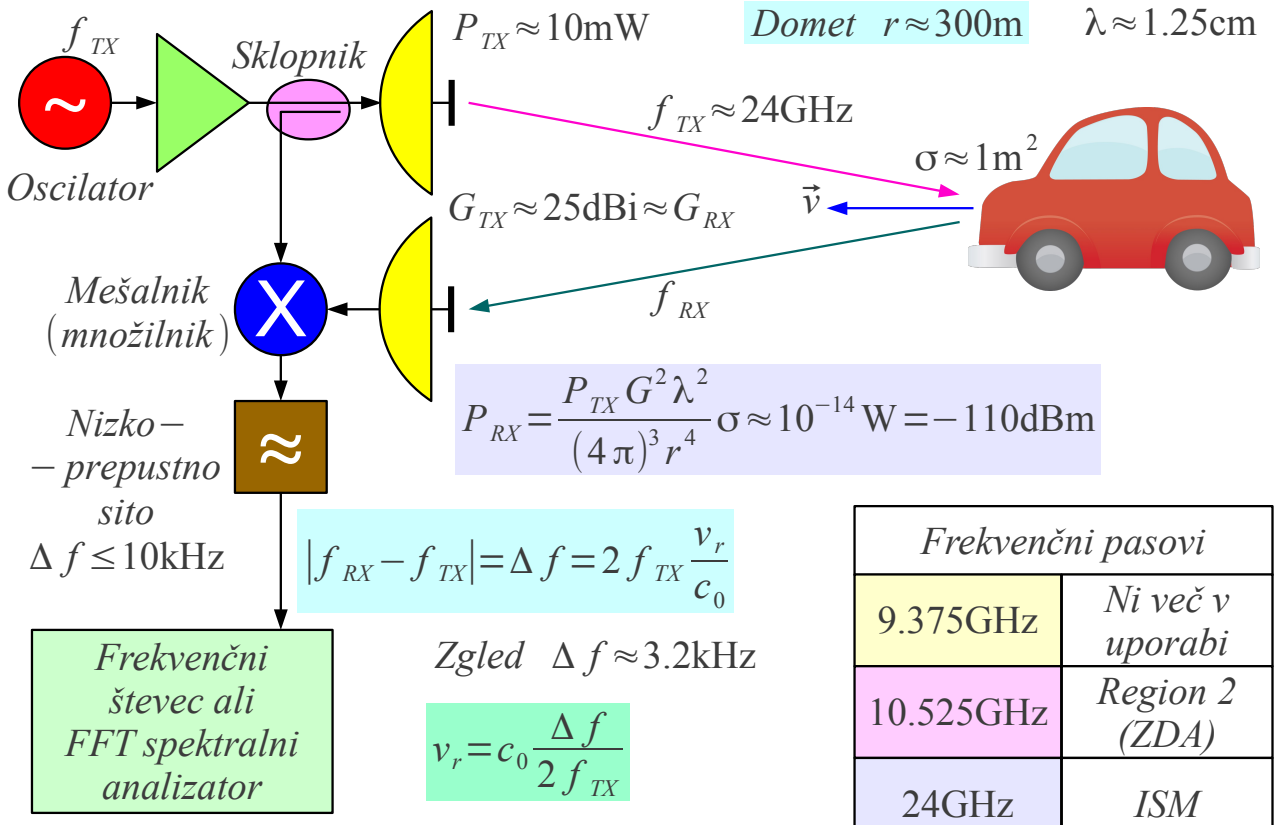
$$\Delta\omega = \omega' - \omega \approx -\frac{\omega}{c_0}\frac{dr}{dt} = -\frac{\omega}{c_0}\frac{(\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX}) \cdot (\vec{v}_{TX} - \vec{v}_{RX})}{|\vec{r}_{TX} - \vec{r}_{RX}|}$$

Albert Einstein je leta 1905 končno pravilno razložil najbolj znani neuspeli poskus iz fizike, ko sta Albert A. Michelson in Edward W. Morley leta 1887 s silno natančnim interferometrom zaman iskala "eter" oziroma snov, po kateri naj bi potovala svetloba po teoriji tedanjih fizikov. Posebna teorija

relativnosti zahteva, da sta v praznem prostoru faza oziroma frekvenca sprejema neodvisna od izbire koordinatnega sistema, pač pa le od razdalje med sprejemnikom in oddajnikom $r=|\vec{r}_{TX}-\vec{r}_{RX}|$ oziroma njenega časovnega odvoda dr/dt . Dopplerjev pomik frekvence znaša $\Delta\omega=-(\omega/c_0)dr/dt$ oziroma $\Delta f=-(f/c_0)dr/dt$. Frekvenca se zviša pri približevanju sprejemnika k oddajniku ter zniža pri oddaljevanju sprejemnika od oddajnika.

Hitrost vozil oziroma premikanje oseb in predmetov zaznavamo s preprostim Dopplerjevim radarjem, ki vsebuje nemoduliran (CW) oddajnik majhne moči $P_{TX}\approx 10\mathrm{mW}$ in dve razmeroma majhni anteni $G_{TX}=G_{RX}\leq 25\mathrm{dBi}$. Glede na skromne zahteve radijske zveze presluh med oddajno in sprejemno anteno ni hudo moteč. Preprost CW Dopplerjev radar lahko deluje tudi z eno samo skupno anteno za oddajo in sprejem.

Ker gre radijski signal do cilja in se od tam vrača nazaj v sprejemnik, radar opazi dvakraten Dopplerjev pomik $\Delta f=2f_{TX}v_r/c_0$, ki je sorazmeren dvakratni radialni komponenti hitrosti cilja $v_r=\vec{1}_r\cdot\vec{v}$:



CW Dopplerjev radar

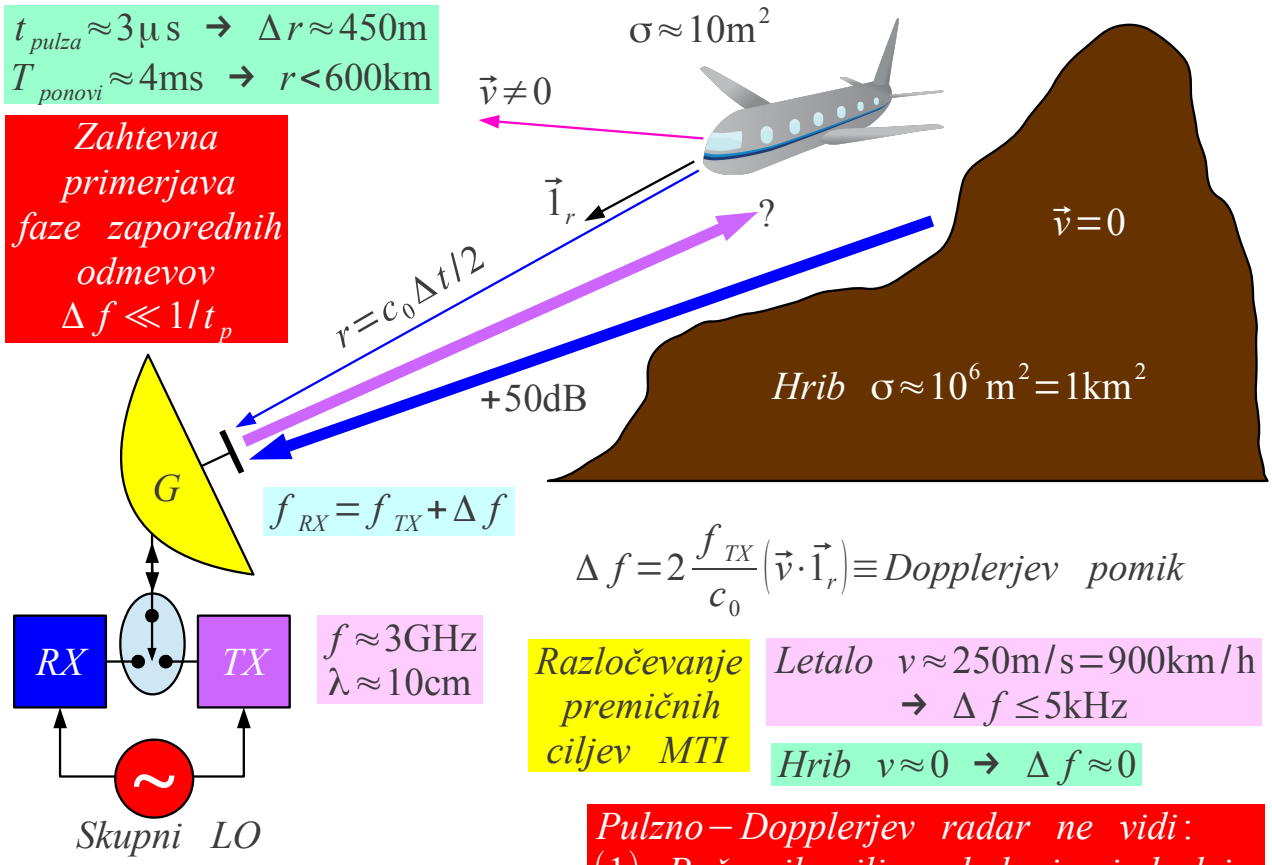
Frekvenčni pasovi	
9.375GHz	Ni več v uporabi
10.525GHz	Region 2 (ZDA)
24GHz	ISM
34GHz	Licenciran

Podobno kot v FMCW radarju višinomerja tudi v merilniku hitrosti s CW

Dopplerjevim radarjem dobimo merjeno veličino, razliko frekvenc Δf s pomočjo mešalnika (električni množilnik). Z uporabo dveh mešalnikov v kvadraturi, ki delujeta s fazno razliko $\Delta\phi=\pi/2$, lahko celo ugotovimo predznak razlike frekvenc Δf oziroma ločimo med cilji, ki se približujejo oziroma oddaljujejo od radarja. Nizkofrekvenčni FFT spektralni analizator omogoča ločiti med sabo cilje, ki se premikajo z različnimi hitrostmi glede na radar.

Policijski merilniki hitrosti so nekoč delovali na frekvenci $f\approx 9.375\mathrm{GHz}$, danes pa omogočajo natančnejše meritve v licenčnem pasu $f\approx 34\mathrm{GHz}$. Prometni znaki z opozorilniki prekoračitve dovoljene hitrosti delujejo v nelicenčnem pasu $f\approx 24\mathrm{GHz}$. Ameriški radarski detektor nas v Evropi zanesljivo pripelje do vrat veleblagovnice ali bencinske črpalke, ki se samodejno odpirajo z detektorjem gibanja na frekvenci $f\approx 10.525\mathrm{GHz}$, izdelanim za ameriško tržišče...

Sodoben letalski radar izkorišča Dopplerjev pojav v drugačen namen. Radarska antena omejene smernosti težko opazi potniško letalo s povprečno odmevno površino $\sigma\approx 10\mathrm{m}^2$, ki ima v ozadju hrib s pet velikostnih razredov večjo odmevno površino $\sigma\approx 10^6\,\mathrm{m}^2$:



Pulzno-Dopplerjev RADAR

Meritev Dopplerjevega pomika v pulzno-Dopplerjevem radarju ni preprosta. Dopplerjev pomik je dosti manjši $\Delta f \ll 1/t_{pulza}$ od spektralne širine radarskega impulza in hkrati večji $\Delta f > 1/T_{ponovi}$ od frekvence ponavljanja impulzov. Radar potrebuje zahtevno primerjavo faze zaporednih odmevov. Za meritev faze mora biti oddajnik radarja natančno sinhroniziran s sprejemnikom s pomočjo skupnega lokalnega oscilatorja.

Kljub velikim tehnološkim dosežkom radarjev glede na magnetron iz druge svetovne vojne, ki je danes končal v gospodinjski mikrovalovni pečici, sodobni letalski pulzno-Dopplerjev radar z MTI (angleško: Moving-Target Indicator) ne zazna ciljev, ki se premikajo tangencialno $\vec{v} \perp \vec{r}$ glede na radar. Pulzno-Dopplerjev radar ne zazna počasnih ciljev, kot so baloni ali jadralna letala. Pri majhnih in počasnih zrakoplovih pulzno-Dopplerjev radar zazna le vrteče dele, kot sta propeler športnega letala ali rotor helikopterja.

Radar, ki zazna odboj valovanja od pasivnega cilja, imenuje civilna kontrola letenja tudi primarni radar. Primarni radar je pogosto neugoden za uporabo, ker ne zazna tangencialnih ciljev. Vremenski pojavi, veter in dež povečujejo motnje mirujočega ozadja (angleško: clutter). Primarni radar niti ne more določiti, za katero letalo sploh gre. Omejena smernost radarske antene niti ne more določiti višine letala z zahtevano natančnostjo.

Civilna kontrola letenja večinoma uporablja sekundarni radar. Sekundarni radar pošilja vprašanja na frekvenci $f = 1030\mathrm{MHz}$. Aktivni odzivnik na krovu letala odgovarja na frekvenci $f = 1090\mathrm{MHz}$ s predpisano zakasnitvijo $\Delta t = 3\,\mu\mathrm{s}$ v načinih "A" ali "C" oziroma $\Delta t = 128\,\mu\mathrm{s}$ v načinu "S".

Sekundarni radar se je razvil iz odzivnika lasten-tuj (angleško: IFF ali Identification Friend or Foe). Glavni namen IFF je preprečiti, da protiletalska obramba sestreli lastna letala. Zavezniški IFF mode "3", ki ga sile osi med drugo svetovno vojno niso znale razvozlati, natančno odgovarja načinu delovanja "A" sodobnega sekundarnega radarja.

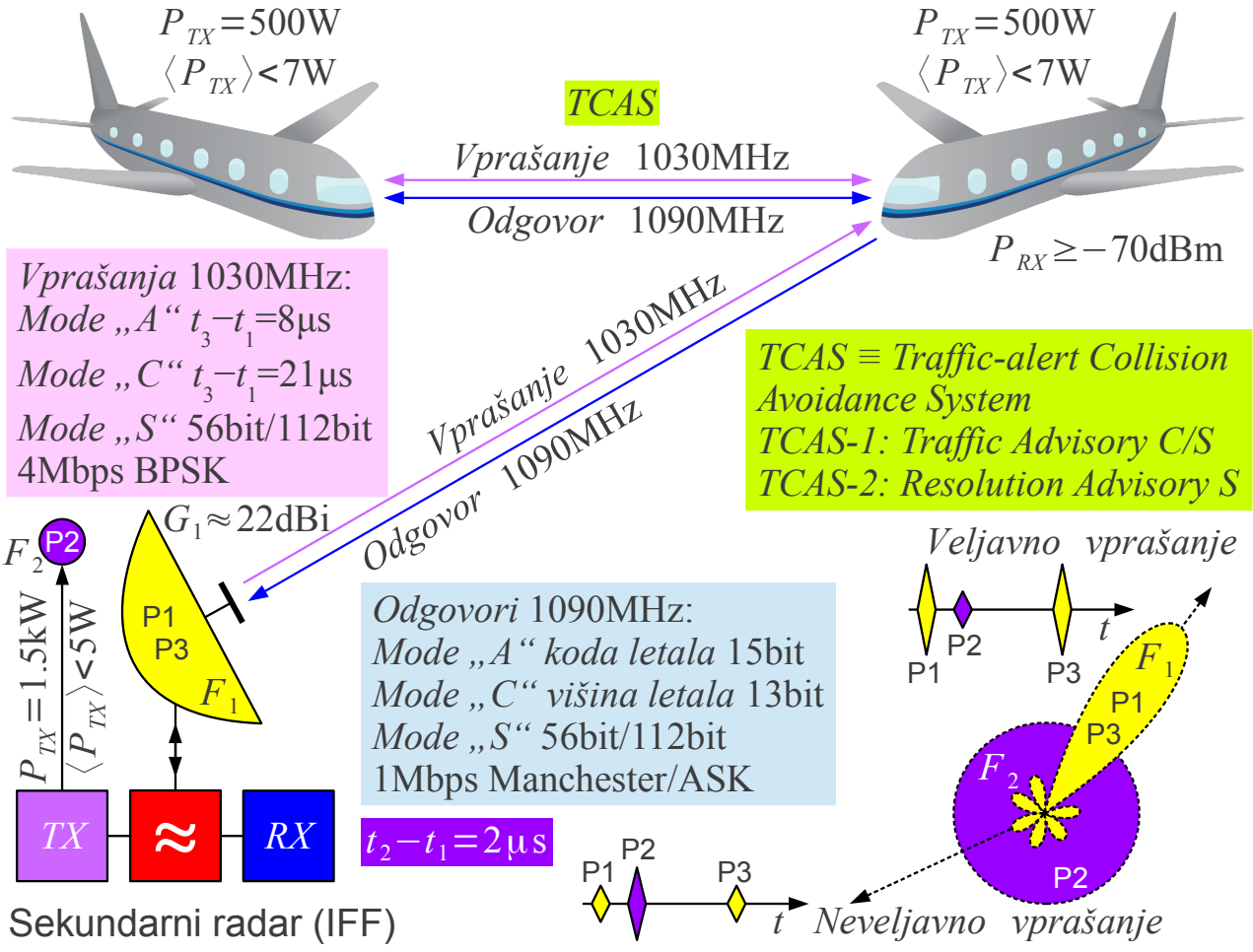
Sekundarni radar uporablja dve preprosti radijski zvezi v praznem prostoru. Radarska antena na tleh ima dobitek $G \approx 22\mathrm{dBi}$ ali manj. Odzivnik na krovu letala je opremljen z neusmerjeno anteno, monopolom nad kovinsko površino letala. Kljub majhnim močem oddajnikov radarja in odzivnika deluje sekundarni radar z veliko rezervo $P_{RX} \geq -70\mathrm{dBm}$ do vseh letal nad obzorjem.

Sekundarni radar lahko pošilja različna vprašanja in dobi nazaj različne

odgovore. Vprašanje mode "A" sestavljata dva impulza P1 in P3 dolžine $t_{pulza}=0.8\,\mu s$ z medsebojno zakasnitvijo $t_3-t_1=8\,\mu s$. Odgovor "A" vsebuje dva impulza za sinhronizacijo, do 12 impulzov za oznako letala (angleško: squawk code) in še en impulz za dodatno identifikacijo letala. Vsi impulzi odgovora so dolžine $t_{pulza}=0.45\,\mu s$ na medsebojnih razdaljah, ki so celoštevilski mnogokratnik $\Delta t=N\cdot 1.45\,\mu s$.

Vprašanje "C" vsebuje dva impulza P1 in P3 z medsebojno zakasnitvijo $t_3-t_1=21\,\mu s$. Odgovor "C" vsebuje dva impulza za sinhronizacijo in do 11 impulzov za tlačno višino letala z ločljivostjo $\Delta h=100\text{čevljev}\approx 30.48\text{m}$. Sekundarni radar torej sam po sebi s svojo majhno anteno ne zna izmeriti višine letala, pač pa se zanaša na podatek tlačnega višinomerja na krovu letala.

Novejši mode "S" (MIT Lincoln Labs 1975) omogoča dvosmerni podatkovni promet med radarjem in letalom. Podatkovni okvirji mode "S" vsebine 56 ali 112 bitov lahko naslavljajo določeno letalo, kar naj bi povečalo zmogljivost enega radarja na 900 letal v primerjavi z nadzorom 400 letal mode "A" ali "C":



Sekundarni radar je dovolj majhen, da ne predstavlja večjega bremena na krovu potniškega letala. Sekundarni radar TCAS (angleško: Traffic-alert Collision Avoidance System) ima zelo majhno anteno, električno nastavljivo skupino štirih monopolov, ki je z upoštevanjem neželjenih odbojev od strukture letala sposobna ugotoviti azimut cilja s točnostjo $|\Delta\alpha| \leq 30°$. Manjšo anteno na krovu letala upravičuje smiselni domet TCAS, ki je za en velikostni razred manjši od dometa sekundarnega radarja na tleh.

TCAS-1 pošilja vprašanja mode "C" in se zanaša na tlačno višino, s katero mu odgovarja odzivnik cilja. TCAS-1 opozori pilota z govornim sporočilom "Traffic Advisory", ki vsebuje izmerjeno oddaljenost cilja iz zakasnitve odgovora, približen azimut cilja in posredovano tlačno višino. Glede na nenatančnost določanja azimuta smeri se letala vedno izogibajo med sabo po tlačni višini.

TCAS-2 dodatno uporabi podatkovni protokol mode "S", da se z drugim letalom samodejno dogovori, kaj storiti v primeru nevarnosti trčenja. TCAS-2 s svojo odločitvijo opozori pilota obeh letal z govornim sporočilom "Resolution Advisory" kako ravnati, da se izogneta trčenju. Sporočilo "Resolution Advisory" ima po veljavnih letalskih predpisih višjo prioriteto od ukaza kontrole letenja.

Ne glede na način delovanja sekundarnega radarja "A", "C" ali "S" odzivnik na krovu letala ne more ločiti med vprašanjem glavnega snopa antene F_1 oddaljenega radarja in vprašanjem stranskega snopa F_1 bližnjega radarja. Odgovor letala na neveljavno vprašanje pomeni zelo velike motnje v sistemu. Kot protiukrep radar na tleh oziroma TCAS na krovu letala oddaja dodatni impulz P2 oziroma SLS (angleško: Side-Lobe Suppression) na neusmerjeno anteno F_2 na isti frekvenci $f = 1030\text{MHz}$ z zakasnitvijo $t_2 - t_1 = 2\,\mu\text{s}$ glede na impulz P1.

Odzivnik odgovarja samo na vprašanja, kjer je sprejeti impulz P1 močnejši od sprejetega impulza P2. Vprašanja, kjer jakost sprejema impulza P2 presega jakost sprejema impulza P1, so neveljavna. V načinu "S" se impulz SLS oddaja na neusmerjeno anteno F_2 hkrati s sinhronizacijskim vzorcem podatkovnega okvirja na usmerjeni anteni F_1. Sinhronizacija okvirja mode "S" je uspešna samo v primeru, ko je namerna motnja z neusmerjene antene F_2 dovolj oslabljena, torej samo v glavnem snopu usmerjene antene F_1.

* * * * *

16. Zemeljsko ozračje

Zrak pogosto obravnavamo povsem enako kot prazen prostor (vakuum), ki za radijsko valovanje nima dielektričnih $\epsilon \approx \epsilon_0$ lastnosti niti feromagnetnih $\mu \approx \mu_0$ lastnosti niti izgub $\gamma \approx 0$. Pri tlaku $p \approx 1\mathrm{bar}$ so plini sicer za tri velikostne razrede redkejši od tekočin in trdnih snovi, vendar še vedno učinkujejo na elektromagnetno valovanje. Radijske valove ločijo od svetlobe rezonance molekul zraka, kjer v vmesnem področju slabljenje preseže $-1000\mathrm{dB/km}$.

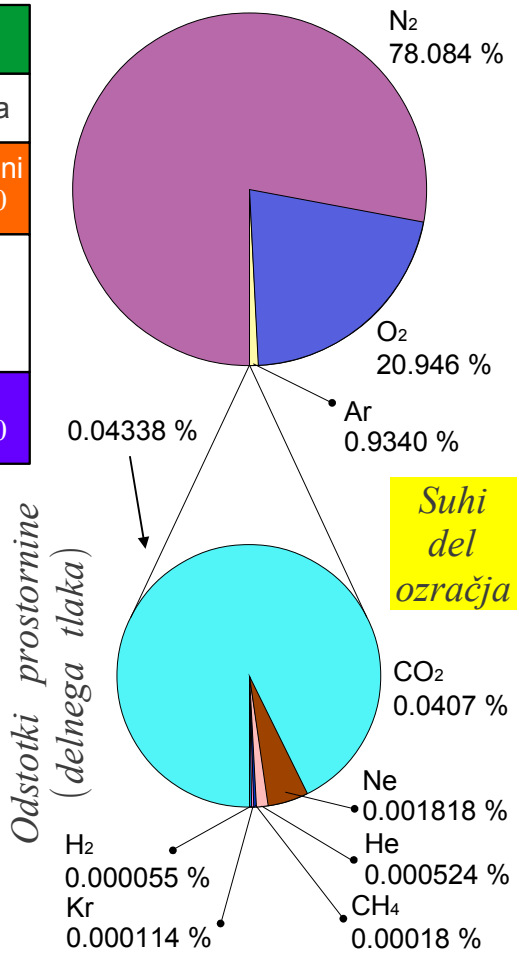
Učinki na elektromagnetno valovanje se razlikujejo glede na gostoto in sestavo ozračja. Gostota ozračja zvezno upada z višino vse do "praznine" vesolja, ki sploh ni dober vakuum! Mejo ozračja Zemlje preprosto postavimo tja, kjer prevladajo delci Sončevega vetra. Temperatura ozračja z nadmorsko višino h upada (troposfera, mezosfera) oziroma z nadmorsko višino h narašča (stratosfera, termosfera) zaradi različnih fizikalnih pojavov:

Plast ozračja	Višina h	Temperatura	EM učinek
Eksosfera	>700km	dT/dh≈0	Praznina vesolja
Termosfera	80km−700km	dT/dh>0	Ionosfera elektroni $\varepsilon_r(\omega)<1$ $\gamma(\omega)>0$
Mezosfera	50km−80km	dT/dh<0	Brez večjega učinka (O_3)
Stratosfera	12km−50km	dT/dh>0	
Troposfera	0−12km	dT/dh<0	Nevtralni plini $\varepsilon_r(\omega)>1$ $\gamma(\omega)>0$

Mokri del ozračja

0.4% vodne pare v povprečju
1% vodne pare ob gladini morja
5% vodne pare v vročih tropskih krajih

vsebnost vodne pare hitro upada s temperaturo/višino

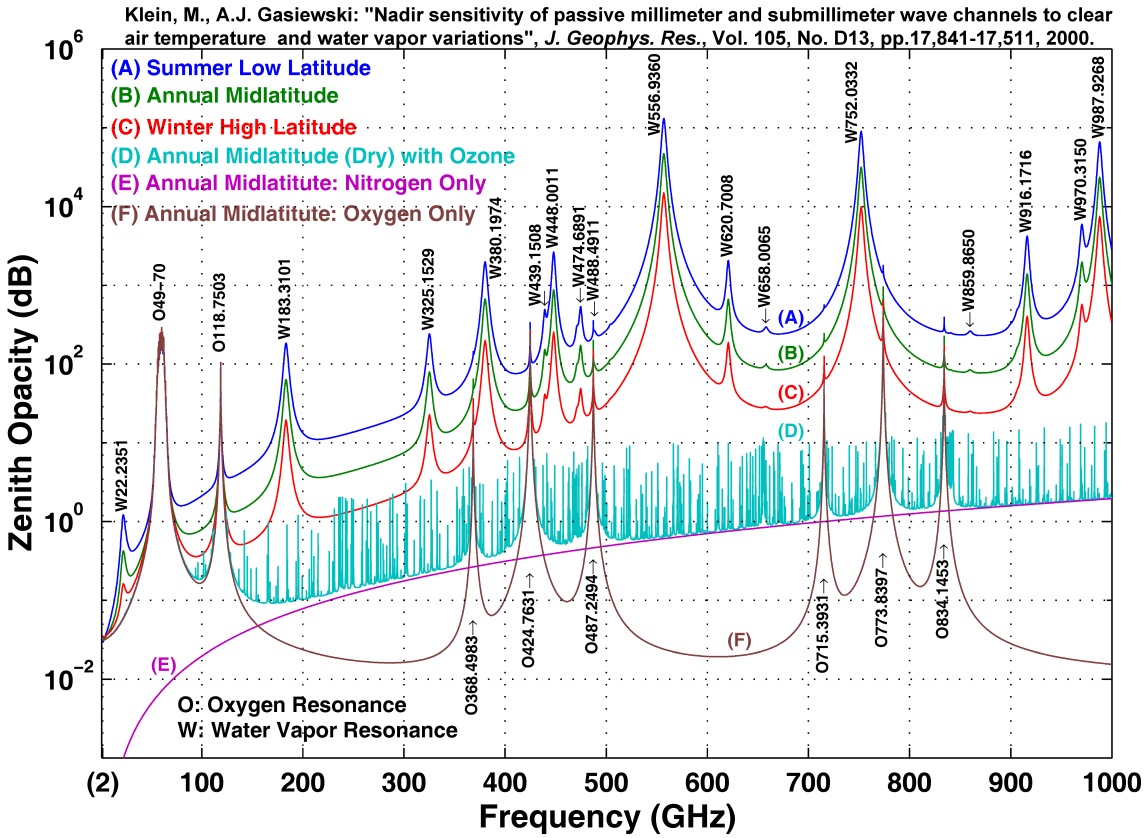


Sestava zemeljskega ozračja

Odstotke sestavin ozračja običajno pišemo kot prostorninske deleže

oziroma delne tlake plinastih sestavin. Molekula kisika O_2 je le malenkost težja od molekule dušika N_2 oziroma atomov argona Ar . Pač pa so molekule vodne pare H_2O skoraj pol lažje od molekule kisika, zato je masni delež vodne pare skoraj pol manjši od njenega prostorninskega deleža. Vodna para je prozoren plin, ki ga ne vidimo za razliko od oblakov iz kapljic tekoče vode oziroma iz kristalčkov ledu.

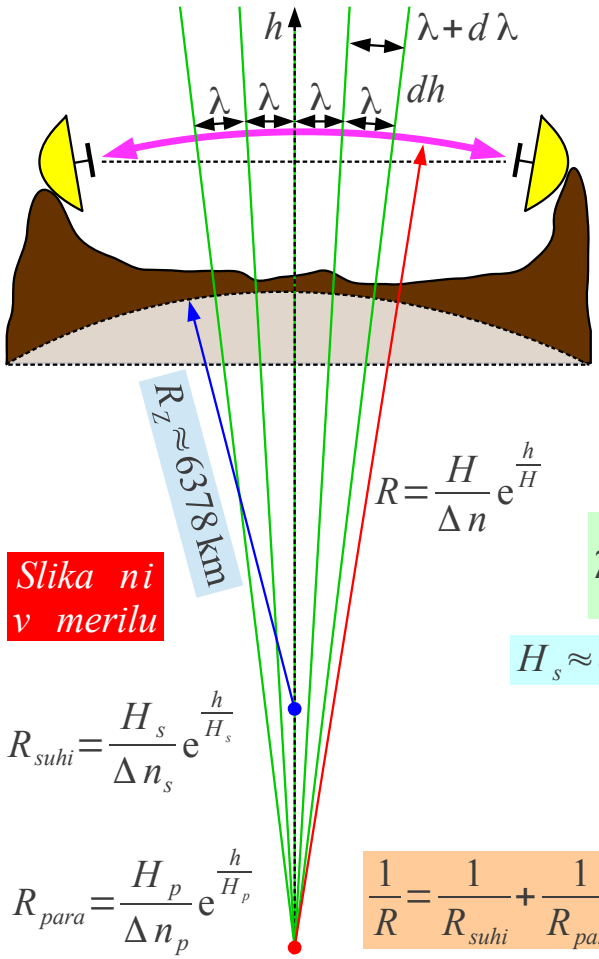
Od vseh sestavin ozračja brez oblakov imata na radijske valove največji učinek vodna para H_2O in molekularni kisik O_2 . Vodna para ima najnižjo rezonančno frekvenco $f \approx 22\mathrm{GHz}$, molekularni kisik O_2 pa več rezonanc v frekvenčnem pasu okoli $f \approx 60\mathrm{GHz}$. Ozon O_3 v stratosferi šibko vpija številne ozke črte:



Zenitno slabljenje zemeljskega ozračja

Slabljenje vodne pare pri frekvenci $f \approx 22\mathrm{GHz}$ zelo niha okoli povprečne vrednosti $-0.2\mathrm{dB/km}$ tik nad morsko gladino glede na vsebnost vodne pare, ki s temperaturo narašča. Slabljenje kisika v pasu $f \approx 60\mathrm{GHz}$ dosega $-14\mathrm{dB/km}$ tik nad morsko gladino. Izredno močna rezonanca vodne pare pri $f \approx 557\mathrm{GHz}$ dodaja širokopasovno slabljenje tudi na dosti nižjih frekvencah v pasu $20\mathrm{GHz} < f < 200\mathrm{GHz}$.

Lomni količnik ozračja se za radijske valove in vidno svetlobo le malenkost razlikuje od enote. Odstopanje lomnega količnika od enote $\Delta n\,\mathrm{e}^{-h/H}$ v troposferi eksponentno upada z višino po barometerski enačbi. Kljub močnim rezonancam kisika okoli $f\approx 60\mathrm{GHz}$ odstopanje lomnega količnika Δn upade za manj kot odstotek pod $f<100\mathrm{GHz}$ in se razpolovi za vidno svetlobo:



Lom radijskih valov v troposferi

Dobro premešano ozračje

$$n(h)=\sqrt{\epsilon_r(h)}\approx 1+\Delta n\,\mathrm{e}^{-\frac{h}{H}}$$

Suhi del

$$H_s\approx\begin{Bmatrix}9\mathrm{km} & poleti\\ 8\mathrm{km} & pozimi\end{Bmatrix}$$

$$\Delta n_s\approx\begin{Bmatrix}0.0003 & radio\\ 0.00015 & vidna\ \ svetloba\end{Bmatrix}$$

Podobni trikotniki $\quad\frac{\lambda}{R}=\frac{\lambda+d\lambda}{R+dh}=\frac{d\lambda}{dh}$

$$\lambda(h)=\frac{\lambda_0}{n(h)}\ \rightarrow\ \frac{d\lambda}{dh}=-\frac{\lambda_0}{n^2}\frac{dn}{dh}\approx\lambda\frac{\Delta n}{H}\mathrm{e}^{-\frac{h}{H}}$$

$$H_s\approx 8.5\mathrm{km}\ \rightarrow\ R_{suhi}(h=0)\approx 28300\mathrm{km}\quad(radio)$$

Upoštevanje vodne pare $H_p\approx 1.5\mathrm{km}$

$$n(h)\approx 1+\Delta n_s\,\mathrm{e}^{-\frac{h}{H_s}}+\Delta n_p\,\mathrm{e}^{-\frac{h}{H_p}}$$

Slika ni v merilu

$$R=\frac{H}{\Delta n}\mathrm{e}^{\frac{h}{H}}$$

$$R_{suhi}=\frac{H_s}{\Delta n_s}\mathrm{e}^{\frac{h}{H_s}}$$

$$R_{para}=\frac{H_p}{\Delta n_p}\mathrm{e}^{\frac{h}{H_p}}$$

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_{suhi}}+\frac{1}{R_{para}}$$

$$R(h=0)\approx\begin{Bmatrix}25000\mathrm{km} & radio\\ 50000\mathrm{km} & vidna\ \ svetloba\end{Bmatrix}$$

Majhne spremembe lomnega količnika z višino imajo velik učinek na vodoravno radijsko zvezo ali svetlobno opazovanje. Ker lomni količnik upada z višino, se valovne fronte pahljačasto odpirajo. Iz podobnih trikotnikov lahko izračunamo krivinski polmer loka R, po katerem potuje valovanje. V zemeljskem ozračju niti svetloba ne potuje premočrtno!

V dobro premešanem ozračju je razmeroma preprosto določiti lom radijskih valov oziroma svetlobe v suhih sestavinah: dušik, kisik, argon. Poleti se ozračje otopli in napihne, da konstanta v eksponentu naraste na $H_s\approx 9\mathrm{km}$. Pozimi se ozračje ohladi in skrči, da konstanta v eksponentu upade na $H_s\approx 8\mathrm{km}$.

Pri konstantnem tlaku je odstopanje lomnega količnika Δn_s obratno sorazmerno absolutni temperaturi. Povprečni vrednosti $H_s \approx 8.5\mathrm{km}$ in $\Delta n_s \approx 0.0003$ dajeta krivinski polmer radijskih valov $R_{suhi} \approx 28300\mathrm{km}$ v popolnoma suhem ozračju brez vodne pare tik nad morsko gladino.

Težje je določiti učinek vodne pare, ker se njen delež v ozračju zelo spreminja. Tlak nasičenja vodne pare hitro upada s temperaturo, zato delež vodne pare hitro upada z nadmorsko višino. Razmeroma majhna konstanta $H_p \approx 1.5\mathrm{km}$ zelo povečuje lom valovanja v prisotnosti vodne pare.

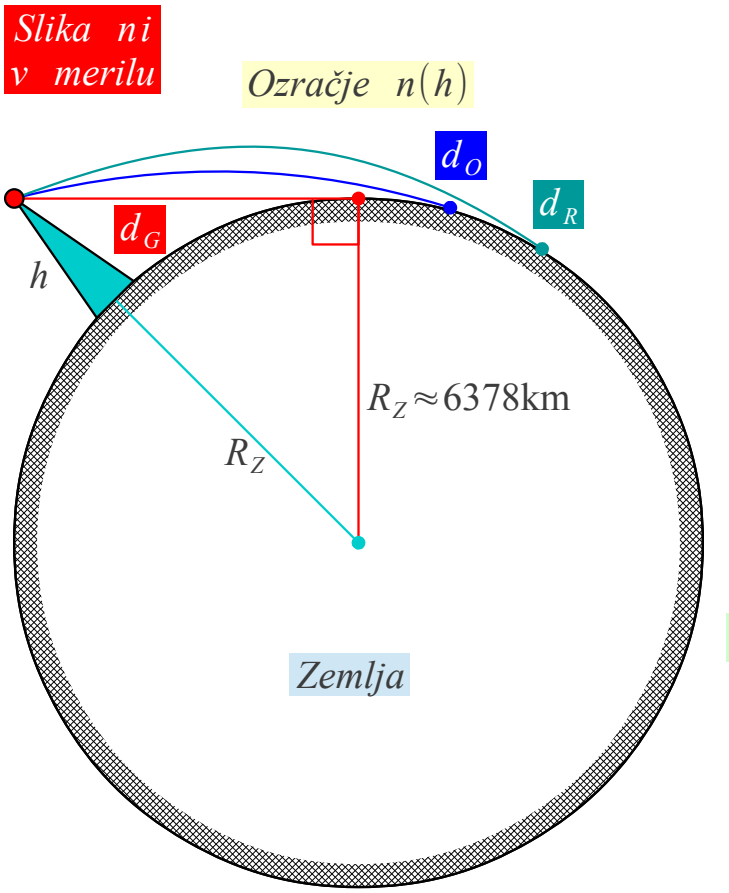
Obratno vrednost krivinskega polmera imenujemo ukrivljenost $1/R$. Skupna ukrivljenost $1/R = 1/R_{suhi} + 1/R_{para}$ je vsota ukrivljenosti suhega dela in vodne pare. Skupni krivinski polmer znaša približno $R \approx 25000\mathrm{km}$ tik nad gladino morja za radijske valove in dvakrat več za svetlobo. Skupni krivinski polmer narašča z nadmorsko višino in postane neskončno velik v praznini vesolja.

Geometrijsko vidljivost d_G iz stolpa ali vzpetine določene višine h do obzorja določa Pitagorov izrek. Optična vidljivost $d_O > d_G$ je večja od geometrijske, ker se svetloba širi po loku. Radijska vidljivost $d_R > d_O$ je še večja od optične, ker radijski valovi še bolj ukrivljajo proti površju Zemlje od svetlobnih žarkov.

Računanje z ukrivljenostmi zelo poenostavi določanje vidljivosti. Od ukrivljenosti Zemlje preprosto odštejemo ukrivljenost žarka valovanja $1/R_Z - 1/R = 1/R_{eff}$. Namesto resničnega polmera Zemlje R_Z vstavimo v Pitagorov izrek efektivni polmer Zemlje R_{eff}.

Efektivni polmer Zemlje v dobro premešanem ozračju znaša tik nad gladino morja približno $R_{eff} \approx 8650\mathrm{km} \approx (4/3) R_Z$ štiri tretjine resničnega polmera Zemlje. Razmerje $R_{eff}/R_Z = K$ označimo z veliko črko K. Ko bi na našem planetu imeli štirikrat gostejše ozračje enake sestave z zračnim tlakom $p \approx 4\mathrm{bar}$, bi šel efektivni polmer v neskončnost $R_{eff} \to \infty$.

Radijski valovi bi pri dovolj visokem zračnem tlaku $p \geq 4\mathrm{bar}$ lahko preprosto sledili ukrivljenosti Zemlje. Svetloba se manj lomi, zato je efektivni polmer Zemlje za svetlobo komaj $R_{eff} \approx 7310\mathrm{km}$ tik nad gladino morja. Kljub temu na površini planeta Venera pri $p \approx 93\mathrm{bar}$ večinoma CO_2 obzorja ni...



Geometrijska, optična in radijska vidljivost

$$R \approx \begin{cases} 25000\text{km} & \textit{radio} \\ 50000\text{km} & \textit{vidna svetloba} \end{cases}$$

Odštevanje ukrivljenosti

$$\frac{1}{R_{eff}} = \frac{1}{R_Z} - \frac{1}{R}$$

$$R_{eff} \approx \begin{cases} 8560\text{km} & \textit{radio} \\ 7310\text{km} & \textit{vidna svetloba} \end{cases}$$

$$K = \frac{R_{eff}}{R_Z} \approx \frac{4}{3} \quad (\textit{radio})$$

Geometrijska vidljivost

$$d_G = \sqrt{(R_Z + h)^2 - R_Z^2} \approx \sqrt{2 R_Z h}$$

Zgled $h = 100\text{m} \rightarrow d_G \approx 35.7\text{km}$

Optična / radijska vidljivost

$$d = \sqrt{(R_{eff} + h)^2 - R_{eff}^2} \approx \sqrt{2 R_{eff} h}$$

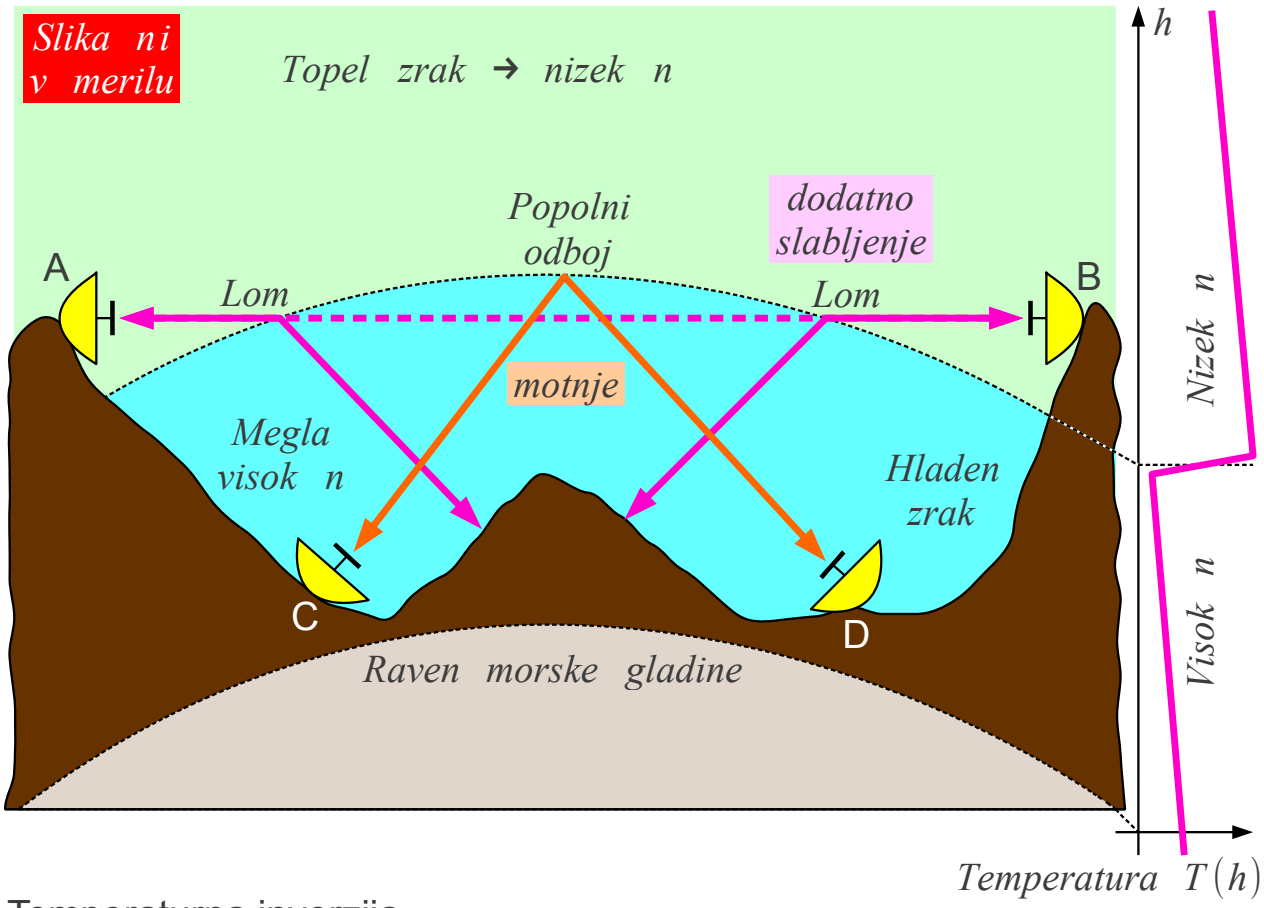
Zgled $h = 100\text{m} \rightarrow$

$$d \approx \begin{cases} 41.4\text{km} & \textit{radio} \\ 38.2\text{km} & \textit{vidna svetloba} \end{cases}$$

Efektivni polmer upada z nadmorsko višino proti resničnemu polmeru Zemlje $R_{eff} \rightarrow R_Z$. Pri višini stolpa oziroma vzpetine $h = 100\text{m} \ll H_s, H_p$ smemo spremembe krivinskega polmera žarkov in efektivnega polmera Zemlje z nadmorsko višino zanemariti. Gledano iz višine $h = 100\text{m}$ se nahaja geometrijsko obzorje na oddaljenosti $d_G = 35.7\text{km}$, vidno obzorje na razdalji $d_O = 38.2\text{km}$ in radijsko obzorje na razdalji $d_R = 41.4\text{km}$.

Pojavi v zemeljskem ozračju niso preprosti. Poleg velikih sprememb vsebnosti vodne pare sploh ni nujno, da je ozračje dobro premešano. V primeru temperaturne inverzije hladen zrak v dolinah prekriva toplejši zrak v višinah. Potek lomnega količnika z nadmorsko višino tedaj ne sledi barometerski enačbi. Običajni $K \approx 4/3$ lahko postane v določenih vremenskih razmerah tudi manjši od enote $K < 1$.

Lom valovanja na meji temperaturne inverzije lahko dodatno poveča slabljenje radijske zveze med točkama A in B na sliki. Popolni odboj na meji toplotne inverzije lahko vzpostavi radijsko vidljivost med točkama C in D na sliki, kar lahko pomeni nepredvidene motnje:



Temperaturna inverzija

Temperaturna inverzija ni omejena na meglo v ozkih gorskih dolinah, pač pa se lahko razteza v vodoravni smeri na stotine ali celo tisoče kilometrov čez morje. Temperaturna inverzija lahko prekine skrbno načrtovano mikrovalovno zvezo z visoko zalogo dometa ali pa silno poveča domet radarja na krovu vojaške ladje. Kljub skrbnemu načrtovanju radijske zveze izpada ne moremo povsem preprečiti. Presih sprejema je snov naslednjega poglavja.

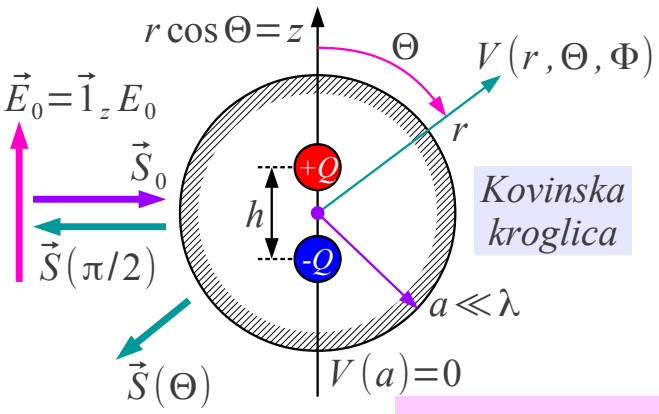
Poleg plinov so v ozračju prisotne tudi tekočine, večinoma kot dežne kapljice in trdne snovi, večinoma kot snežinke. Vodne pare ne vidimo. Vidni oblaki so sestavljeni iz dežnih kapljic oziroma snežink. Ker so dežne kapljice in snežinke dosti večje $a \gg \lambda$ od valovne dolžine vidne svetlobe, njihova odmevna površina ni odvisna od barve niti od polarizacije svetlobe. Za odmevno površino velja približek za veliko prevodno kroglo $\sigma \approx \pi a^2$. Oblake iz dežnih kapljic oziroma snežink zato vidimo bele barve.

Dežne kapljice oziroma snežinke so običajno dosti manjše $a \ll \lambda$ od valovne dolžine radijskih valov. Odboj elektromagnetnega valovanja na delcih, ki so dosti manjši od valovne dolžine, imenujemo Rayleighjevo sipanje (angleško: Rayleigh scattering). Rayleighjevo sipanje je obratno sorazmerno četrti potenci valovne dolžine. Odboj od delca v prečni smeri na širjenje

vpadnega valovanja je vedno premo polariziran.

Rayleighjevo sipanje izpeljemo iz odmevne površine majhne kovinske ali dielektrične kroglice. Ko je kroglica $a \ll \lambda$ dosti manjša od valovne dolžine, smemo računati električno polje $\vec{E}$ v njeni neposredni bližini preko enačb elektrostatike. V elektrostatiki $k = \omega / c_0 \to 0$ se valovna enačba za skalarni potencial poenostavi v $\Delta V \approx 0$.

Na površini kovinske kroglice mora biti potencial konstanten oziroma enak nič $V(r=a)=0$. Daleč proč od kroglice mora biti potencial nemoten $V(r \to \infty) = -E_0 z$. Elektrostatično nalogo reši točkasti električni dipol $Q\,h$ v središču kroglice. Zveznost toka in elektrine zahteva, da isti točkasti električni dipol seva kot tokovni element $I\,h$ v dinamiki:



Prazen prostor $\Delta V + k^2 V = 0$

$a \ll \lambda$ → *Statika* $\Delta V \approx 0$

Pogoja $V(a)=0$ *in* $V(\infty) = -E_0 z$

$$V(r,\Theta,\Phi) = E_0 \left(-r + \frac{a^3}{r^2} \right) \cos\Theta$$

Statika $$V_{dipol}(r,\Theta,\Phi) = \frac{Q\,h}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos\Theta}{r^2}$$

Zveznost $I = j\omega Q$

Sevanje točkastega dipola $$\vec{E} \approx \vec{1}_\Theta \frac{jkZ_0}{4\pi} I\,h \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta$$

$$Q\,h = 4\pi\epsilon_0 a^3 E_0 \;\to\; I\,h = 4\pi\epsilon_0 j\omega a^3 E_0 \;\to\; \vec{E} \approx -\vec{1}_\Theta k^2 a^3 E_0 \frac{e^{-jkr}}{r} \sin\Theta$$

Gostota sevane moči $$\vec{S}(\Theta) = \vec{1}_r \frac{|\vec{E}|^2}{2Z_0} = \vec{1}_r k^4 a^6 \frac{|E_0|^2}{2Z_0} \frac{\sin^2\Theta}{r^2} = \vec{1}_r k^4 a^6 |\vec{S}_0| \frac{\sin^2\Theta}{r^2}$$

$$\vec{S}(\Theta) = \vec{1}_r \frac{|\vec{S}_0|\sigma}{4\pi r^2} \;\;\&\;\; \sin\Theta = 1 \;\to\; \sigma = 4\pi r^2 \frac{|\vec{S}(\pi/2)|}{|\vec{S}_0|} = 4\pi k^4 a^6 = 64\pi^5 \frac{a^6}{\lambda^4}$$

Odmevna površina majhne krogle

Dielektrična kroglica $$\sigma = 64\pi^5 \frac{a^6}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$$

Iz gostote sevane moči tokovnega elementa izračunamo odmevno površino σ majhne kovinske kroglice. Odmev v smeri nazaj proti izvoru valovanja (monostatični radar) vedno ustreza maksimumu sevanja tokovnega elementa $\sin\Theta = 1$ ne glede na polarizacijo vpadnega vala. Odmev je sorazmeren kvadratu prostornine kroglice oziroma šesti potenci njenega polmera a^6 ter obratno sorazmeren četrti potenci valovne dolžine λ^{-4} .

Odmev od dielektrične kroglice prav tako opiše točkasti električni dipol. Rešitev elektrostatične naloge pri $a \ll \lambda$ zahteva dva ločena nastavka za potencial V_Z zunaj in V_N znotraj kroglice. Štiri konstante rešitev dveh diferencialnih enačb drugega reda določajo nemoten potencial daleč proč od kroglice $V(r \to \infty) = -E_0 z$, dva prestopna pogoja za tangencialno komponento električnega polja $\vec{E}_t(r=a)$ in normalno komponento električnega pretoka $D_n(r=a)$ ter odsotnost singularnosti v središču dielektrične kroglice $r=0$.

Jakost tokovnega elementa $I\,h$ pridobi faktor $K = (\epsilon_r - 1)/(\epsilon_r + 2)$, kar v končnem rezultatu za odmevno površino majhne kroglice pomeni:

$$\sigma_{dielektrik} = \sigma_{kovina} |K|^2 = \sigma_{kovina} \left| \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} \right|^2$$

Odmev majhne $a \ll \lambda$ kovinske ali dielektrične kroglice v poljubni smeri je sorazmeren kvadratu $\sin^2 \Theta$ smernega diagrama tokovnega elementa. Tokovni element je vedno zasukan v smer vpadnega električnega polja. Smerni diagram tokovnega elementa moramo upoštevati v primeru bistatičnega radarja oziroma opazovanja odmeva od majhne kroglice v poljubno smer. Ker je tokovni element vedno obrnjen v smeri vpadnega električnega polja, smerni diagram tokovnega elementa spreminja polarizacijo odmeva v poljubno smer.

Rayleighjevo sipanje je odmev od številnih majhnih $a \ll \lambda$ delcev. Ker odmevi od posameznih delcev med sabo niso sinhronizirani, pač pa imajo naključno fazo, se v povprečju seštevajo moči odmevov oziroma odmevne površine.

Molekule zraka so dosti manjši delci od valovne dolžine vidne svetlobe. Vijolično svetlobo ozračje vpija. Od ostalih barv se na molekulah zraka najbolj siplje modra svetloba. Popolnoma jasno nebo brez oblakov je zato modre barve.

Sipanje nepolarizirane sončne svetlobe proti bočnemu opazovalcu je popolnoma polarizirano zaradi smernih diagramov posameznih tokovnih elementov v molekulah ozračja. Fotografi znajo opisani naravni pojav spretno izkoristiti. Pred objektivom fotoaparata skrbno nastavijo polarizator, da oblaki in drugi predmeti izstopajo na temnem ozadju modrine neba.

Kapljice dežja so skoraj okrogle oblike premera v velikostnem razredu

$2a \approx 1\text{mm}$. Rayleighjevo sipanje mikrovalov $\lambda \approx 3\text{cm}$ na dežnih kapljicah omogoča premagovanje ukrivljenosti Zemlje in naravnih ovir v radijskih zvezah. Žal polarizacije Rayleighjevega sipanja na kapljicah dežja ne razumejo radioamaterji.

V frekvenčnem pasu $f \approx 10\text{GHz}$ radioamaterji večinoma uporabljajo vodoravno premo polarizacijo. Slednja se na kapljicah dežja siplje naprej in nazaj ter navzdol in navzgor od smeri vpadnega valovanja. Bočno sipanje levo in desno je v vodoravni ravnini zelo majhno, saj ustreza ničli $\sin\Theta \approx 0$ smernega diagrama vodoravnega tokovnega elementa!

Dosti let pred radioamaterji so Rayleighjevo sipanje radijskih valov na dežnih kapljicah izkoristili vremenoslovci. J. S. Marshall in W. M. Palmer sta leta 1948 našla povezavo med jakostjo padavin in radarskim odmevom od deževnega oblaka. Z naraščanjem jakosti padavin se povečuje velikost kapljic dežja. Z velikostjo kapljic narašča hitrost padanja kapljic. V skupnem računu je odmevna površina $\sigma = \alpha R^{8/5}$ sorazmerna potenci $8/5$ jakosti padavin:

Dežna kapljica $\sigma = \frac{\pi^5}{\lambda^4}\left|\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right|^2 (2a)^6$

$\left|\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right|^2 = |K|^2 \equiv \textit{dielektrični faktor}$

$\left|\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right|^2 \approx \begin{cases} 0.93 & (\textit{voda} \quad \epsilon_r \approx 80) \\ 0.21 & (\textit{led} \quad \epsilon_r \approx 3.5) \\ 1 & (\textit{kovina} \quad \epsilon_r \to \infty) \end{cases}$

Naključna faza $\rightarrow \sigma = \sum_i \sigma_i$

$Z = \frac{1}{\Delta V}\sum_i (2a_i)^6 \equiv \textit{faktor odboja}$

$\eta = \frac{d\sigma}{dV} = \frac{\pi^5}{\lambda^4}\left|\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right|^2 Z \quad \leftarrow \quad Z[\text{m}^3]$

Dež $\sigma = V\eta = V\frac{\pi^5}{\lambda^4}\left|\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2}\right|^2 Z$

Odmevna površina padavin

J. S. Marshall & W. M. Palmer 1948

$R\left[\frac{mm}{h}\right] \equiv \textit{jakost padavin}$

$Z\left[\frac{mm^6}{m^3}\right] = 200\,R^{1.6} \qquad R = \left(\frac{Z}{200}\right)^{0.625}$

$Z_{\text{dBZ}} = 10\log_{10}\frac{Z}{Z_0} \qquad Z_0 = \frac{1\text{mm}^6}{1\text{m}^3} = 10^{-18}\,\text{m}^3$

Padavine	*R*[mm/h]	*Z*[dBZ]	*Z*[m^3]	*Barva*
Toča	205mm/h	60dBZ	10^{-12}m^3	
	100mm/h	55dBZ	$3\cdot10^{-13}$m^3	
Naliv	49mm/h	50dBZ	10^{-13}m^3	
	24mm/h	45dBZ	$3\cdot10^{-14}$m^3	
Dež	12mm/h	40dBZ	10^{-14}m^3	
	5.6mm/h	35dBZ	$3\cdot10^{-15}$m^3	
	2.7mm/h	30dBZ	10^{-15}m^3	
Rosenje	1.3mm/h	25dBZ	$3\cdot10^{-16}$m^3	
	0.6mm/h	20dBZ	10^{-16}m^3	

Zaradi visoke relativne dielektričnosti tekoče vode $\epsilon_r \approx 80$ se odboj

od kapljice dežja $|K|^2 \approx 0.93$ kaj dosti ne razlikuje od odboja od enako velike kovinske kroglice. Relativna dielektričnost ledu je okoli $\epsilon_r \approx 3.5$, kar daje nižji dielektrični faktor $|K|^2 \approx 0.21$. Snežinke so precej večje od kapljice dežja iste mase. Odmev od snežink je zato podoben odmevu od dežja. Največji radarski odmev dajejo snežinke, ki se ravno začenjajo taliti.

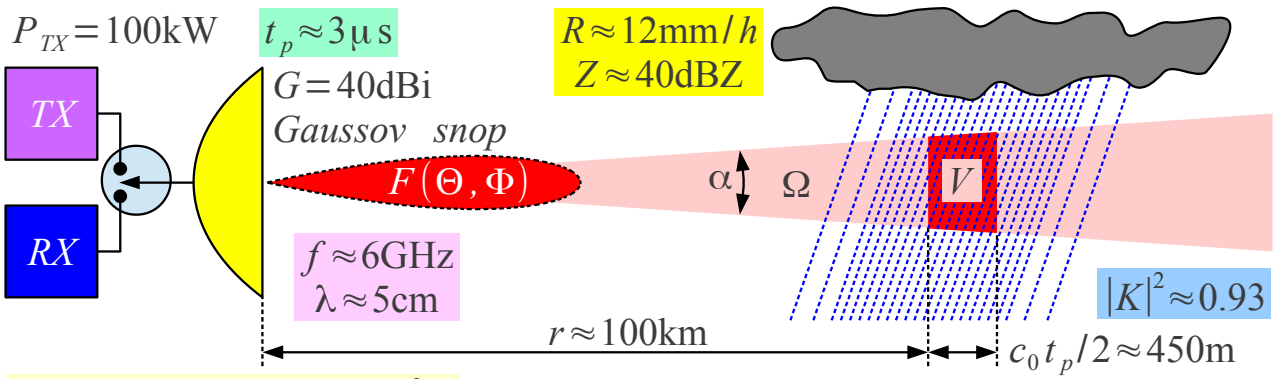
Odmev od padavin opisuje faktor odboja Z . Faktor odboja $Z = 1\mathrm{mm}^6/1\mathrm{m}^3$ pomeni eno kapljico dežja premera $2a = 1\mathrm{mm}$ v enem kubičnem metru zraka. Pozor, konstanta 200 v enačbi Marshall-Palmer ima merske enote $[(mm^6/m^3)/(mm/h)^{1.6}]$! Faktor odboja Z vremenoslovci pogosto navajajo v logaritemskih merskih enotah $[\mathrm{dBZ}]$ glede na dogovorjeno referenco milimetrske kapljice v kubičnem metru $Z_0 = 1\mathrm{mm}^6/1\mathrm{m}^3 = 10^{-18}\mathrm{m}^3$.

Zaradi naključne faze prispevkov je odmevna površina deževnega oblaka preprosto vsota odmevnih površin posameznih kapljic. Gostoto odmevne površine v enoti prostornine oblaka $\eta = d\sigma/dV$ izračunamo za izbrano valovno dolžino iz faktorja odboja Z , ki ga moramo vnesti v enačbo za odmevno površino v merskih enotah MKSA $[m^3]$.

Jakost padavin R lahko izračunamo iz faktorja odboja Z , ki ga izmerimo z vremenskim radarjem. Velikostni razred faktorja odboja Z se giblje v mejah od $20\mathrm{dBZ}$ (šibko rosenje) vse do $60\mathrm{dBZ}$ (hud naliv s točo). Na radarskih slikah padavin je faktor odboja Z pogosto prikazan z barvno lestvico. Pozor, v uporabi so različne barvne lestvice!

Vremenski radar je monostatični pulzni radar, ki običajno dela v pasu valovnih dolžin okoli $\lambda \approx 5\mathrm{cm}$. Rayleighjevo sipanje hitro upada pri večjih valovnih dolžinah. Pri krajših valovnih dolžinah je domet radarja omejen s slabljenjem znotraj oblaka padavin, več o tem kasneje.

Opazovana prostornina $V \approx \Omega r^2 c_o t_p/2$ deževnega oblaka je sorazmerna prostorskemu kotu sevanja radarske antene Ω , kvadratu oddaljenosti r^2 in trajanju radarskega impulza t_p . Ker odmevna površina cilja $\sigma = V\eta = \alpha r^2$ narašča s kvadratom razdalje, moč sprejetega odmeva v skupnem računu upada samo s kvadratom razdalje $P_{RX} = \alpha' r^{-2}$. Enačba vremenskega radarja se tu bistveno razlikuje od enačbe letalskega radarja $P_{RX} = \alpha'' r^{-4}$:



$$\vec{S}_0=\vec{1}_r\frac{P_{TX}G}{4\pi r^2}\frac{|F(\Theta,\Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2}$$

$$dV=\frac{c_0 t_p}{2}r^2\,d\Omega$$

$$\eta=\frac{d\sigma}{dV}=\frac{\pi^5}{\lambda^4}|K|^2 Z$$

$$40\mathrm{dBZ}=10^{-14}\,\mathrm{m}^3$$

$$dP_{RX}=\frac{G\lambda^2}{4\pi}\frac{|F(\Theta,\Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2}|d\vec{S}|$$

$$d\vec{S}=\frac{-\vec{S}_0}{4\pi r^2}\eta\,dV$$

Stožčast snop

$$F(\Theta)=\begin{cases}1 & (\Theta<\alpha/2)\\ 0 & (\Theta>\alpha/2)\end{cases}$$

$$I=\Omega\approx\frac{4\pi}{G}$$

$$P_{RX}=\frac{P_{TX}G^2\lambda^2}{(4\pi)^3 r^2}\eta\frac{c_0 t_p}{2}I \qquad I=\oiint_{4\pi}\left(\frac{|F(\Theta,\Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2}\right)^2 d\Omega$$

$$P_{RX}\approx\frac{P_{TX}G\lambda^2}{64\pi^2 r^2}\eta c_0 t_p=\frac{P_{TX}G\pi^3 c_0 t_p|K|^2}{64 r^2\lambda^2}Z\approx 1.62\cdot 10^{-10}\,\mathrm{W}$$

Gaussov snop

$$|F(\Theta)|^2=\mathrm{e}^{-(\Theta/\Theta_{-3\mathrm{dB}})^2\ln 2}$$

$$I\approx\frac{\pi\Theta_{-3\mathrm{dB}}^2}{2\ln 2}\approx\frac{2\pi}{G}$$

Vremenski radar

$$P_{RX}\approx 162\,\mathrm{pW}\approx -67.9\,\mathrm{dBm}$$

Snop antene vremenskega radarja ni brezhiben stožec s ploskim temenom in neskončno strmimi boki. Smerni diagram resnične antene $F(\Theta,\Phi)$ zvezno upada od osi največjega sevanja pri $\Theta_{MAX}=0$. Slednje ima dve posledici: prostornina V ni enakomerno osvetljena niti sprejem odmevov iz različnih delov prostornine ni enako močen.

Enačbe vremenskega radarja zato ne moremo zapisati samo s smernostjo D oziroma dobitkom G uporabljene antene, pač pa moramo o njenem smernem diagramu $F(\Theta,\Phi)$ vedeti še kaj več! Kot zgled izračunamo sprejeto moč odmeva za anteno monostatičnega radarja z rotacijsko-simetričnim glavnim snopom sevanja Gaussove oblike $|F(\Theta,\Phi)|^2=\mathrm{e}^{-(\Theta/\Theta_{-3\mathrm{dB}})^2\ln 2}$. Integral I je nekoliko drugačen od podobnega integrala za izračun smernosti antene:

$$I=\oiint_{4\pi}\left(\frac{|F(\Theta,\Phi)|^2}{|F(\Theta_{MAX}=0)|^2}\right)^2 d\Omega$$

Gaussov snop $|F(\Theta,\Phi)|^2=e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2\ln 2}$

Rotacijsko – simetričen snop $\alpha_E=\alpha_H=2\Theta_{-3dB}$

$$I=\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\left(e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2\ln 2}\right)^2\sin\Theta\, d\Theta\, d\Phi$$

$$D=\frac{4\pi|F(\Theta_{MAX}=0)|^2}{\oiint_{4\pi}|F(\Theta,\Phi)|^2 d\Omega}$$

Kraussov približek $D\approx\frac{\pi}{\Theta^2_{-3dB}}$

$$I=2\pi\int_0^{\pi} e^{-2(\Theta/\Theta_{-3dB})^2\ln 2}\sin\Theta\, d\Theta$$

$$D=\frac{4\pi}{\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2\ln 2}\sin\Theta\, d\Theta\, d\Phi}$$

$\Theta_{-3dB}\ll 1$

$\sin\Theta\approx\Theta$

$$I\approx 2\pi\int_0^{\infty} e^{-2(\Theta/\Theta_{-3dB})^2\ln 2}\Theta\, d\Theta$$

$$D\approx\frac{2}{\int_0^{\infty} e^{-(\Theta/\Theta_{-3dB})^2\ln 2}\Theta\, d\Theta}$$

$u=(\Theta/\Theta_{-3dB})^2$

Brezizgubna antena $G\approx D$

$$I\approx\pi\Theta^2_{-3dB}\int_0^{\infty} e^{-2u\ln 2}du=\frac{\pi\Theta^2_{-3dB}}{2\ln 2}$$

$$G\approx\frac{4}{\Theta^2_{-3dB}\int_0^{\infty} e^{-u\ln 2}du}=\frac{4\ln 2}{\Theta^2_{-3dB}}\approx\frac{2.77}{\Theta^2_{-3dB}}$$

Gaussov snop

$$I\approx\frac{\pi\Theta^2_{-3dB}}{2\ln 2}\approx\frac{2\pi}{G}$$

$$\Theta^2_{-3dB}\approx\frac{4\ln 2}{G}\approx\frac{2.77}{G}$$

Radarske antene imajo običajno visok sevalni izkoristek $G\approx D$. Če vrednost integrala I izrazimo s smernostjo D oziroma dobitkom G , daje glavni snop Gaussove oblike polovično moč P_{RX} rezultat v primerjavi z brezhibnim stožcem s ploskim temenom! Še bolj pomembna je ugotovitev, da v enačbi vremenskega radarja sprejeta moč odmeva narašča komaj premo-sorazmerno dobitku antene G , čeprav jo radar uporablja dvakrat, za oddajo in za sprejem.

Obratno, v monostatičnem letalskem radarju sprejeta moč odmeva narašča sorazmerno kvadratu dobitka antene G^2 . Končno, pri radijskem višinomerju opazimo celo oba pojava. Radijski višinomer sicer uporablja ločeni, a med sabo enaki anteni z enakima dobitkoma G . Sprejeta moč odmeva narašča pri zrcalnem odboju od gladkih tal s kvadratom dobitka antene G^2 , pri razpršenem odboju od zelo hrapavih in razgibanih tal pa samo premo-sorazmerno dobitku antene G .

Radarska enačba je odvisna od velikosti cilja in vrste odboja. Velikost cilja primerjamo s presekom smernega diagrama antene oziroma s površino prve Fresnelove cone. Če strnemo vse ostale podatke v sorazmernostno konstanto α , dobimo za dve enaki anteni oziroma isto anteno z dobitkom

G za sprejem in oddajo naslednje odvisnosti moči sprejema P_{RX} :

Radarska enačba	Velik cilj (tla, oblak)	Majhen cilj (letalo, trirobnik)
Zrcalni odboj	$P_{RX}=\alpha G^2 r^{-2}$	$P_{RX}=\alpha G^2 r^{-4}$
Razpršeni odboj	$P_{RX}=\alpha G r^{-2}$	

Opisani zgled vremenskega radarja zmerne povprečne moči $\langle P_{TX}\rangle \approx 0.1\% P_{TX} \approx 100\mathrm{W}$ z anteno $A_{eff} \approx 2\mathrm{m}^2$ sprejme odbito moč $P_{RX} \approx -67.9\mathrm{dBm}$ od dežja s faktorjem odboja $Z = 40\mathrm{dBZ} = 10^{-14}\mathrm{m}^3$ na oddaljenosti $r \approx 100\mathrm{km}$. Dober sprejemnik ima toplotni šum nižji od $P_N < -110\mathrm{dBm}$, kar daje odlično razmerje signal/šum preko $S/N > 40\mathrm{dB}$. V svojem uporabnem dometu, ki ga omejuje ukrivljenost zemeljske oble, takšen radar vidi vse padavine tudi pod $Z_{MIN} < 0\mathrm{dBZ}$.

Majhne kapljice dežja premera pod $2a < 1\mathrm{mm}$ so skoraj brezhibne kroglice, zato odmev v smeri nazaj proti monostatičnemu radarju ni odvisen od polarizacije. Velike dežne kaplje premera nad $2a > 1\mathrm{mm}$ so eliptične oblike. V nasprotju s prepričanjem likovnih umetnikov, ki velike dežne kaplje vedno rišejo kot podolgovate solze, imajo resnične padajoče kaplje v zraku povsem drugačno obliko.

Zaradi zračnega upora so velike kaplje sploščene v smeri padanja v zraku. Sploščena kaplja daje večji odmev za vodoravno polarizacijo in manjši odmev za pokončno polarizacijo. Vremenski radar, ki lahko meri odmev na obeh polarizacijah, zna razlikovati med veliko množico majhnih okroglih kapljic in redkejšimi velikimi kapljami, čeprav oboje dajejo v povprečju enako močen odmev.

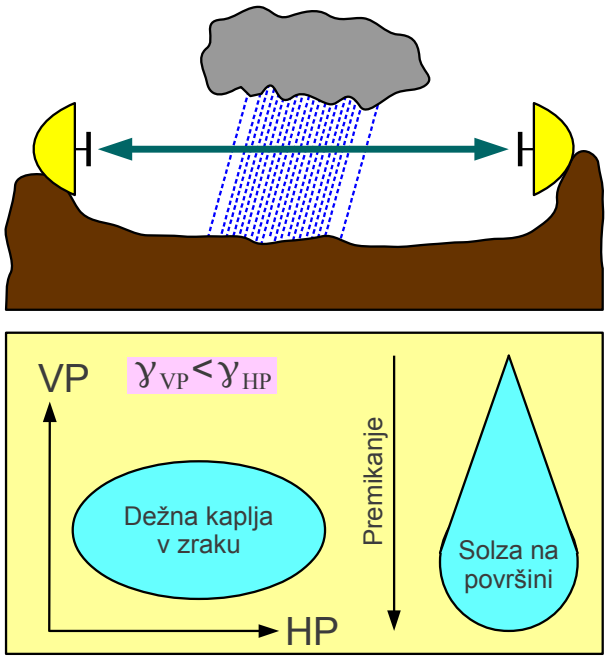
Hkrati z odmevom pomeni Rayleighjevo sipanje valovanja na majhnih delcih $a \ll \lambda$ tudi izgubo moči vpadnega vala. Rayleighjevo sipanje je lahko poglavitni izvor izgub v jedru svetlobnega vlakna iz izredno čistega stekla. V primeru padavin je izguba moči mikrovalov $f \approx 3\mathrm{GHz}$ zaradi Rayleighjevega sipanja za več velikostnih razredov nižja od dielektričnih izgub v kapljicah čiste vode. Rayleighjevo sipanje postane primerljivo z dielektričnimi izgubami šele v področju milimetrskih valov nad $f > 30\mathrm{GHz}$.

Destilirana voda je dober dielektrik za nizke frekvence $f \ll 1\mathrm{GHz}$ z visoko relativno dielektričnostjo približno $\epsilon_r \approx 80$. Čista voda je zelo slab dielektrik z velikimi izgubami za radijske frekvence nad $f > 1\mathrm{GHz}$. V frekvenčnem področju $30\mathrm{GHz} \le f \le 150\mathrm{GHz}$ je gostota prevodniškega

toka v vodi $\vec{J} > \partial \vec{D}/\partial t$ celo večja od gostote premikalnega toka:

Dielektrične lastnosti vode		
f	$\varepsilon_r = \varepsilon_r' - j\varepsilon_r''$	$n = \sqrt{\varepsilon_r}$
300GHz	$5.81 - j4.85$	$2.59 - j0.94$
150GHz	$6.75 - j9.57$	$3.04 - j1.57$
100GHz	$8.26 - j14.07$	$3.50 - j2.01$
60GHz	$12.69 - j22.00$	$4.36 - j2.52$
30GHz	$26.40 - j34.22$	$5.90 - j2.90$
18.5GHz	$42.54 - j35.62$	$7.00 - j2.54$
16GHz	$50.00 - j37.50$	$7.50 - j2.50$
11GHz	$61.16 - j32.12$	$8.07 - j1.99$
6GHz	$73.72 - j20.84$	$8.67 - j1.20$
4GHz	$76.08 - j16.05$	$8.77 - j0.92$
3GHz	$78.30 - j11.14$	$8.87 - j0.63$
2GHz	$79.32 - j7.53$	$8.92 - j0.42$
1.43GHz	$80.92 - j4.95$	$9.00 - j0.28$

Slabljenje padavin $\gamma = -a_{\mathrm{dB}}/l$



Priporočilo ITU-R P.838-3

$$\gamma[\mathrm{dB/km}] \approx k(f)\left(R[\mathrm{mm/h}]\right)^{\alpha(f)}$$

Enačbe/tabele za $k(f)$ & $\alpha(f)$ *posebej za* HP *oziroma za* VP

Dielektrik z izgubami opisujeta kompleksna relativna dielektričnost $\epsilon_r = \epsilon_r' - j\epsilon_r''$ in kompleksni lomni količnik $n = \sqrt{\epsilon_r}$. Velikosti relativne dielektričnosti $|\epsilon_r|$ in lomnega količnika $|n|$ vode zelo hitro upadata na frekvencah nad $f > 10\mathrm{GHz}$. V nasprotju z Rayleighjevim sipanjem so dielektrične izgube neodvisne od velikosti kapljic dežja, pač pa samo od skupne količine tekoče vode v enoti prostornine deževnega oblaka.

Dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi lahko računamo po preprostem računskem obrazcu iz priporočila ITU-R P838-3. Slednje poenostavlja opis slabljenja $\gamma[\mathrm{dB/km}]$ s potenčno funkcijo jakosti padavin $R[\mathrm{mm/h}]$:

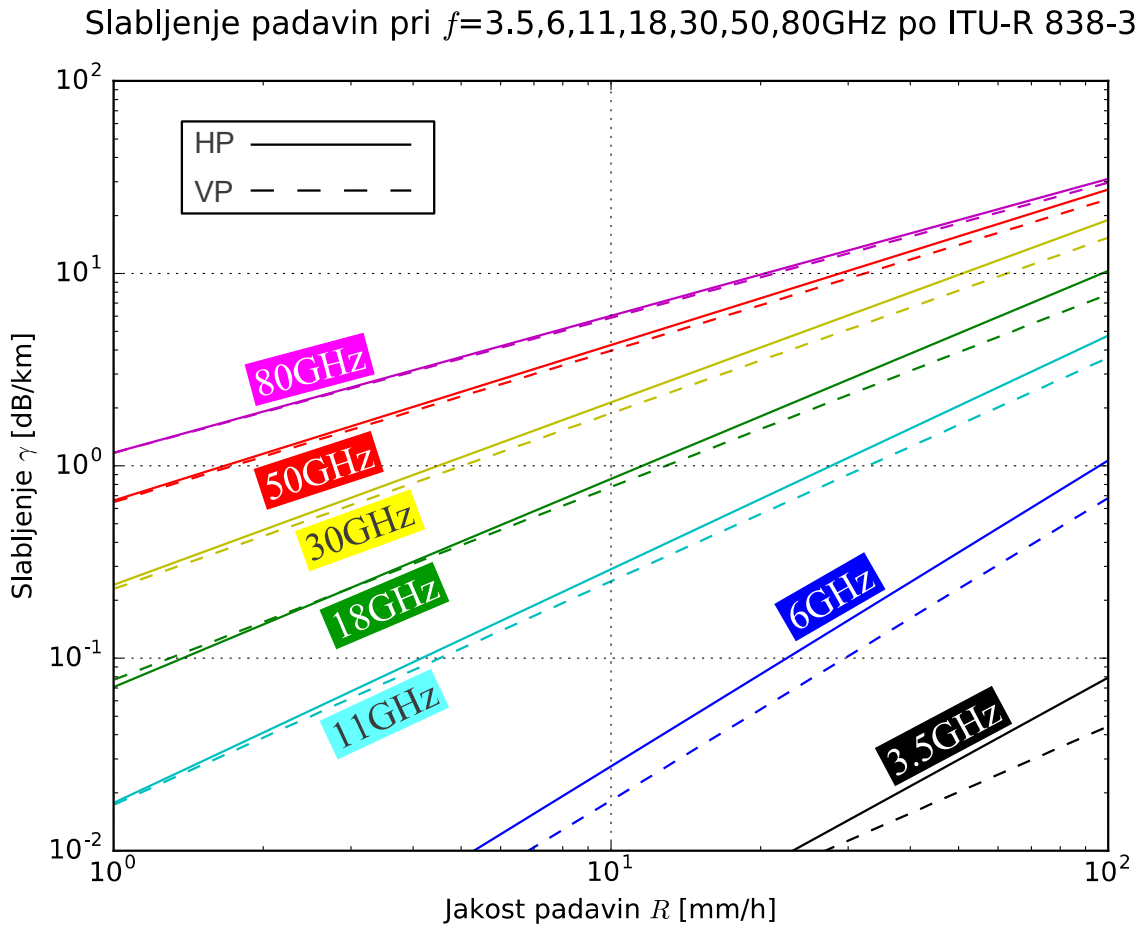
$$\gamma[\mathrm{dB/km}] \approx k(\lambda)\left(R[\mathrm{mm/h}]\right)^{\alpha(\lambda)}$$

Priporočilo ITU-R P838-3 vsebuje obrazce in tabele za sorazmernostno konstanto $k(\lambda)$ in eksponent $\alpha(\lambda)$ v frekvenčnem področju $1\mathrm{GHz} \le f \le 1000\mathrm{GHz}$. Sorazmernostna konstanta in eksponent sta navedena posebej za vodoravno polarizacijo HP in pokončno polarizacijo VP,

saj velike sploščene kaplje bolj slabijo vodoravno polarizacijo. Tabela prikazuje izvleček ITU-R P838-3 za nekaj zanimivih frekvenčnih pasov:

f (GHz)	k_{HP}	α_{HP}	k_{VP}	α_{VP}
3.5	0.0001155	1.4189	0.0002346	1.1387
6	0.0007056	1.5900	0.0004878	1.5728
11	0.01772	1.2140	0.01731	1.1617
18	0.07078	1.0818	0.07708	1.0025
30	0.2403	0.9485	0.2291	0.9129
50	0.6600	0.8084	0.6472	0.7871
80	1.1704	0.7115	1.1668	0.7021

V logaritemskih skalah za jakost padavin R in slabljenje na enoto dolžine γ so približki ITU-R P838-3 premice:



Iz grafa pri $f = 18\mathrm{GHz}$ so razvidne omejitve približka ITU-R P838-3. Pri nizkih jakostih padavin R je slabljenje za pokončno polarizacijo VP (črtkana zelena premica) višje od slabljenja za vodoravno polarizacijo HP (neprekinjena zelena premica), kar je fizikalno neupravičeno.

Dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi običajno ni zanemarljivo pri frekvencah nad $f \geq 10\mathrm{GHz}$. Vremenski radar v nosu potniškega letala vidi samo prednjo plast nevarnega nevihtnega oblaka pri opazovanju z valovno dolžino $\lambda \approx 3\mathrm{cm}$. Usmerjene radijske zveze na frekvencah nad $f \geq 10\mathrm{GHz}$ načrtujemo za krajše razdalje.

Kapljice dežja ne vnašajo samo dodatnega slabljenja, pač pa tudi dodatni fazni zasuk. Ker sta oba slabljenje in fazni zasuk večja za vodoravno polarizacijo kot za pokončno polarizacijo, se v radijskih zvezah nad $f \geq 10\mathrm{GHz}$ uporabljata izključno pokončna in vodoravna prema polarizacija. Razširjanje valov skozi deževni oblak edino v tem primeru ne spreminja polarizacije.

Podatke o dodatnem slabljenju padavin je treba vzeti z razumevanjem celotne naloge. Glede na omejeni domet $r < 100\mathrm{m}$ avtomobilskega radarja na $f \approx 77\mathrm{GHz}$ izgleda slabljenje padavin skoraj zanemarljivo. Delovanje avtomobilskega radarja verjetno dosti bolj motijo kapljice dežja, ki se naberejo na površini antene. Poledenela antena zagotovo ne deluje več.

Podobno razmišljanje velja tudi za mikrovalovno usmerjeno zvezo. Izpad zveze med obilnimi padavinami traja kvečjemu nekaj ur. Izpad zveze zaradi snega in ledu na antenah lahko traja dneve ali tedne.

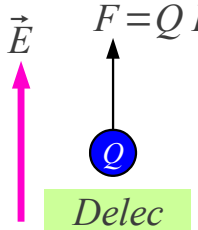
Poleg padavin obstajajo v troposferi še drugi pojavi, ki vplivajo na razširjanje radijskih valov. Sipanje radijskih valov v nehomogenostih troposfere omogoča izredno dolge zveze preko obzorja radijske vidljivosti. Mikrovalovna zveza preko sipanja v troposferi z dometom $r \approx 1000\mathrm{km}$ je sicer izvedljiva, a zahteva ogromne antene in visoke moči oddajnikov za skromno zmogljivost zveze. Kar je danes nesprejemljivo, takšna radijska zveza slabo izkorišča radiofrekvenčni prostor, saj poleg slabe spektralne učinkovitosti C/B zahteva tudi odsotnost motilcev v istem frekvenčnem pasu.

V stratosferi in mezosferi je zračni tlak tako nizek, da je učinek nevtralnih molekul plinov na radijsko valovanje in svetlobo skoraj zanemarljiv. Pomemben učinek na radijske valove ima termosfera, bolj natančno naelektreni delci v ionosferi. Ozračje je v termosferi izredno redko.

Maksimumu koncentracije nabitih delcev ustreza nadmorska višina

tirnice $h \approx 350\text{km}$ mednarodne vesoljske postaje ISS. Plazma naelektrenih delcev je sicer izredno redka, ampak tudi izredno korozivna. Vesoljska plovila za dolgotrajno uporabo, kot je to ISS, morajo biti izdelana iz snovi, ki so odporne na korozijo!

Električno polje radijskih valov pospešuje ali zavira naelektrene delce $Q\vec{E} = \vec{F} = m\vec{a}$ v ionosferi. Oblak gostote $N[\text{m}^{-3}]$ premikajočih naelektrenih delcev ustvarja konvektivni električni tok $\vec{J} = NQ\vec{v}$ v prostoru. Konvektivni električni tok $\vec{J}$ poljubno naelektrenih delcev ima takšno fazo, da se odšteva do premikalnega toka $\partial\vec{D}/\partial t$:



$$\vec{F} = Q\vec{E} = m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = j\omega m\vec{v} \rightarrow \vec{v} = \frac{Q}{j\omega m}\vec{E}$$

$$\vec{J}_{konvektivni} = NQ\vec{v} \qquad N[\text{m}^{-3}] \equiv gostota \;\; delcev \;\; v \;\; prostoru$$

$$\vec{J}_{konvektivni} = \sum_i \frac{N_i Q_i^2}{j\omega m_i}\vec{E} \qquad \begin{pmatrix} različni \\ delci \;\; i \end{pmatrix}$$

Elektron
$Q_e \approx -1.6\cdot 10^{-19}\,\text{As}$
$m_e \approx 9.1\cdot 10^{-31}\,\text{kg}$

$$Ionosfera: \;\; \vec{J}_{konvektivni} = \frac{N_e Q_e^2}{j\omega m_e}\vec{E} + \frac{N_p Q_p^2}{j\omega m_p}\vec{E} + \ldots \begin{pmatrix} težji \\ delci \end{pmatrix}$$

Proton
$Q_p \approx 1.6\cdot 10^{-19}\,\text{As}$
$m_p \approx 1.67\cdot 10^{-27}\,\text{kg}$

Ampère:

$$\text{rot}\,\vec{H} = \vec{J} + j\omega\epsilon_0\vec{E} \approx \frac{N_e Q_e^2}{j\omega m_e}\vec{E} + j\omega\epsilon_0\vec{E} = j\omega\epsilon_0\left(1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2\epsilon_0 m_e}\right)\vec{E} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}$$

$$\epsilon_r = 1 - \frac{N_e Q_e^2}{\omega^2\epsilon_0 m_e} = 1 - \left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2 = 1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2$$

$f < f_p \rightarrow$ *prevodnik*

$f_p \equiv$ *frekvenca plazme*

$$f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{N_e Q_e^2}{\epsilon_0 m_e}} \approx \sqrt{80.6\,\frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}N_e} \approx \begin{cases} 11\,\text{MHz} & dan \\ 5\,\text{MHz} & noč \end{cases}$$

$f > f_p \rightarrow$ *dielektrik*

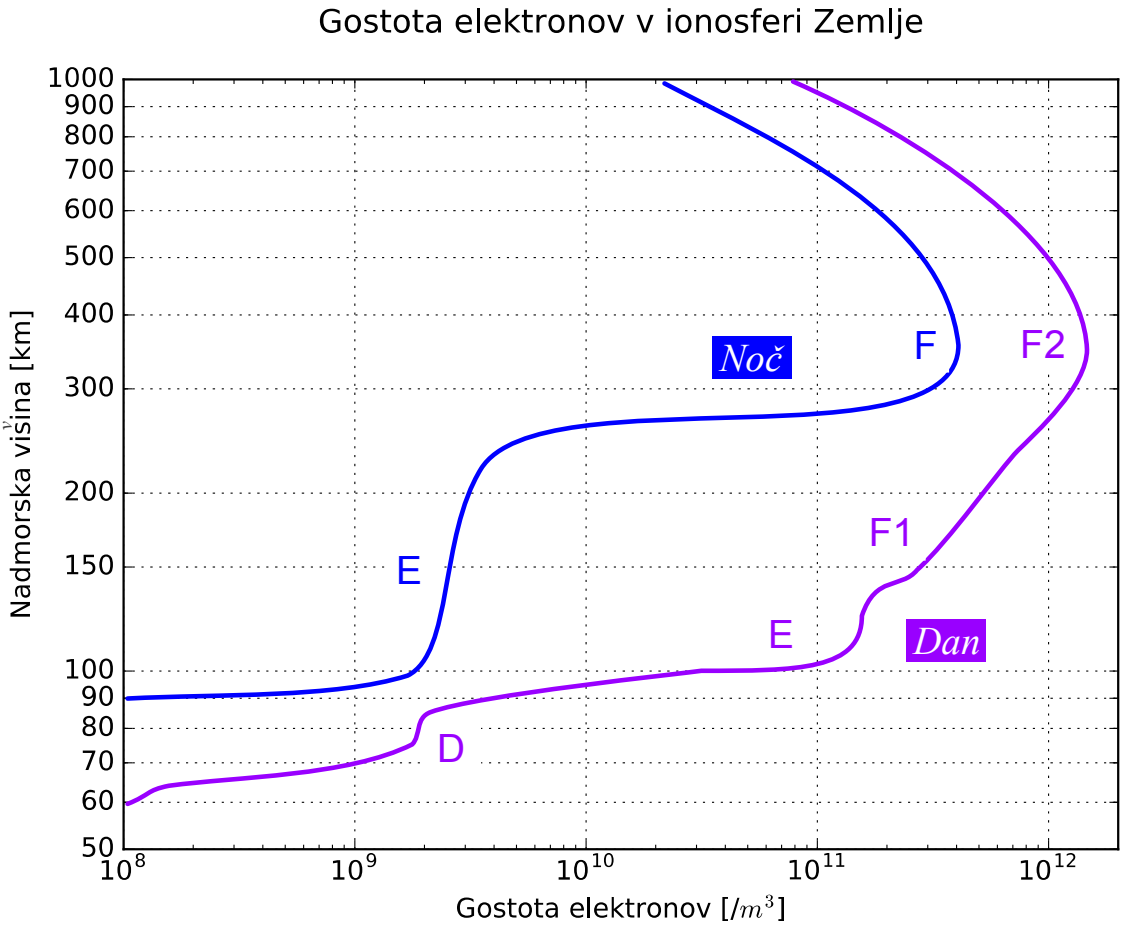
$$n = \sqrt{1 - \left(\frac{f_p}{f}\right)^2} < 1$$

Dielektričnost in lomni količnik ionosfere

Ker so elektroni za več kot tri velikostne razrede lažji od vseh ostalih naelektrenih delcev, je prispevek ostalih delcev k električnim lastnostim ionosfere zanemarljiv. Glede na točnost meritev električne lastnosti ionosfere popolnoma opiše gostota elektronov v enoti prostornine $N_e[\text{m}^{-3}]$. Prisotnost elektronov znižuje navidezno relativno dielektričnost $\epsilon_r < 1$ in lomni količnik ionosfere $n < 1$ pod enoto!

Ionosfero ustvarja kratkovalovno sevanje Sonca. Fotoni UV in rentgenskih žarkov imajo dovolj energije, da razbijejo nevtralne molekule v

ione različnih električnih nabojev. Sestava in gostota ionosfere se kratkoročno spreminjata med dnevom in nočjo, dolgoročno pa z enajstletnim ciklom aktivnosti Sonca. Potek gostote elektronov kot funkcija nadmorske višine $N_e(h)$ je prikazan podnevi in ponoči za srednje aktivno Sonce:



Potek gostote elektronov $N_e(h)$ ni preprosta funkcija višine. Kratkovalovno sevanje Sonca ustvari podnevi štiri pasove D, E, F1 in F2. Najnižji pas D po zahodu Sonca hitro izgine, saj so tam trki elektronov z nevtralnimi molekulami ozračja dokaj pogosti. Pas E ponoči zelo oslabi. Pasova F1 in F2 se ponoči združita v en sam pas F, ki ima za en velikostni razred nižjo gostoto elektronov N_e od dnevne vrednosti.

Gostota elektronov N_e je nerodna za računanje. V radijski tehniki je smiselno združiti vse nastopajoče fizikalne veličine, gostoto N_e, naboj Q_e in maso elektrona m_e v novo praktično veličino, frekvenco plazme:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{Q_e^2 N_e}{\epsilon_0 m_e}} \quad \text{oziroma} \quad f_p = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{Q_e^2 N_e}{\epsilon_0 m_e}} \approx \sqrt{80.6 \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}^2} N_e}$$

Frekvenca plazme ima v radijski tehniki neposreden pomen. Ko je frekvenca valovanja $f<f_p$ nižja od frekvence plazme, je relativna dielektričnost negativna $\epsilon_r<0$ in lomni količnik čisto imaginaren. Ionosfera se pri teh frekvencah obnaša kot prevodnik, v njemu se valovanje ne more širiti.

Ko je frekvenca valovanja $f>f_p$ višja od frekvence plazme, je relativna dielektričnost manjša od enote ampak pozitivna $0<\epsilon_r<1$. Lomni količnik ionosfere je realen v mejah $0<n<1$. Ionosfera se pri teh frekvencah obnaša kot dielektrik, radijsko valovanje se vanj lomi. Lomni količnik se preprosto izračuna s pomočjo frekvence plazme:

$$n=\sqrt{\epsilon_r}=\sqrt{1-\left(\frac{f_p}{f}\right)^2}$$

Lom oziroma popolni odboj radijskih valov na plasteh ionosfere skrbno izbrane frekvence lahko izkoristimo za zelo dolge radijske zveze:

$$n(h)=\sqrt{1-\left(\frac{f_p(h)}{f}\right)^2}<1$$

Popolni odboj

$$n=\sin\Theta\approx\frac{R_Z}{R_Z+h}$$

$$\frac{R_Z}{R_Z+h}=\sqrt{1-\left(\frac{f_p}{f}\right)^2}$$

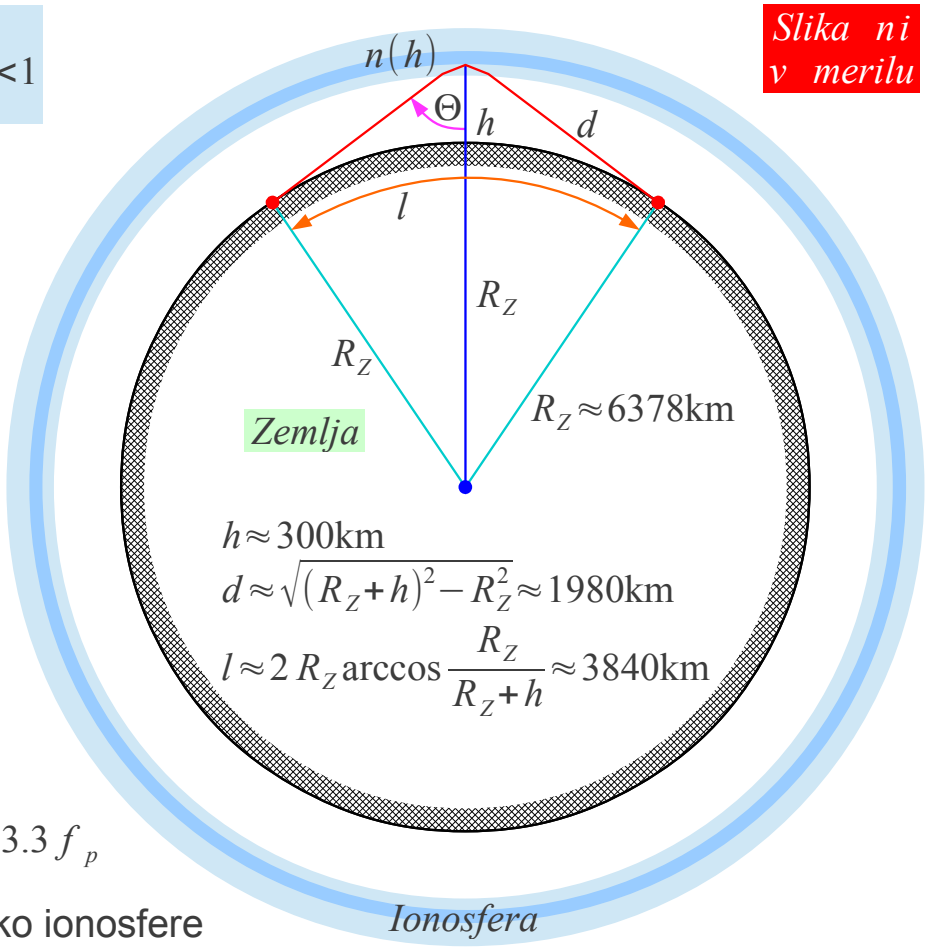
$$\left(\frac{f}{f_p}\right)^2=\frac{(R_Z+h)^2}{(R_Z+h)^2-R_Z^2}$$

$$h\ll R_Z$$

$$f\approx f_p\sqrt{\frac{R_Z}{2h}}$$

$$h_{MAX}\approx 300\text{km}$$

$$MUF\approx f_p\sqrt{\frac{R_Z}{2h_{MAX}}}\approx 3.3\,f_p$$



Radijska zveza preko ionosfere

Ionosfera lahko lomi in odbija nazaj proti površini zemlje tudi radijske

valove nekoliko višjih frekvenc $f > f_p$ od frekvence plazme. Radijska zveza preko ionosfere doseže največji domet pri frekvenci MUF (angleško: Maximum Usable Frequency), kjer se valovanje komaj še lomi nazaj proti površini Zemlje v najgostejši plasti ionosfere. Nižje frekvence $f < MUF$ se lomijo nazaj proti zemeljski površini že prej, v nižjih in redkejših plasteh ionosfere.

MUF izračunamo s pomočjo lomnega zakona. Pri višini najgostejše ionosferske plasti $h \approx 300\text{km}$ znaša $MUF \approx 3.3\, f_p$ oziroma podnevi okoli $MUF \approx 36\text{MHz}$ in dvakrat do trikrat manj ponoči. V enem samem skoku preko ionosfere lahko radijska zveza doseže domet več kot $l > 3800\text{km}$ merjeno po površini Zemlje. Po skoku preko ionosfere se radijsko valovanje odbije od površine Zemlje in lahko ponovi še več skokov preko ionosfere. Preko ionosfere lahko radijska zveza doseže katerokoli točko na Zemlji pod pogojem, da je nad celotno potjo prisotna primerna ionosfera.

Ionosfera poleg lomljenja in odbijanja tudi slabi radijske valove. Največji izvor slabljenja so trki elektronov z nevtralnimi delci. Elektron ob trku preda svojo kinetično energijo nevtralnemu delcu in na ta način ogreva ozračje. Trki z nevtralnimi delci so zelo pogosti v nižjih plasteh ozračja, predvsem v sloju D ionosfere.

Slabljenje zaradi trkov z nevtralnimi delci hitro narašča z upadanjem frekvence valovanja f. Pod določeno frekvenco LUF (angleško: Lowest Usable Frequency) postane slabljenje tako veliko, da ga radijska zveza ne more več premagati. Zaradi zapletene sestave ionosfere je slabljenje težko določiti.

LUF ni neka stroga meja kot MUF, pač pa je odvisna tudi od uporabljenih oddajnikov, anten in sprejemnikov. Podnevi preseže $LUF > 5\text{MHz}$. Ponoči se spusti pod $LUF < 100\text{kHz}$, saj takrat izgine najnižja plast ionosfere D in plast E močno oslabi. Srednjevalovni radijski sprejemnik, ki je podnevi sprejemal samo lokalno radijsko postajo na $f \approx 1\text{MHz}$, ponoči oživi z glasovi celega sveta.

Za radijsko zvezo preko ionosfere je najugodnejši polmrak, ko sta nižja sloja D in E v senci Zemlje, sloj F pa osvetljen od Sonca (angleško: gray line). Povsem jasno se da takšne najugodnejše pogoje doseči samo za radijske zveze do določenih ciljev ob skrbno izbrani uri dneva in letnem času.

Izbruh delcev sončnega vetra ustvari močno ionizirana področja na obeh tečajih. Poleg polarne svetlobe (angleško: aurora) in motenj Zemljinega

magnetnega polja slednja porušijo običajne radijske zveze preko ionosfere nekaj dni po izbruhu na Soncu. Zelo visok $MUF > 200\mathrm{MHz}$ se občasno pojavi tudi na zmernih zemljepisnih širinah.

Omejena pasovna širina radijskih zvez preko ionosfere ter številne nepredvidljivosti in muhe ionosfere danes tržno niso privlačni. Kljub več kot stoletnemu razvoju radijske tehnike v smeri višjih frekvenc in večjih zmogljivosti, čarobna noč radijske zveze preko ionosfere še danes ohranja svojo moč. S potrpežljivim čakanjem na pravo uro ob pravem letnem času in ob pravi aktivnosti Sonca se da doseči prav vsak kotiček zemeljske oble z malim oddajnikom $P_{TX} < 10\mathrm{W}$ in neusmerjeno anteno $G \approx 1$.

Ionosfera se stalno spreminja glede na vpadni kot sončne svetlobe. Ena od posledic zveznega spreminjanja ionosfere je Dopplerjev pomik frekvence v radijski zvezi v velikostnem razredu $\Delta f \approx 3\mathrm{Hz}$. Če frekvenca ni v bližini skrajne meje MUF , se radijsko valovanje lahko razširja od oddajnika do sprejemnika po več različnih poteh preko različnega števila skokov preko ionosfere. Več o večpotju v radijskih zvezah v naslednjem poglavju.

Hitrost radijskih valov v ionosferi ni enaka hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Fazna hitrost radijskih valov v ionosferi $v_f = c_0/n > c_0$ je vedno večja od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Fazna hitrost je močno odvisna od frekvence in postane neskončno velika $v_f \to \infty$, ko se frekvenca radijskih valov približa frekvenci plazme $f \to f_p$. Fazna hitrost se približa hitrosti svetlobe v praznem prostoru $v_f \to c_0$ pri zelo visokih frekvencah $f \gg f_p$.

Valovna dolžina v ionosferi $\lambda = \lambda_0/n > \lambda_0$ je vedno večja od valovne dolžine v praznem prostoru. Valovna dolžina je močno odvisna od frekvence in postane neskončno velika $\lambda \to \infty$, ko se frekvenca radijskih valov približa frekvenci plazme $f \to f_p$. Valovna dolžina v ionosferi se približa valovni dolžini v praznem prostoru $\lambda \to \lambda_0$ pri zelo visokih frekvencah $f \gg f_p$.

Skupinska hitrost radijskih valov v ionosferi $v_g = n c_0 < c_0$ je vedno manjša od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Skupinska hitrost je močno odvisna od frekvence in gre proti nič $v_g \to 0$, ko se frekvenca radijskih valov približa frekvenci plazme $f \to f_p$. Skupinska hitrost v ionosferi se približa hitrosti svetlobe v praznem prostoru $v_g \to c_0$ pri zelo visokih frekvencah $f \gg f_p$. Informacija in energija potujeta skozi ionosfero s skupinsko hitrostjo, torej je vsem zakonom fizike zadoščeno:

Hitrosti valovanja v ionosferi

$$\beta=\frac{\omega}{c_0}\sqrt{1-(\omega_p/\omega)^2}=\frac{1}{c_0}\sqrt{\omega^2-\omega_p^2}$$

$$\frac{d\beta}{d\omega}=\frac{1}{c_0}\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2-\omega_p^2}}$$

Fazna hitrost $v_f=\frac{\omega}{\beta}=\frac{c_0}{\sqrt{1-(\omega_p/\omega)^2}}>c_0$

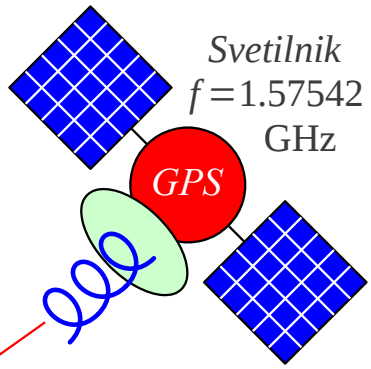
$$f_p^2=\frac{N_e(s)Q_e^2}{4\pi^2\epsilon_0 m_e}$$

Skupinska hitrost $v_g=\frac{d\omega}{d\beta}=c_0\sqrt{1-(\omega_p/\omega)^2}<c_0$

$$f\gg f_p \rightarrow \begin{matrix} v_f\approx c_0+\Delta v \\ v_g\approx c_0-\Delta v \end{matrix} \quad \Delta v=\frac{c_0}{2}(f_p/f)^2$$

$$TEC[m^{-2}]=\int_s N_e(s)\,ds$$

Ionosfera $n<1$ s $f_p\approx 11\text{MHz}$



Slika ni v merilu



$$t=\int_s\frac{ds}{v(s)}=\int_s\frac{ds}{c_0\pm\Delta v}\approx\frac{s}{c_0}\mp\int_s\frac{\Delta v}{c_0^2}ds=\frac{s}{c_0}\mp\int_s\frac{(f_p/f)^2}{2c_0}ds$$

$$\Delta r=c_0\Delta t\approx\int_s\frac{\mp N_e(s)Q_e^2}{8\pi^2\epsilon_0 m_e f^2}ds=\frac{\mp Q_e^2 TEC}{8\pi^2\epsilon_0 m_e f^2}\approx\mp 40.3\frac{\text{m}^3}{s^2}\frac{TEC}{f^2}$$

$TEC\approx 10^{18}\,\text{m}^{-2}$ → $\Delta r\approx\mp 16.2\text{m}$

Pri natančnih meritvah v satelitski navigaciji učinek ionosfere ni zanemarljiv niti na zelo visokih frekvencah $f=1.57542\text{GHz}\gg f_p$. Fazna hitrost $v_f\approx c_0+\Delta v$ je le malenkost višja od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Odstopanje fazne hitrosti vnaša pogrešek pri meritvi Dopplerjevega pomika na nosilcu v satelitski navigaciji.

Skupinska hitrost $v_g\approx c_0-\Delta v$ je malenkost nižja od hitrosti svetlobe v praznem prostoru. Odstopanje skupinske hitrosti vnaša pogrešek pri meritvi zakasnitve modulacije v satelitski navigaciji. Učinek ionosfere na zakasnitev modulacije je sicer enako velik, a ima obraten predznak od učinka na zakasnitev faze nosilca. V skupnem učinku ionosfere se valovanje nosilca plazi pod ovojnico modulacije, kar izredno otežuje sinhronizacijo modulacije in nosilca v natančnih geodetskih sprejemnikih.

Preprosti navigacijski sprejemniki v vozilih merijo samo zakasnitev modulacije. Ionosfera vnaša dodatno zakasnitev modulacije. Pri izračunu dodatne zakasnitve je treba integrirati gostoto elektronov vzdolž celotne poti radijskih valov od svetilnika do sprejemnika. Pripadajoča veličina se imenuje stolpična gostota elektronov $TEC[\text{m}^{-2}]$ (angleško: Total Electron Content v satelitski navigaciji oziroma electron column density v radioastronomiji).

Stolpična gostota elektronov je odvisna od stanja ionosfere in položaja svetilnika na nebu. Stolpična gostota elektronov do svetilnika v zenitu doseže $TEC \approx 5 \cdot 10^{17}\,\mathrm{m}^{-2}$ podnevi in en velikostni razred manj ponoči. Stolpična gostota elektronov do svetilnika tik nad obzorjem je dosti večja zaradi daljše poti radijskih valov skozi ionosfero enake sestave. Podaljšanje poti zaradi loma v ionosferi dodaja manjši učinek.

Povprečna stolpična gostota $TEC \approx 10^{18}\,\mathrm{m}^{-2}$ pri meritvi zakasnitve modulacije daje za $\Delta r \approx 16.2\mathrm{m}$ preveliko razdaljo do svetilnika. Iz izmerjenih razdalj do več svetilnikov uporabnik izračuna lastni položaj z reševanjem sistema enačb. Pogrešek se pri tem poveča za geometrijski faktor $GDOP \approx 3$ (angleško: Geometrical Dilution Of Precision). Skupni pogrešek ionosfere pri določanja položaja je v velikostnem razredu $\Delta r_{skupni} = GDOP\,\Delta r \approx 50\mathrm{m}$.

Ionosfera se v satelitski navigaciji obnaša kot ogromna razpršilna leča nad sprejemnikom. Pogrešek Δr_{skupni} je v tem primeru večinoma v nadmorski višini uporabnika. Satelitski navigacijski sprejemnik daje podnevi za $\Delta h \approx 50\mathrm{m}$ višjo nadmorsko višino kot ponoči, če se pogreška ionosfere ne popravlja.

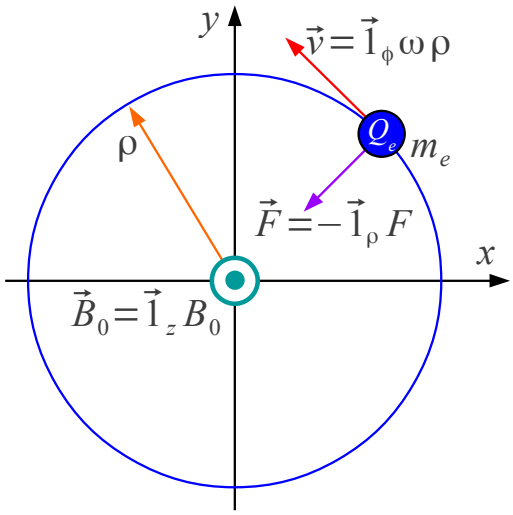
Zaradi ionosfere je satelitska navigacija za en velikostni razred manj natančna od tlačnega višinomerja oziroma kar za dva velikostna razreda manj natančna od radijskega višinomerja na krovu letala. Ker vozilo na cesti pogosto ne vidi celotnega neba, ionosfera vnaša znaten pogrešek satelitske navigacije tudi v vodoravni ravnini.

Ker natančno poznamo odvisnost pogreška ionosfere od frekvence, boljši sprejemniki sami izmerijo učinek ionosfere iz razlike meritev istega svetilnika na dveh različnih frekvencah. Prvotni sateliti GPS so oddajali isto modulacijo sinhrono na dveh nosilnih frekvencah $f_{\mathrm{L1}} = 1.57542\mathrm{GHz}$ in $f_{\mathrm{L2}} = 1.2276\mathrm{GHz}$, sodobnejši sateliti celo na več nosilnih frekvencah.

Ionosfera se nahaja v enosmernem magnetnem polju Zemlje. Poleg električnega polja radijskega valovanja učinkuje na premikajoče naelektrene delce tudi magnetno polje Zemlje skladno z izrazom za Lorentzovo silo $\vec{F} = Q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$. Magnetno polje Zemlje je za mnogo velikostnih razredov večje od magnetnega polja radijskega valovanja, zato lahko učinek slednjega zanemarimo.

Rešitev enačbe gibanja naelektrenega delca v enosmernem magnetnem polju je krožnica oziroma vijačnica okoli smeri magnetnega polja.

Frekvenco kroženja določajo samo tri veličine: naboj delca Q , masa delca m in gostota magnetnega pretoka $\vec{B}_0$. Smer magnetnega pretoka $\vec{B}_0$ in predznak naboja delca določata smer vektorja krožne frekvence $\vec{\omega}_g$. Pojav imenujemo žiromagnetna rezonanca:



Žiromagnetna rezonanca v ionosferi

Kroženje $\vec{a}=\frac{d\vec{v}}{dt}=-\vec{1}_\rho\omega\rho\frac{d\phi}{dt}=-\vec{1}_\rho\omega^2\rho$

$\vec{F}=m_e\vec{a}=-\vec{1}_\rho m_e\omega^2\rho$

Elektron
$Q_e\approx-1.6\cdot10^{-19}\,\mathrm{As}$
$m_e\approx9.1\cdot10^{-31}\,\mathrm{kg}$

Lorentzova sila $\vec{F}=Q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$

$\vec{F}=Q_e\vec{v}\times\vec{B}_0=\vec{1}_\rho Q_e\omega\rho B_0$

$\vec{\omega}_g=\frac{-Q_e\vec{B}_0}{m_e}$

Zemlja $H_0\approx40\,\mathrm{A/m}$
$f_g=\frac{|Q_e|\mu_0 H_0}{2\pi m_e}\approx1.4\,\mathrm{MHz}$

V magnetnem polju Zemlje $|\vec{H}_0|\approx40\,\mathrm{A/m}$ oziroma $|\vec{B}_0|\approx50\,\mu\mathrm{T}$ (povprečna vrednost) imajo prosti elektroni žiromagnetno rezonanco okoli $f_g\approx1.4\,\mathrm{MHz}$. Protoni in drugi težji delci imajo žiromagnetno rezonanco pod $f_g<1\,\mathrm{kHz}$. Ionosfera je za radijske valove tako nizkih frekvenc dober prevodnik, zato je pojav žiromagnetne rezonance težjih delcev nepomemben.

V frekvenčnem pasu okoli žiromagnetne rezonance je slabljenje ionosfere dosti večje. V preteklosti se je frekvenčni pas $f\approx1.5\,\mathrm{MHz}$ z valovno dolžino približno $\lambda\approx200\,\mathrm{m}$ uporabljal za radiodifuzne srednjevalovne oddajnike kratkega dosega, na kar danes spominjajo imena "VAL 202" (izhaja iz $\lambda\approx202\,\mathrm{m}$) in podobna.

V prisotnosti enosmernega magnetnega polja postane ionosfera dvolomna. Zaradi razmeroma dolge poti $s\approx300\,\mathrm{km}$ radijskih valov iz oddajnika v vesolju skozi ionosfero do sprejemnika na Zemlji opazimo dvolomnost tudi pri dosti višjih frekvencah $f\gg f_g$ od žiromagnetne rezonance. Najpreprostejši pojav krožne dvolomnosti v ionosferi je Faradayevo sukanje polarizacije.

Enačba za Lorentzovo silo ima preprosto rešitev, če predpostavimo krožno polarizirano valovanje v smeri enosmernega magnetnega polja $\vec{B}_0$.

Pri tem smernik $\vec{1}_K$ lahko pomeni levo $\vec{1}_L$ krožno polarizacijo (LHCP) ali desno $\vec{1}_D$ krožno polarizacijo (RHCP):

Lorentzova sila $\vec{F}=m_e\vec{a}=j\omega m_e\vec{v}=Q_e(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}_0)$ Faradayevo sukanje

Preprosta rešitev $\vec{1}_K=\dfrac{\vec{1}_V\pm j\vec{1}_H}{\sqrt{2}}$

$\vec{v}=\vec{1}_K v_0 e^{-j\beta z}\qquad \vec{E}=\vec{1}_K E_0 e^{-j\beta z}$

$$\vec{1}_K\times\vec{1}_z=\frac{-\vec{1}_H\pm j\vec{1}_V}{\sqrt{2}}=j\frac{j\vec{1}_H\pm\vec{1}_V}{\sqrt{2}}=\pm j\vec{1}_K$$

$$j\omega m_e\vec{v}=Q_e(\vec{E}\pm jB_0\vec{v})\ \rightarrow\ \vec{v}=\frac{\vec{E}}{\frac{j\omega m_e}{Q_e}\mp jB_0}$$

$$\vec{J}=N_eQ_e\vec{v}=\frac{N_eQ_e\vec{E}}{\frac{j\omega m_e}{Q_e}\mp jB_0}$$

Enosmerni $\vec{B}_0=\vec{1}_z B_0$

$$\omega_p^2=\frac{N_eQ_e^2}{\epsilon_0 m_e}\qquad \omega_g=\frac{-Q_eB_0}{m_e}$$

$$\epsilon_r=1+\frac{N_eQ_e}{j\omega\epsilon_0\left(\frac{j\omega m_e}{Q_e}\mp jB_0\right)}=1-\frac{N_eQ_e^2}{\omega^2\epsilon_0 m_e\left(1\mp\frac{Q_eB_0}{\omega m_e}\right)}=1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\frac{1}{1\pm\frac{\omega_g}{\omega}}$$

$$n=\sqrt{1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\frac{1}{1\pm\frac{\omega_g}{\omega}}}$$

$\omega\gg\omega_p,\omega_g$

$$n\approx 1-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\frac{1}{1\pm\frac{\omega_g}{\omega}}\qquad \Delta n=n_L-n_D\approx\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2\frac{\omega_g}{\omega}$$

$$\Delta\phi=\int_s\Delta n(s)k_0\,ds\approx\frac{\omega}{c_0}\int_s\left(\frac{\omega_p(s)}{\omega}\right)^2\frac{\omega_g}{\omega}ds=\frac{\omega_g}{c_0}\int_s\frac{N_e(s)Q_e^2}{\epsilon_0 m_e\omega^2}ds=\frac{Q_e^2 f_g TEC}{2\pi c_0\epsilon_0 m_e f^2}$$

$TEC\approx 10^{18}\,\mathrm{m}^{-2}\qquad f_g\approx 1.4\mathrm{MHz}\qquad f=1\mathrm{GHz}\ \rightarrow\ \Delta\phi\approx 2.36\mathrm{rd}$

Krožno polarizirano valovanje pri razširjanju skozi ionosfero v smeri enosmernega magnetnega polja $\vec{B}_0$ ne spreminja polarizacije. Pač pa leva krožna polarizacija (LHCP) občuti večji lomni količnik $n_L>n_D$ od desne krožne polarizacije (RHCP). Če poljubno polarizirano valovanje razstavimo na levo in desno krožno polarizacijo, razmerje krožnih komponent $Q=E_L/E_D$ menja fazo pri razširjanju skozi ionosfero v smeri enosmernega magnetnega polja $\vec{B}_0$.

Pri frekvenci $f=1\mathrm{GHz}$ in stolpični gostoti elektronov $TEC\approx 10^{18}\,\mathrm{m}^{-2}$ doseže fazni zasuk med levo in desno krožno polarizacijo $\Delta\phi=2.36\mathrm{rd}$. Smer preme polarizacije $|Q|=1$ se pri tem zasuka (Faraday) za $\Delta\phi/2=1.18\mathrm{rd}=67.7°$. Faradayev zasuk smeri preme polarizacije v radijski zvezi s plovilom v vesolju ni zanemarljiv!

Na razmeroma nizkih frekvencah $f<MUF$, ki omogočajo radijsko zvezo preko loma oziroma odboja v ionosferi, je dvolomnost ionosfere tako

velika, da je polarizacija sprejetega valovanja povsem naključna. Polarizacija oddajne oziroma sprejemne antene je skoraj nepomembna. Dvolomnost ionosfere zaradi magnetnega polja Zemlje je samo eden od številnih izvorov presiha radijske zveze preko stalno spreminjajoče in nepredvidljive ionosfere.

Radijska zveza s plovilom v vesolju mora upoštevati lom v ionosferi ter oba pojava dvolomnosti: premo dvolomnost slabljenja in zakasnitve padavin v nizkih plasteh ozračja ter krožno dvolomnost Faradayevega sukanja v ionosferi. Učinki padavin naraščajo s frekvenco, Faradayevo sukanje pa upada s kvadratom frekvence.

Lomu, odboju in slabljenju ionosfere se izognemo z uporabo dovolj visokih frekvenc $f > 100\mathrm{MHz} > MUF$ v zvezi s plovilom v vesolju. Slednja uporabljajo levo in desno krožno polarizacijo na frekvencah pod $f < 3\mathrm{GHz}$, da se izognejo Faradayevemu sukanju smeri preme polarizacije.

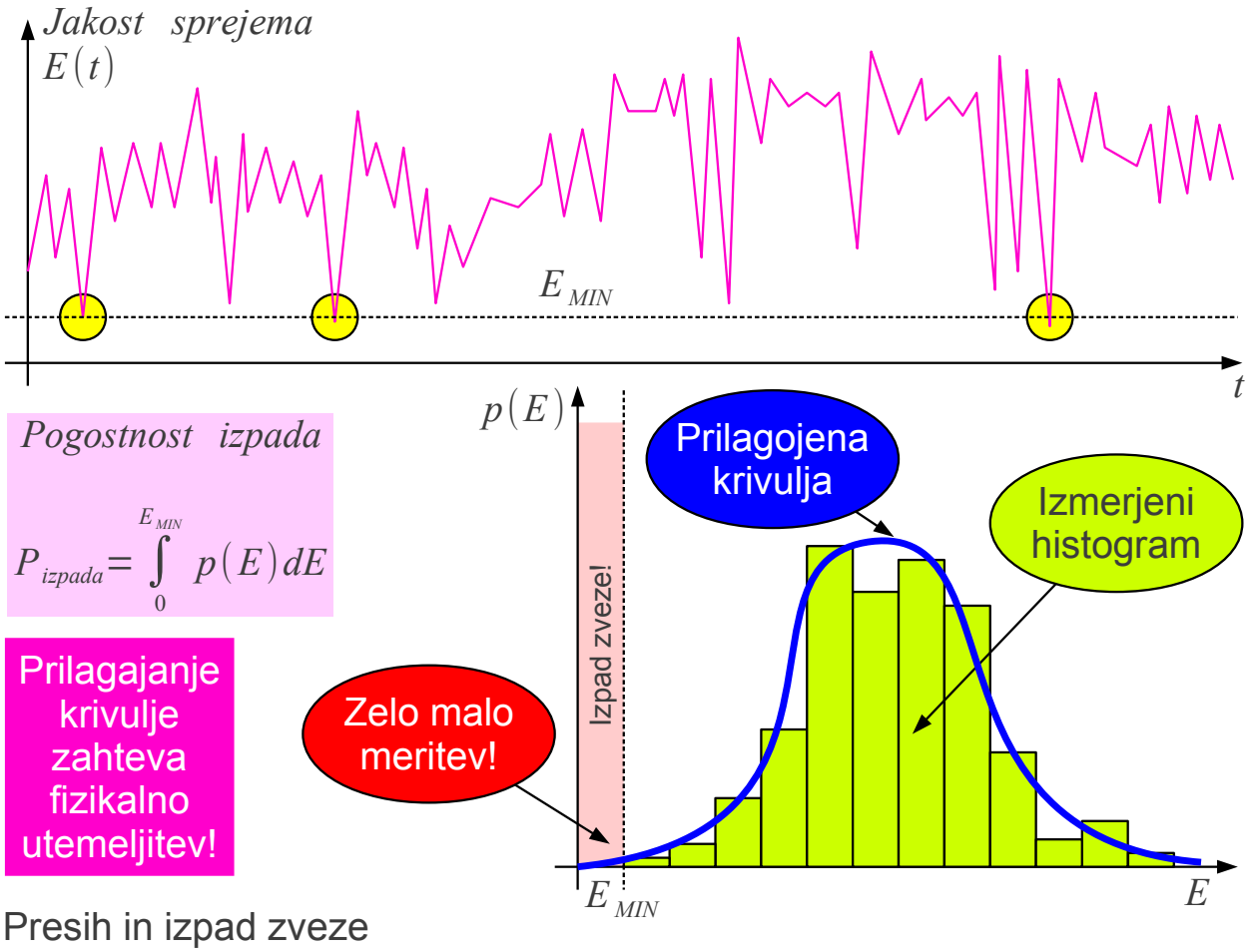
Telekomunikacijski sateliti uporabljajo na frekvencah nad $f > 10\mathrm{GHz}$ premo polarizacijo v smereh, ki ustrezata pokončni oziroma vodoravni polarizaciji na mestu zemeljske postaje, da se izognejo premi dvolomnosti padavin. V frekvenčnem področju $3\mathrm{GHz} < f < 10\mathrm{GHz}$ telekomunikacijski sateliti uporabljajo obe možnosti: RHCP/LHCP ali pa VP/HP. Z uporabo dveh med sabo pravokotnih polarizacij se spektralno učinkovitost C/B podvoji!

* * * * *

17. Večpotje in presih

V marsikateri radijski zvezi ne moremo preprečiti, da signal oddajnika doseže sprejemnik po več različnih poteh. Prispevki posameznih poti se na mestu sprejemne antene seštevajo kot kazalci. Uničujoča interferenca kazalčne vsote večpotja lahko povzroči presih radijske zveze oziroma popači signal. Večpotje (angleško: multipath) ni edini vzrok presiha radijske zveze. Presih (angleško: fading) lahko povzročijo tudi neskladnost polarizacije, lom na plasti temperaturne inverzije oziroma dodatno slabljenje padavin v radijski zvezi.

Presih jakosti sprejema $E(t)$ je največkrat naključna funkcija časa. Pri obravnavi presiha običajno namenoma zanemarimo vektorski značaj in fazo električnega polja $E=|\vec{E}_S|$ na mestu sprejema. Radijski sprejemnik se zoperstavlja presihu s samodejnim nastavljanjem ojačanja AGC (angleško: Automatic Gain Control). Ko jakost sprejema upade pod določeno mejo $E<E_{MIN}$, je izpad zveze neizogiben:



Presih in izpad zveze

Napovedovanje pogostnosti izpada zveze ni preprosta naloga. V dobro načrtovani radijski zvezi je izpad zveze zelo redek pojav. Natančno opazovanje izpadov bi zahtevalo nepraktično dolgotrajne meritve.

Iz rezultatov omejenega števila meritev ne moremo neposredno določiti pogostnosti izpada zveze. Rezultate omejenega števila meritev lahko kvečjemu uredimo v histogram gostote pogostnosti $p(E)$ kot funkcija jakosti sprejema. Glede na število meritev moramo skrbno izbrati širino stolpcev histograma: preozki stolpci večajo šum, preširoki stolpci pa slabšajo ločljivost.

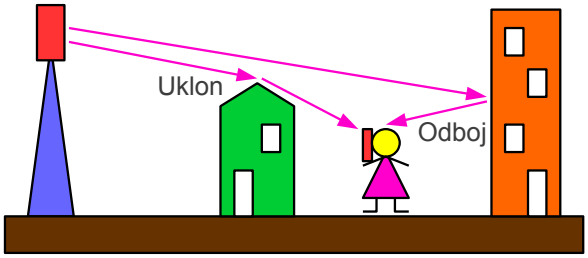
Izmerjenemu histogramu nato prilagodimo matematično krivuljo gostote pogostnosti $p(E)$. Izbrana matematična krivulja mora ustrezati fizikalnim vzrokom presiha opazovane radijske zveze. Pogostnost izpada zveze napovedujemo z integracijo prilagojene krivulje $p(E)$ v območju $0<E<E_{MIN}$, kjer neposredne meritve dajejo zelo malo rezultatov.

Napoved pogostnosti izpada zveze je torej odvisna od dveh spremenljivk: od rezultatov meritev in od prilagojene matematične krivulje. Z izbiro neustrezne krivulje, ki ni skladna s fizikalnim ozadjem presiha, lahko dobimo za več velikostnih razredov premajhno ali pa preveliko napoved za pogostnost izpada zveze. Fizikalno ozadje presiha določene radijske zveze je smiselno preučiti še pred izvedbo praktičnih meritev, da izberemo primerno število meritev in pogoji meritev zaobjamejo vse značilne dogodke.

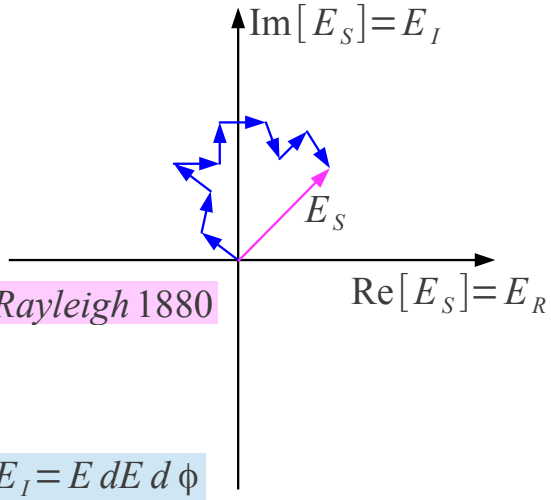
Vprašanje presiha se v radijski tehniki najprej pojavi v prvi polovici 20. stoletja v radijskih zvezah preko ionosfere v frekvenčnem področju kratkih valov $3\mathrm{MHz}<f<30\mathrm{MHz}$. V primerjavi z dnevnimi spremembami dan/noč, 11-letnim ciklom sončnih peg in razmeroma redkimi, nekajdnevnimi izbruhi delcev sončnega vetra vnaša v radijsko zvezo preko ionosfere dosti hitrejši presih interferenca večpotja s periodo v velikostnem razredu nekaj minut. Kot protiukrep hitremu presihu večpotja v ionosferi so bili radijski sprejemniki za frekvenčni pas $3\mathrm{MHz}<f<30\mathrm{MHz}$ prvi opremljeni s samodejnim nastavljanjem ojačanja AGC.

Na frekvencah pod $f<MUF$ lahko radijski signal doseže sprejemnik po različnih poteh preko različnega števila skokov preko ionosfere in odbojev od površine Zemlje. Polje na mestu sprejemne antene je kazalčna vsota večjega števila prispevkov podobne velikosti. Faza posameznih prispevkov je naključna in se stalno spreminja s spreminjanjem sestave ionosferskih plasti. S spreminjanjem sestave ionosferskih plasti se v frekvenčnem pasu $3\mathrm{MHz}<f<30\mathrm{MHz}$ razmeroma hitro spreminja tudi Faradayevo sukanje polarizacije, ki je za vsako pot preko ionosfere drugačno.

Velikost kazalčne vsote mnogo naključnih malih kazalcev opisuje Rayleighjeva porazdelitev gostote verjetnosti. Danes najpomembnejši praktični zgled vsote mnogo naključnih malih kazalcev je večpotje v radijski zvezi brez vidljivosti do prenosnega telefona. Ko telefon dosežejo prispevki z vseh strani, se vzorec presiha večpotja ponavlja pri premiku telefona za $\Delta r \geq \lambda/2$. Časovna perioda presiha je običajno manjša od sekunde:



Večpotje brez vidljivosti: Rayleigh ($<E^2>$)
vsota mnogo naključnih malih kazalcev



Lord Rayleigh 1880

Gaussova porazdelitev komponent

$$p(E_R)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{E_R^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(E_I)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{E_I^2}{2\sigma^2}}$$

$$E_S=E_R+jE_I=E\,e^{j\phi} \qquad E=|E_S| \qquad dE_R\,dE_I=E\,dE\,d\phi$$

$$p(E_R,E_I)=p(E_R)\,p(E_I)=\frac{1}{\sigma^2 2\pi}e^{-\frac{E_R^2+E_I^2}{2\sigma^2}}=p(E)\,p(\phi) \qquad \langle E^2\rangle=2\sigma^2$$

$$p(E)=\int_0^{2\pi}p(E_R,E_I)\,E\,d\phi=\int_0^{2\pi}\frac{1}{\sigma^2 2\pi}e^{-\frac{E^2}{2\sigma^2}}E\,d\phi=\frac{E}{\sigma^2}e^{-\frac{E^2}{2\sigma^2}}=\frac{2E}{\langle E^2\rangle}e^{-\frac{E^2}{\langle E^2\rangle}}$$

Rayleighjeva porazdelitev

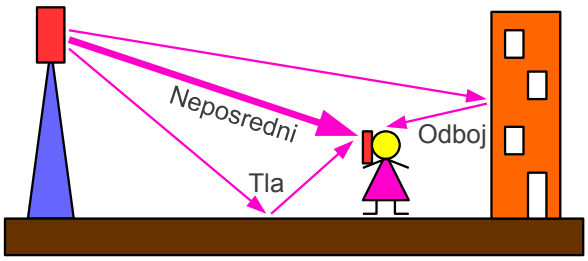
Lord Rayleigh je izpeljal porazdelitev gostote verjetnosti velikosti kazalčne vsote mnogo naključnih malih prispevkov za mehanska valovanja leta 1880. Kazalčno vsoto je razstavil $E_S=E_R+jE_I$ na realno in imaginarno komponento. Za vsako komponento posebej smemo privzeti, da ima Gaussovo (normalno) porazdelitev gostote verjetnosti $p(E_R)$ oziroma $p(E_I)$ s srednjo vrednostjo nič in srednjim kvadratnim odstopanjem σ .

Ker sta komponenti med sabo nekorelirani, je skupna gostota verjetnosti $p(E_R,E_I)=p(E_R)\,p(E_I)$ preprosto zmnožek obeh gostot verjetnosti. Skupno gostoto verjetnosti je smiselno pretvoriti v funkcijo polarnih koordinat: amplitudo polja E in fazo polja ϕ . V opisani nalogi so vse faze enako verjetne. Gostoto verjetnosti amplitude polja $p(E)$ dobimo z integracijo po vseh možnih fazah $0\leq\phi<2\pi$ ob upoštevanju

$dE_R dE_I = E\,dE\,d\phi$.

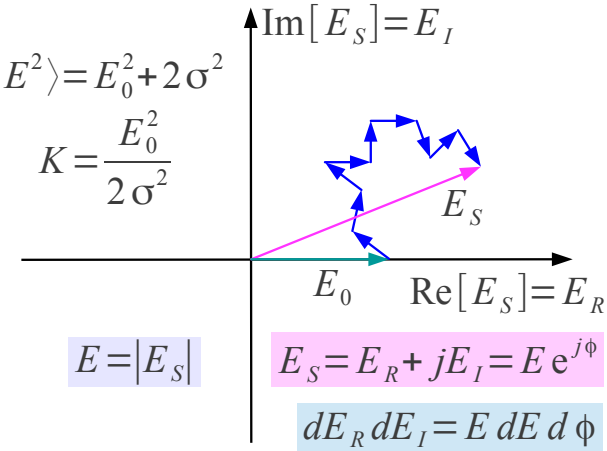
Rayleighjevo porazdelitev gostote verjetnosti amplitude polja $p(E)$ popolnoma opisuje en sam parameter, srednje kvadratno odstopanje σ , ki je povsem enako za gostoto verjetnosti realne komponente $p(E_R)$ oziroma imaginarne komponente $p(E_I)$. Srednje kvadratno odstopanje je preprost povezano $2\sigma^2 = \langle E^2 \rangle$ s povprečno vrednostjo kvadrata amplitude sprejemanega polja. Ko se statistika presiha podreja Rayleighjevi porazdelitvi, v praksi zadošča meritev ene same veličine, povprečne sprejete moči $\langle P \rangle = \alpha \langle E^2 \rangle$, ki je natančno povezana s povprečno vrednostjo kvadrata amplitude sprejemanega polja.

Zelo pogost primer radijske zveze je večpotje z neposrednim žarkom. Velikemu prispevku neposrednega žarka E_0 se prišteva množica naključnih malih kazalcev najrazličnejših stranskih poti. Statistiko vsote sinusnega nihanja (neposredni žarek) in ozkopasovnega šuma (naključni mali kazalci) je preučil inženir Stephen Oswald Rice v Bell Labs leta 1948:



Večpotje z neposrednim žarkom: Rice (E_0, σ)

en velik in mnogo naključnih malih kazalcev



$\langle E^2 \rangle = E_0^2 + 2\sigma^2$

$K = \dfrac{E_0^2}{2\sigma^2}$

Gaussova porazdelitev komponent

$$p(E_R) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(E_R - E_0)^2}{2\sigma^2}}$$

$$p(E_I) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{E_I^2}{2\sigma^2}}$$

$E = |E_S|$

$E_S = E_R + jE_I = E\,e^{j\phi}$

$dE_R dE_I = E\,dE\,d\phi$

$$p(E_R, E_I) = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{(E_R - E_0)^2 + E_I^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} e^{\left(\frac{E_R E_0}{\sigma^2}\right)} = \frac{1}{\sigma^2 2\pi} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} e^{\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right)\cos\phi}$$

$$p(E) = \int_0^{2\pi} p(E_R, E_I)\,E\,d\phi = \frac{E}{\sigma^2} e^{-\frac{E^2 + E_0^2}{2\sigma^2}} \mathrm{I}_0\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right)$$

Riceova porazdelitev

Stephen O. Rice 1948

$$\int_0^{2\pi} e^{\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right)\cos\phi}\,d\phi = 2\pi\,\mathrm{I}_0\left(\frac{E_0 E}{\sigma^2}\right)$$

Izpeljava Riceove porazdelitve gostote verjetnosti velikosti kazalčne

vsote se poenostavi, ko je prispevek neposrednega žarka E_0 povsem realen. Obe, realna in imaginarna komponenta imata Gaussovo (normalno) porazdelitev $p(E_R)$ oziroma $p(E_I)$ z enakim srednjim odstopanjem σ. Srednja vrednost realne komponente v tem primeru ni enaka nič, pač pa E_0 !

Ker sta realna in imaginarna komponenta tudi v primeru Riceove porazdelitve med sabo nekorelirani, je skupna gostota verjetnosti $p(E_R, E_I) = p(E_R)\,p(E_I)$ preprosto zmnožek obeh gostot verjetnosti. Skupno gostoto verjetnosti je smiselno pretvoriti v funkcijo polarnih koordinat: amplitudo polja E in fazo polja ϕ. Zaradi velikega prispevka E_0 neposrednega žarka vse faze niso enako verjetne pri Riceovi porazdelitvi. Gostoto verjetnosti amplitude polja $p(E)$ dobimo z integracijo po vseh možnih fazah $0 \le \phi < 2\pi$, ki v končni rezultat dodaja modificirano Besselovo funkcijo $I_0 = (E_0 E/\sigma^2)$.

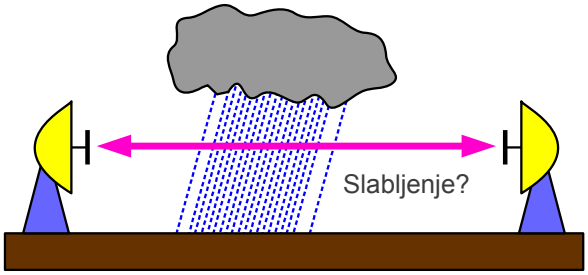
Riceovo porazdelitev gostote verjetnosti amplitude polja $p(E)$ popolnoma opisujeta dva parametra, jakost neposrednega žarka E_0 in srednje kvadratno odstopanje σ, ki je povsem enako za gostoto verjetnosti realne komponente $p(E_R)$ oziroma imaginarne komponente $p(E_I)$. Povprečje sprejete moči $\langle P \rangle = \alpha \langle E^2 \rangle = \alpha (E_0^2 + 2\sigma^2)$ vsebuje vsoto kvadratov obeh. Poleg povprečja sprejete moči moramo v primeru Riceove porazdelitve izmeriti in določiti še faktor oblike $K = E_0^2/(2\sigma^2)$.

V primeru, ko izgine neposredni žarek $E_0 \to 0$ oziroma gre faktor oblike $K \to 0$ proti nič, Riceova porazdelitev zvezno in natančno preide v Rayleighjevo porazdelitev gostote verjetnosti amplitude sprejetega polja.

Interferenca večpotja ni edini vzrok presiha v radijski zvezi. V primeru slabljenja padavin lahko gre radijski signal po eni sami poti od oddajnika do sprejemnika. Dodatno slabljenje padavin celotne zveze je produkt dodatnih slabljenj posameznih odsekov z načeloma različno jakostjo padavin. Statistiko presiha produkta mnogo naključnih prispevkov brez interference večpotja opisuje log-normalna porazdelitev gostote verjetnosti amplitude sprejetega polja.

Izpeljavo log-normalne porazdelitve pripisujejo Francisu Galtonu pri raziskavah na področju genetike v drugi polovici 19. stoletja. Logaritemske merske enote pretvorijo produkt mnogo naključnih prispevkov v vsoto logaritmov istih prispevkov. V primeru radijske zveze je log-normalna porazdelitev preprosto Gaussova (normalna) porazdelitev, kjer vse veličine:

jakost električnega polja $E_{\mathrm{dB}}=20\log_{10}(E/E_{REF})$, njeno povprečno vrednost $\langle E_{\mathrm{dB}}\rangle$ in njeno srednje kvadratno odstopanje σ_{dB} zapišemo v decibelih glede na izbrano referenco E_{REF} :



Vremenski pojavi: log-normalna ($<E_{\mathrm{dB}}>,\sigma_{\mathrm{dB}}$)

produkt mnogo naključnih prispevkov
brez interference večpotja

$$p(E_{\mathrm{dB}})=\frac{1}{\sigma_{\mathrm{dB}}\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(E_{\mathrm{dB}}-\langle E_{\mathrm{dB}}\rangle)^2}{2\sigma_{\mathrm{dB}}^2}}$$

Francis Galton ~ 1880

Fizikalno utemeljeno?

$$E_{\mathrm{dB}}=20\log_{10}\left(\frac{|E_S|}{E_{REF}}\right)=20\log_{10}\left(\frac{E}{E_{REF}}\right)=\frac{20}{\ln 10}\ln\left(\frac{E}{E_{REF}}\right)$$

$$\sigma_{\mathrm{dB}}=\sqrt{\left\langle\left(E_{\mathrm{dB}}-\langle E_{\mathrm{dB}}\rangle\right)^2\right\rangle}$$

$$\frac{dE_{\mathrm{dB}}}{dE}=\frac{20}{\ln 10}\left(\frac{E_{REF}}{E}\right)\frac{1}{E_{REF}}=\frac{20}{E\ln 10}$$

$$p(E_{\mathrm{dB}})\,dE_{\mathrm{dB}}=p(E)\,dE$$

$$p(E)=p(E_{\mathrm{dB}})\frac{dE_{\mathrm{dB}}}{dE}=p(E_{\mathrm{dB}})\frac{20}{E\ln 10}=\frac{20}{E(\ln 10)\sigma_{\mathrm{dB}}\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{\left[20\log_{10}\left(\frac{E}{E_{REF}}\right)-\langle E_{\mathrm{dB}}\rangle\right]^2}{2\sigma_{\mathrm{dB}}^2}}$$

Log-normalna porazdelitev

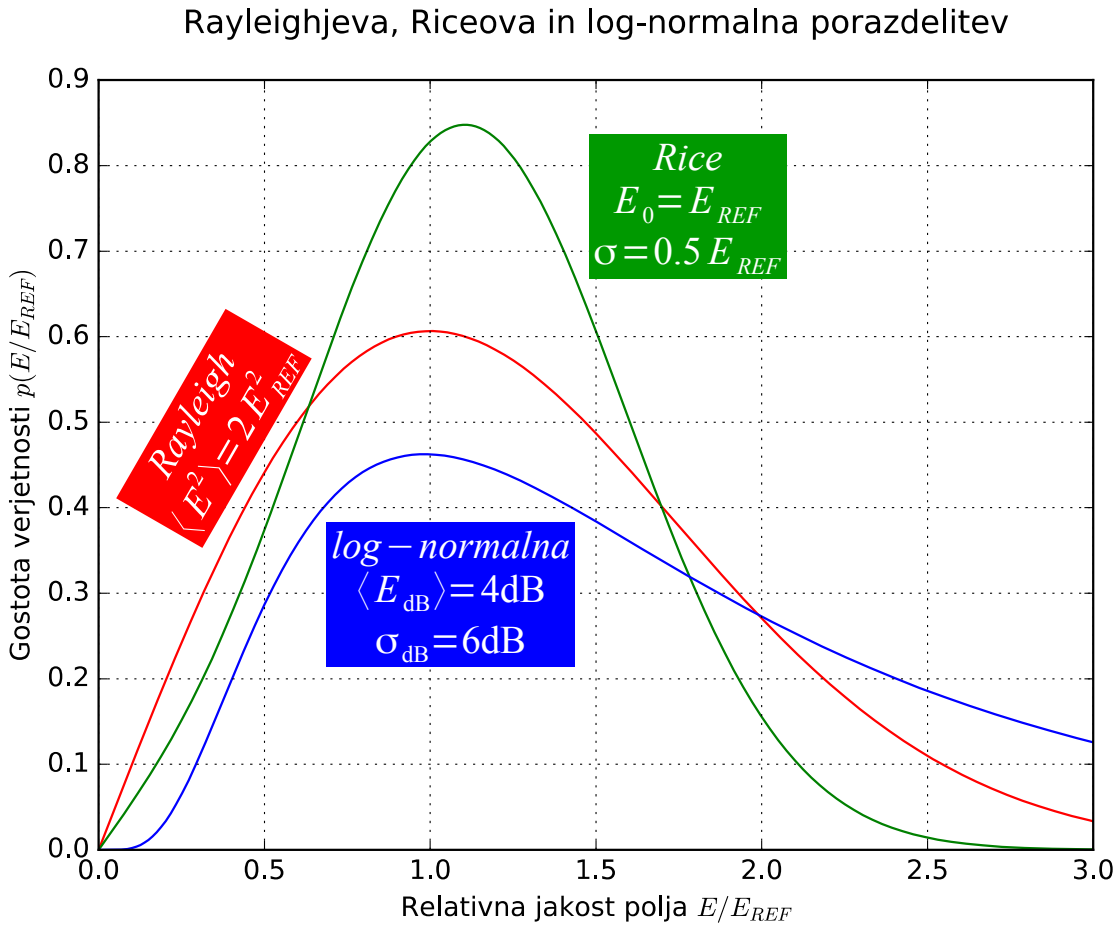
Primerjava log-normalne porazdelitve z Rayleighjevo oziroma Riceovo porazdelitvijo ni preprosta zaradi uporabe različnih merskih enot. Ne velja $E_{\mathrm{dB}}\neq E$ niti $p(E_{\mathrm{dB}})\neq p(E)$. Pač pa velja $p(E_{\mathrm{dB}})\,dE_{\mathrm{dB}}=p(E)\,dE$. Faktor pretvorbe med logaritemskimi in linearnimi merskimi enotami je odvod $dE_{\mathrm{dB}}/dE=20/(E\ln 10)$.

V praktičnih meritvah radijskih zvez izgleda log-normalna porazdelitev zelo privlačna, saj večina merilnih sprejemnikov proizvaja rezultat v logaritemskih merskih enotah, iz katerih neposredno izračunamo oba parametra log-normalne porazdelitve $\langle E_{\mathrm{dB}}\rangle$ in σ_{dB} . Žal je log-normalna porazdelitev gostote verjetnosti amplitude električnega polja v marsikateri nalogi fizikalno popolnoma neutemeljena. Ko v presihu nastopa interferenca večpotja, daje log-normalna porazdelitev napačne rezultate!

Pri obdelavi rezultatov, ki jih daje merilni sprejemnik, moramo biti zelo previdni. Povprečje logaritmov $\langle\log E\rangle\neq\log\langle E\rangle$ ni enako logaritmu

povprečja. Povprečje kvadratov $\langle E^2 \rangle \neq (\langle E \rangle)^2$ ni enako kvadratu povprečja. Rezultat vsake meritve sprejemnika moramo najprej pretvoriti v ustrezne merske enote: polje, moč (kvadrat polja) ali decibeli in šele nato računati povprečje na način, kot to zahteva fizikalno utemeljena porazdelitev gostote verjetnosti.

Za preprosto primerjavo izrišemo Rayleighjevo, Riceovo in log-normalno porazdelitev s takšnimi parametri, da dobimo tri med sabo čimbolj podobne krivulje:

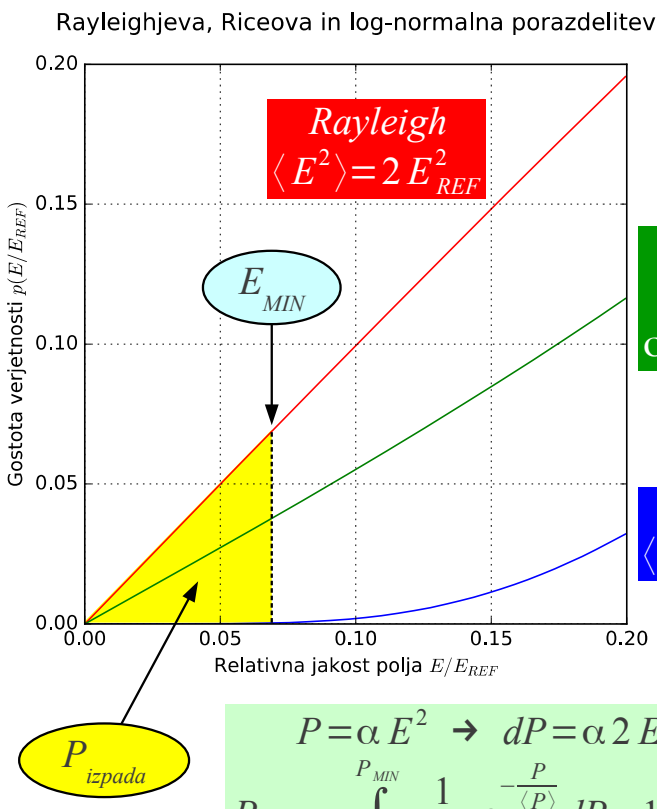


Rayleighjeva porazdelitev je samo posebni primer Riceove porazdelitve, ki ima pri faktorju oblike $K \to 0$ najširši vrh. Log-normalna porazdelitev daje krivuljo z grbo drugačne oblike. V območju $0 \leq E < \infty$ mora biti površina pod katerokoli krivuljo gostote verjetnosti natančno enaka 1:

$$\int_0^\infty p(E)\,dE = 1$$

Iz znane porazdelitve gostote verjetnosti $p(E)$ amplitude sprejetega polja lahko izračunamo verjetnost izpada zveze, ko jakost sprejema upade

pod $E<E_{MIN}$. Primerjava krivulj varno načrtovane zveze z občutljivim sprejemnikom $E_{MIN}\ll\sqrt{\langle E^2\rangle}$ pokaže bistvene razlike med Rayleigjevo, Riceovo in log-normalno porazdelitvijo:



Rice
$E_0=E_{REF}$
$\sigma=0.5\,E_{REF}$

log−normalna
$\langle E_{dB}\rangle=4\text{dB}\quad\sigma_{dB}=6\text{dB}$

Pošten račun: Rayleigh

$$P_{izpada}=\int_0^{E_{MIN}}p(E)\,dE$$

$$P_{izpada}=\int_0^{E_{MIN}}\frac{2E}{\langle E^2\rangle}e^{-\frac{E^2}{\langle E^2\rangle}}dE$$

$$P_{izpada}=1-e^{-\frac{E_{MIN}^2}{\langle E^2\rangle}}$$

$$P=\alpha E^2\ \rightarrow\ dP=\alpha 2E\,dE$$

$$P_{izpada}=\int_0^{P_{MIN}}\frac{1}{\langle P\rangle}e^{-\frac{P}{\langle P\rangle}}dP=1-e^{-\frac{P_{MIN}}{\langle P\rangle}}$$

$$P_{MIN}\ll\langle P\rangle\rightarrow P_{izpada}\approx\frac{P_{MIN}}{\langle P\rangle}$$

Zgled: mobilni telefon
$\langle P\rangle=-90\text{dBm}=1\text{pW}$
$P_{MIN}=-105\text{dBm}=0.032\text{pW}$
$P_{izpada}\approx 0.032\approx 3\%$

Izračun verjetnosti izpada zveze

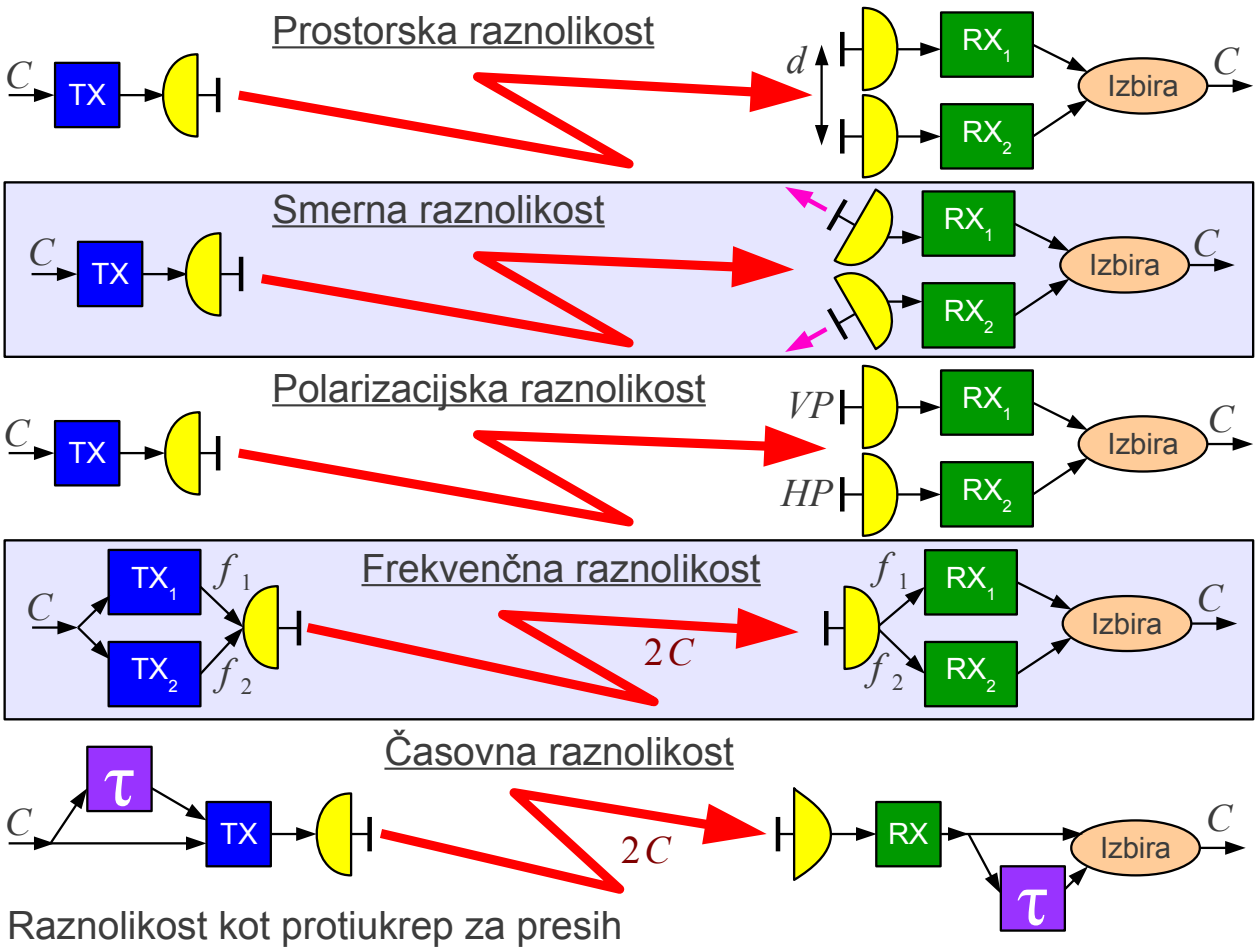
Rayleighjeva porazdelitev daje največjo verjetnost izpada zveze, kar opisuje površina pod krivuljo v območju $0\le E<E_{MIN}$. Riceova porazdelitev daje nižjo verjetnost izpada zveze. Log-normalna porazdelitev daje izredno majhno verjetnost izpada zveze. V poštenem računu upoštevamo najslabši možni primer, to je Rayleighjevo porazdelitev gostote verjetnosti.

Pri praktičnem izračunu verjetnosti izpada zveze je smiselno pretvoriti porazdelitev gostote verjetnosti v funkcijo moči sprejetega signala $p(P)$. Edini parameter Rayleighjeve porazdelitve v tem primeru postane povprečna moč sprejema $\langle P\rangle$. Do izpada zveze pride v območju $0\le P<P_{MIN}$.

V primeru velike rezerve zveze $\langle P\rangle\gg P_{MIN}$ se verjetnost izpada zveze z Rayleighjevim presihom poenostavi v $P_{izpada}\approx P_{MIN}/\langle P\rangle\ll 1$. Sprejemnik mobilnega telefona dosega občutljivost $P_{MIN}=-105\text{dBm}$. Pri povprečni moči sprejetega signala $\langle P\rangle=-90\text{dBm}$ doseže zveza

sprejemljivo verjetnost izpada $P_{izpada} \approx 3\,\%$.

Kakršnokoli dodatno zniževanje verjetnosti izpada zveze v primeru Rayleighjevega presiha zahteva zelo veliko rezervo zveze: velike antene oziroma visoko moč oddajnika. Slednja hkrati pomeni večje motnje drugim udeležencem istega omrežja, kar v skupnem računu ne povečuje zmogljivosti omrežja. Verjetnost izpada zveze lahko zniža raznoliki sprejem, kjer isto informacijo prenašamo po dveh različnih poteh:

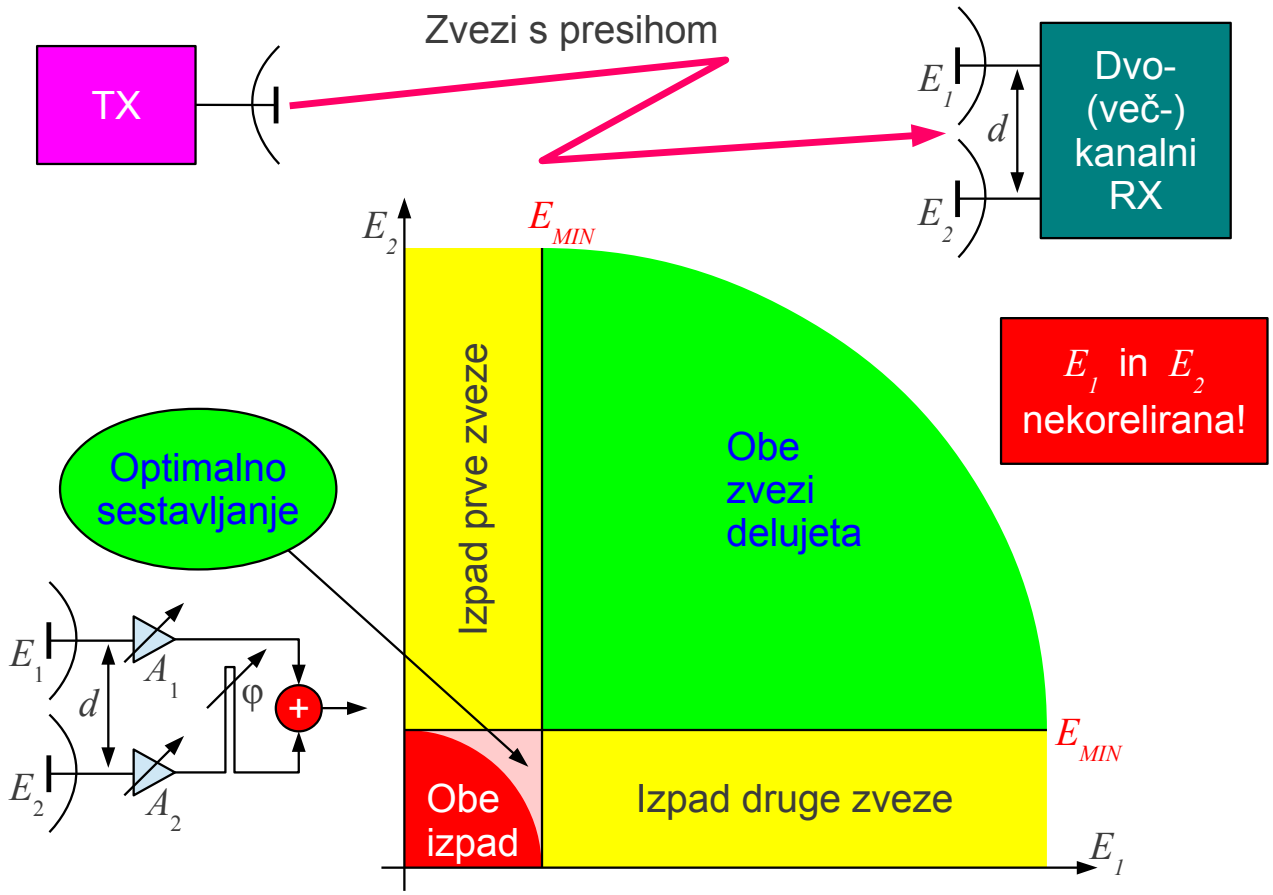


Raznolikost kot protiukrep za presih

Bazne postaje mobilne telefonije so pogosto opremljene z dvema sprejemnima antenama na določeni medsebojni razdalji d (prostorska raznolikost) oziroma s pravokotnima polarizacijama (polarizacijska raznolikost). Smerna raznolikost običajno zahteva večji sprejemni anteni.

V primeru, ko si ne moremo privoščiti več anten, lahko uporabimo frekvenčno raznolikost oziroma časovno raznolikost. Običajno je presih večpotja frekvenčno močno odvisen, učinkovit protiukrep je frekvenčno skakanje. Če se presih časovno spreminja, je smiselno isto sporočilo ponoviti. V obeh primerih frekvenčne oziroma časovne raznolikosti potrebujemo dvakratno zmogljivost radijske zveze $2C$ za prenos istega sporočila z zmogljivostjo C .

V primeru, ko lahko sprejemni anteni namestimo na dovolj veliki medsebojni razdalji d oziroma uporabimo drugačen, enakovreden ukrep, bo sprejem nekoreliran. Skupna verjetnost izpada zveze v tem primeru upade na $P_{izpada} = P_{izpada1} P_{izpada2}$ produkt verjetnosti izpadov posameznih zvez v primeru, da preprosto izbiramo boljšo zvezo. Skupno verjetnost izpada zveze P_{izpada} lahko še nekoliko zmanjšamo z optimalnim sestavljanjem izhodov obeh sprejemnikov, ampak nastavljanje obeh amplitud A_1 in A_2 ter medsebojne faze φ ni preprosta naloga:



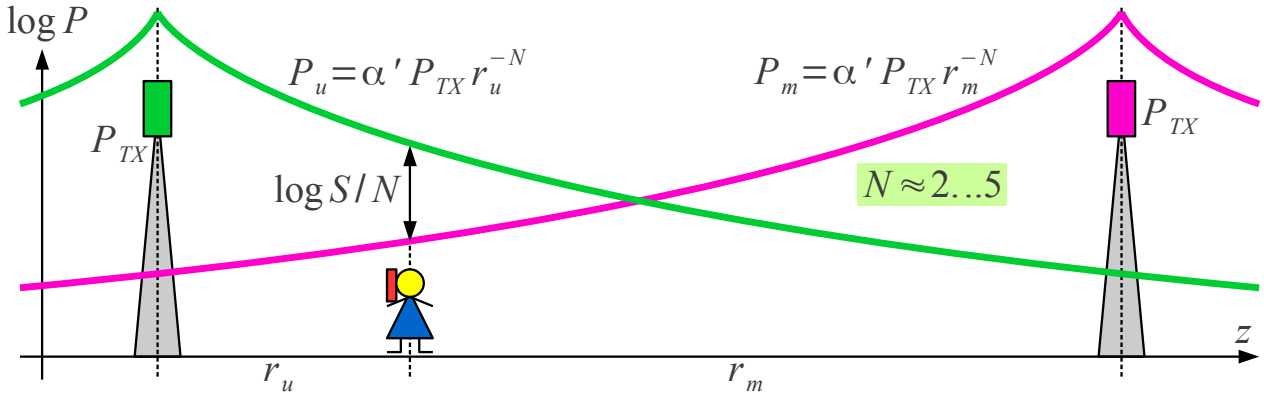
Pogostnost izpada pri nekoreliranem sprejemu

V praksi si običajno ne moremo privoščiti dovolj velike razdalje d med sprejemnima antenama oziroma drugačnega ukrepa, da bi bil presih popolnoma nekoreliran. Skupna verjetnost izpada $P_{izpada} > P_{izpada1} P_{izpada2}$ je v tem primeru večja od produkta verjetnosti izpadov posameznih zvez. V določenih primerih lahko korelacijo presiha med sprejemnima antenama celo izkoristimo. Če poznamo periodo presiha v prostoru, namestimo sprejemni anteni na takšno medsebojno razdaljo d, da minimum sprejema ene antene ustreza maksimumu sprejema druge antene in obratno.

Rezervo presiha zveze moramo upoštevati tudi pri smotrni izrabi

radiofrekvenčnega prostora. Zagotovo ni smotrno, da bi en radiofrekvenčni kanal dodelili samo enemu oddajniku v celem vesolju. Pač pa je smotrno isti radiofrekvenčni kanal dodeliti še drugim oddajnikom na dovolj veliki razdalji, da ne pride do medsebojnih motenj.

Dodeljevanje radiofrekvenčnih kanalov potrebuje dva podatka: zakonitost upadanja jakosti polja z razdaljo in zahtevano razmerje signal/motnja, ki vsebuje tudi rezervo presiha. Na primer, v mobilni telefoniji upada moč sprejema s četrto potenco $N=4$ razdalje zaradi odboja od ravnih tal. Sprejemnik potrebuje razmerje signal/šum na vhodu vsaj $S/N=13\mathrm{dB}$. Presih zahteva rezervo zveze vsaj $\langle P\rangle/P_{MIN}=15\mathrm{dB}$ za sprejemljivo verjetnost izpada $P_{izpada}\approx 3\,\%$. Skupno razmerje signal/motnja $S/N=28\mathrm{dB}$ zahteva najmanjšo oddaljenost motilca $r_m\geq 5\,r_u$ petkrat večjo od uporabnega dometa radijske zveze:



Mestno okolje brez vidljivosti

$3\leq N\leq 5$

$P_{RX}=P_{TX}G_{TX}G_{RX}\alpha(\lambda)h_{TX}^2 h_{RX}^2 d^{-N}$

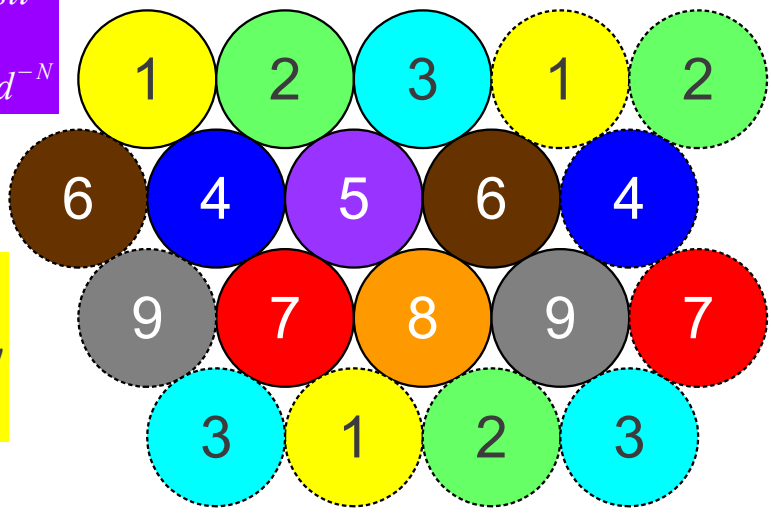
$S/N=\frac{P_u}{P_m}=\left(\frac{r_m}{r_u}\right)^N$

Primer: $N=4$

$S/N=28\mathrm{dB}=625$

z rezervo presiha!

$r_m=r_u\sqrt[N]{S/N}\approx 5\,r_u$



Ponovna uporaba spektra

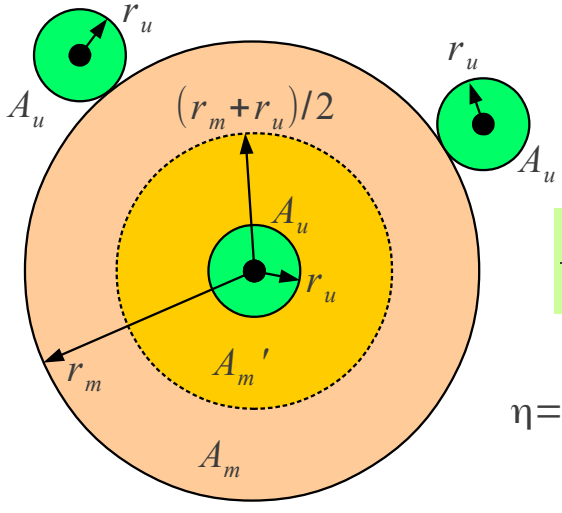
Bazne postaje omrežja mobilne telefonije so razmeščene po površini Zemlje v dveh dimenzijah. Rešitev naloge $r_m\geq 5\,r_u$ v dveh dimenzijah zahteva 9 radiofrekvenčnih kanalov. Na razdalji $r\approx 6\,r_u$ lahko v poljubni smeri isti radiofrekvenčni kanal ponovno uporabimo brez prehudih medsebojnih motenj. Kroge pokrivanja posameznih baznih postaj

poenostavimo v šesterokotne celice, od tu angleški izraz "cellular phone" oziroma po naše "čebelarjenje".

Izbira kodiranja in modulacije v celičnem omrežju ni preprosta. Shannonov izrek o zmogljivosti zveze pravi, da spektralno učinkovita oddaja z visokim C/B hkrati zahteva visoko razmerje signal/motnja S/N, torej veliko razdaljo ponavljanja radiofrekvenčnega kanala. Smotrna izraba radiofrekvenčnega prostora zahteva največjo zmogljivost na enoto površine Zemlje C/A, kar ne ustreza najvišji spektralni učinkovitosti C/B.

V izogibanju številnim stopnjam prostosti številskega sistema mobilne telefonije si oglejmo preprostejši zgled analognega omrežja mobilne telefonije. Analogna mobilna telefonija lahko uporablja frekvenčno modulacijo (FM) s kanalskim razmakom 50kHz, 25kHz ali 12.5kHz ali pa amplitudno modulacijo z enim samim bočnim pasom brez nosilca (SSB) s kanalskim razmakom 5kHz. V isti košček spektra širine 50kHz lahko namestimo (faktor K_{50}) eno samo zvezo v sistemu $\text{FM}_{50\text{kHz}}$, dve zvezi v sistemu $\text{FM}_{25\text{kHz}}$, štiri zveze v sistemu $\text{FM}_{12.5\text{kHz}}$ in kar deset neodvisnih vzporednih zvez v sistemu $\text{SSB}_{5\text{kHz}}$:

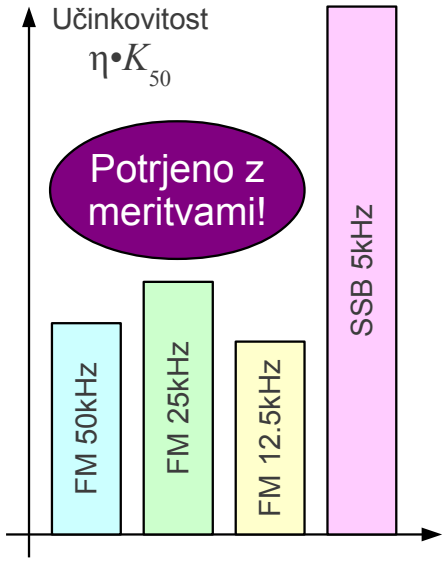
Modulacija	K_{50}	Koleb Δf	$m=\Delta f/B_u$	$3m^2$	r_m/r_u	η	$\eta \bullet K_{50}$	Ocena
FM 50kHz	1	±15kHz	5	75	1.08	0.929	0.929	FM prag?
FM 25kHz	2	±6kHz	2	12	1.70	0.549	1.098	Dober!
FM 12.5kHz	4	±1.5kHz	0.5	0.75	3.40	0.207	0.827	Slab!
SSB 5kHz	10	$B_R=B_u=3\text{kHz}$		1	3.16	0.231	2.309	Presluh?



Primer:
$N=4$
$S/N=100$

$$\frac{r_m}{r_u}=\sqrt[N]{\frac{S/N}{3m^2}}$$

$$\eta=\frac{A_u}{A_m'}=\left(\frac{2}{1+\frac{r_m}{r_u}}\right)^2$$



Izbira učinkovite modulacije

Poleg spektralne učinkovitosti C/B moramo upoštevati še prostorsko učinkovitost. Oddajnik ima uporaben domet r_u in pokrije z uporabnim signalom površino A_u . Isti oddajnik pokrije na večji razdalji r_m širše področje A_m z motnjami, kjer ni možno uporabljati istega radiofrekvenčnega kanala. Ker je dopuščeno prekrivanje področij z motnjami več enakih sosednjih oddajnikov na istem radiofrekvenčnem kanalu, vsak oddajnik s svojimi motnjami v resnici zaseda nekoliko manjšo površino A_m' s polmerom $r_m'=(r_m+r_u)/2$.

Z upoštevanjem dometa medsebojnih motenj pri ponovni uporabi spektra postane slika precej drugačna. Amplitudna modulacija (SSB) je zelo dovzetna za motnje, saj sprejemnik samo frekvenčno prestavi signal brez obdelave. Frekvenčna modulacija (FM) omogoča izboljšanje razmerja signal/šum za faktor $(S/N)_{uporabnik}=3\,m^2(S/N)_{radio}$ v sprejemniku, kjer je indeks frekvenčne modulacije $m=\Delta f/B_u$ razmerje med kolebom FM in uporabno pasovno širino (govor $B_u\approx 3\mathrm{kHz}$).

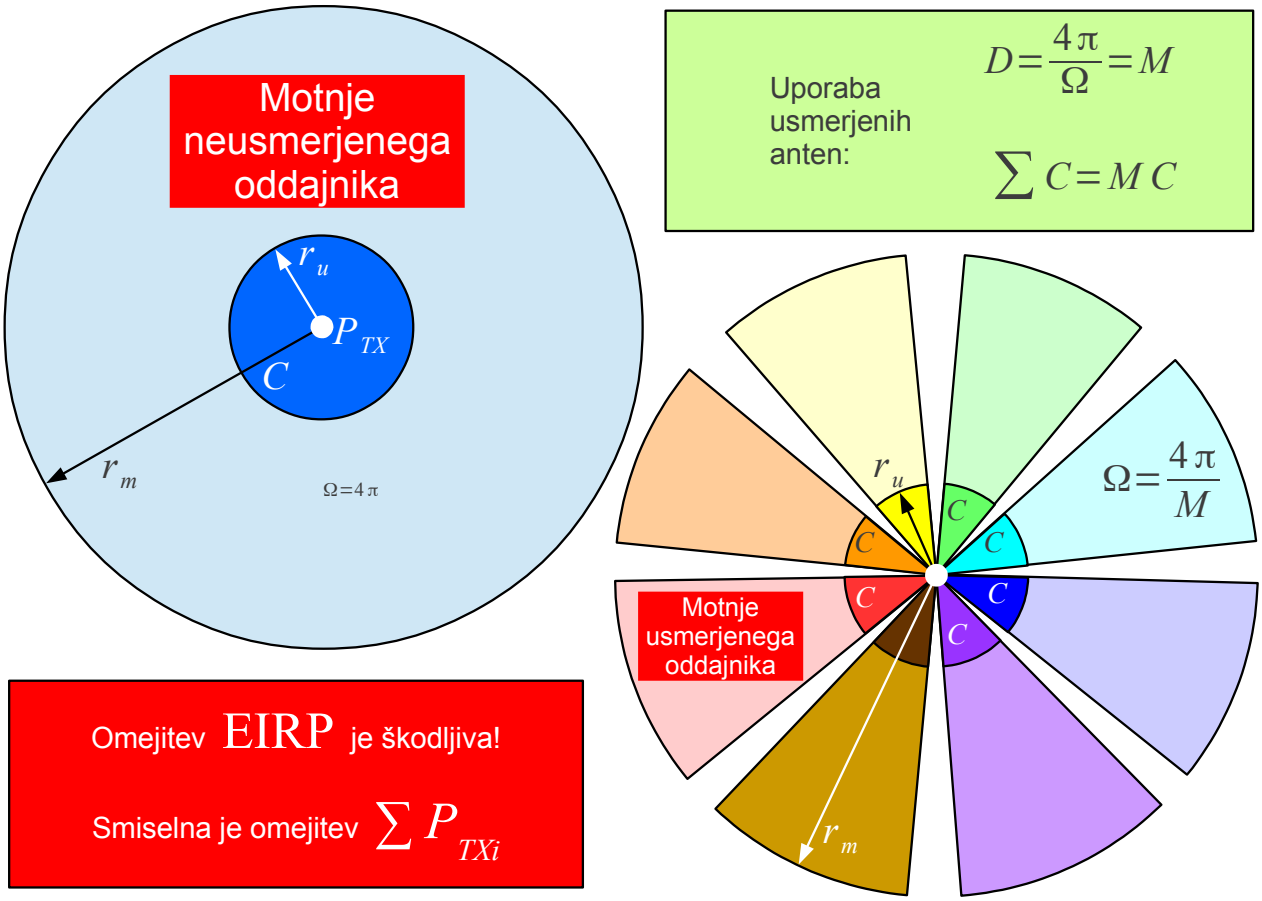
Dobitek frekvenčne modulacije $3m^2$ sicer ni tako visok, kot to obljublja Shannon, pač pa znamo FM preprosto izdelati v analogni tehniki (Edwin Howard Armstrong 1933). Pri isti zahtevi $S/N=100=20\mathrm{dB}$ (vključno z rezervo presiha) je od vseh štirih obravnavanih rešitev sistem $\mathrm{FM}_{50\mathrm{kHz}}$ najbolj odporen na motnje $r_m/r_u=1.08$, sistem $\mathrm{FM}_{12.5\mathrm{kHz}}$ pa najmanj odporen na motnje $r_m/r_u=3.40$ zaradi neučinkovite modulacije s $3m^2<1$.

V omrežju mobilne telefonije moramo upoštevati oboje: spektralno učinkovitost C/B in prostorsko učinkovitost $\eta=A_u/A_m'$ oziroma produkt obeh $\eta\cdot K_{50}$. Najboljšo skupno učinkovitost daje sistem $\mathrm{SSB}_{5\mathrm{kHz}}$. Žal je v slednjem presluh razumljiv, kar je v sistemu mobilne telefonije skrajno nezaželjeno. Od vseh ostalih sistemov daje najboljšo skupno učinkovitost sistem $\mathrm{FM}_{25\mathrm{kHz}}$, najslabšo skupno učinkovitost pa sistem $\mathrm{FM}_{12.5\mathrm{kHz}}$.

Številni praktični poskusi v drugi polovici 20. stoletja so potrdili opisano izpeljavo. Vsi analogni sistemi mobilne telefonije uporabljajo frekvenčno modulacijo s kanalskim razmakom $25\mathrm{kHz}$. Govorne zveze s frekvenčno modulacijo in neučinkovitim kanalskim razmakom $12.5\mathrm{kHz}$ uporabljajo samo radioamaterji in državni organi.

Prostorsko učinkovitost kateregakoli sistema radijskih zvez se da bistveno izboljšati z uporabo usmerjenih anten. Žal je danes marsikateri

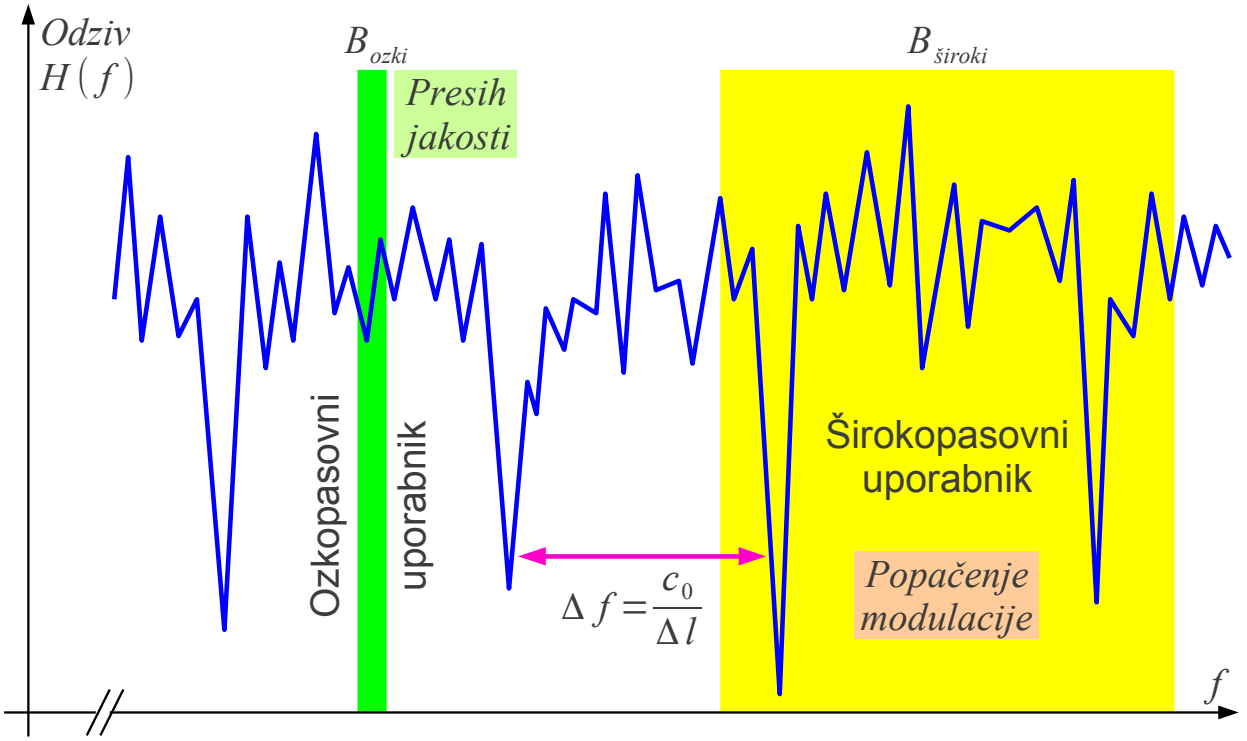
sistem radijskih zvez zakonsko omejen z efektivno sevano močjo $EIRP$, kar uporabnikov ne spodbuja k nameščanju usmerjenih anten. Dosti bolj smiselna bi bila omejitev moči oddajnika P_{TX} oziroma še bolj smiselna omejitev vsote moči vseh oddajnikov $\sum P_{TXi}$:



Povečanje zmogljivosti z usmerjenimi antenami

Prostorsko učinkovitost sistema mobilnih radijskih zvez se da še dodatno izboljšati z uporabo nastavljivih usmerjenih anten. Antensko skupino je smiselno stalno nastavljati tako, da so vsi motilci v ničlah njenega smernega diagrama.

Večpotje poleg presiha jakosti tudi popači spekter prenašanega signala. Prevajalna funkcija $H(f)$ radijske zveze z večpotjem je zelo razgibana. V radijskih zvezah preko ionosfere je razlika dolžin poti v velikostnem razredu $\Delta l \approx 100\mathrm{km}...1000\mathrm{km}$, kar pomeni periodo presiha v frekvenčnem prostoru $\Delta f \approx 3\mathrm{kHz}...300\mathrm{Hz}$. Pojav imenujemo tudi selektivni presih (angleško: selective fading). Ker se ionosfera stalno spreminja, postane sprejem kratkovalovne radiodifuzne radijske postaje $3\mathrm{MHz} < f < 30\mathrm{MHz}$ z analogno amplitudno modulacijo vsakih nekaj minut popačen:



$B_{ozki} \ll \Delta f \ll B_{široki}$

Mestno okolje $f_0 \approx 450\text{MHz}$
$\Delta l \approx 200\text{m} \ldots 1.5\text{km}$
$\Delta f \approx 1.5\text{MHz} \ldots 200\text{kHz}$

Večpotje v frekvenčnem prostoru

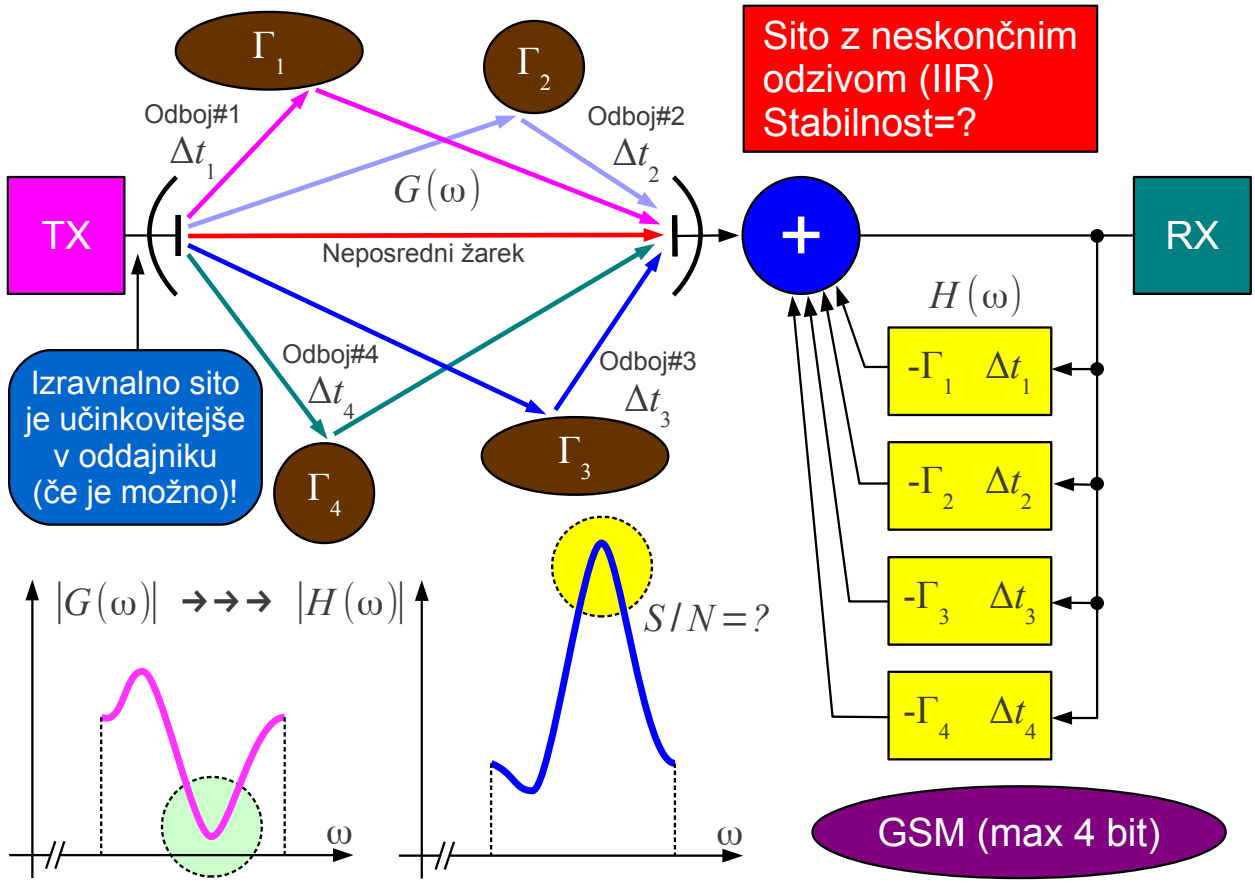
V mobilni telefoniji je razlika dolžin poti v velikostnem razredu $\Delta l \approx 200\text{m}...1.5\text{km}$ v mestnem okolju v frekvenčnem pasu $f_0 \approx 450\text{MHz}$ in sorazmerno manj na višjih frekvencah. Perioda presiha v frekvenčnem prostoru znaša $\Delta f \approx 1.5\text{MHz}...200\text{kHz}$ in sorazmerno več na višjih frekvencah. Ozkopasovni uporabnik $B_{ozki} \ll \Delta f$, na primer en sam analogni telefonski pogovor $\text{FM}_{25\text{kHz}}$, v tem primeru občuti samo presih jakosti sprejema, popačenje modulacije je zanj zanemarljivo.

Obratno širokopasovni uporabnik $B_{široki} \gg \Delta f$ ne občuti presiha jakosti sprejema, pač pa je zanj omejujoče popačenje modulacije. V radijskih zvezah preko ionosfere z razliko dolžin poti v velikostnem razredu $\Delta l \approx 100\text{km}...1000\text{km}$ popačenje modulacije omejuje hitrost prenosa na komaj $R \approx 1/(3\,\Delta t) \approx 1000\text{znakov/s}...100\text{znakov/s}$. Slednje pomeni omejitev zmogljivosti preproste dvo-nivojske modulacije na enem nosilcu na komaj $C \approx 1\text{kbit/s}...100\text{bit/s}$.

Analogni mobilni telefoni in še posebno pripadajoče bazne postaje so komplicirane in drage zaradi frekvenčnega sodostopa FDMA (angleško: Frequency-Division Multiple Access). Slednji zahteva številna komplicirana, velika in draga analogna sita. Razvijalci sistema GSM so iskali cenejšo

rešitev v časovnem sodostopu TDMA (angleško: Time-Division Multiple Access). Slednji zahteva dosti večjo pasovno širino radijskih signalov.

Prvotni predlog GSM s kanali širine $B \approx 6\mathrm{MHz}$ za časovni sodostop velikega števila uporabnikov se je izkazal neizvedljiv zaradi popačenja večpotja. Razvijalci GSM so zato omejili časovni sodostop na osem uporabnikov v frekvenčnem kanalu širine $B = 200\mathrm{kHz}$. Ker popačenje večpotja $G(\omega)$ ni zanemarljivo niti v frekvenčnih kanalih $B = 200\mathrm{kHz}$, vsak GSM sprejemnik vsebuje izravnalno sito $H(\omega)$:

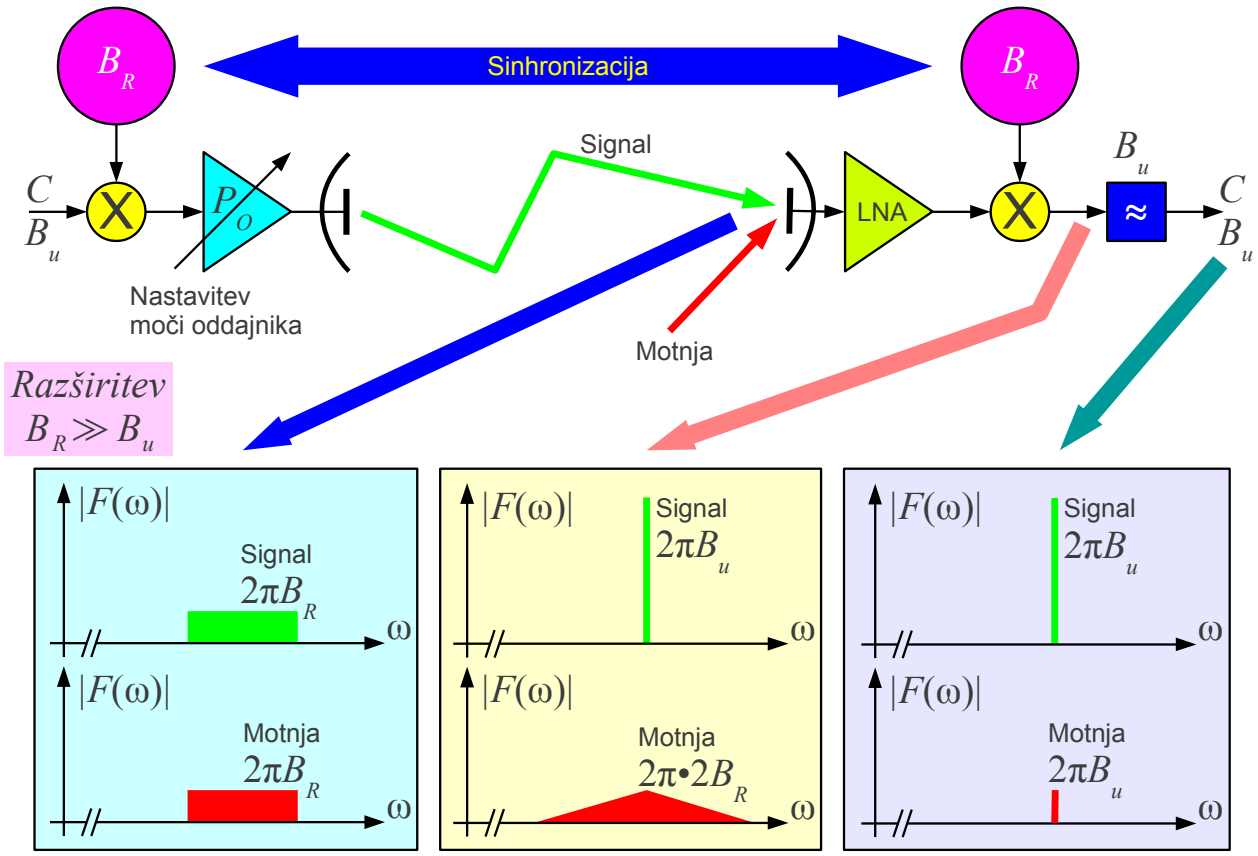


Odpravljanje popačenja večpotja z izravnalnim sitom

Izravnalno sito $H(\omega)$ je sito z neskončnim odzivom, torej lahko postane nestabilno, ko ima popačenje večpotja $G(\omega)$ v prenosnem pasu ničlo. V minimumu $G(\omega)$ mora biti $H(\omega)$ zelo velik, kar pomeni poslabšanje razmerja signal/šum S/N . Izravnalno sito $H(\omega)$ bi bilo bolj učinkovito, ko bi lahko vsaj del sita vgradili v oddajnik.

Dolžine poti posameznih žarkov v večpotju lahko izmerimo z radijskim signalom dovolj velike pasovne širine $B > \Delta f$ v primerjavi s frekvenčno periodo presiha. V komunikaciji z razširjenim spektrom (angleško: spread spectrum) spekter signala namenoma razširimo z znanim zaporedjem

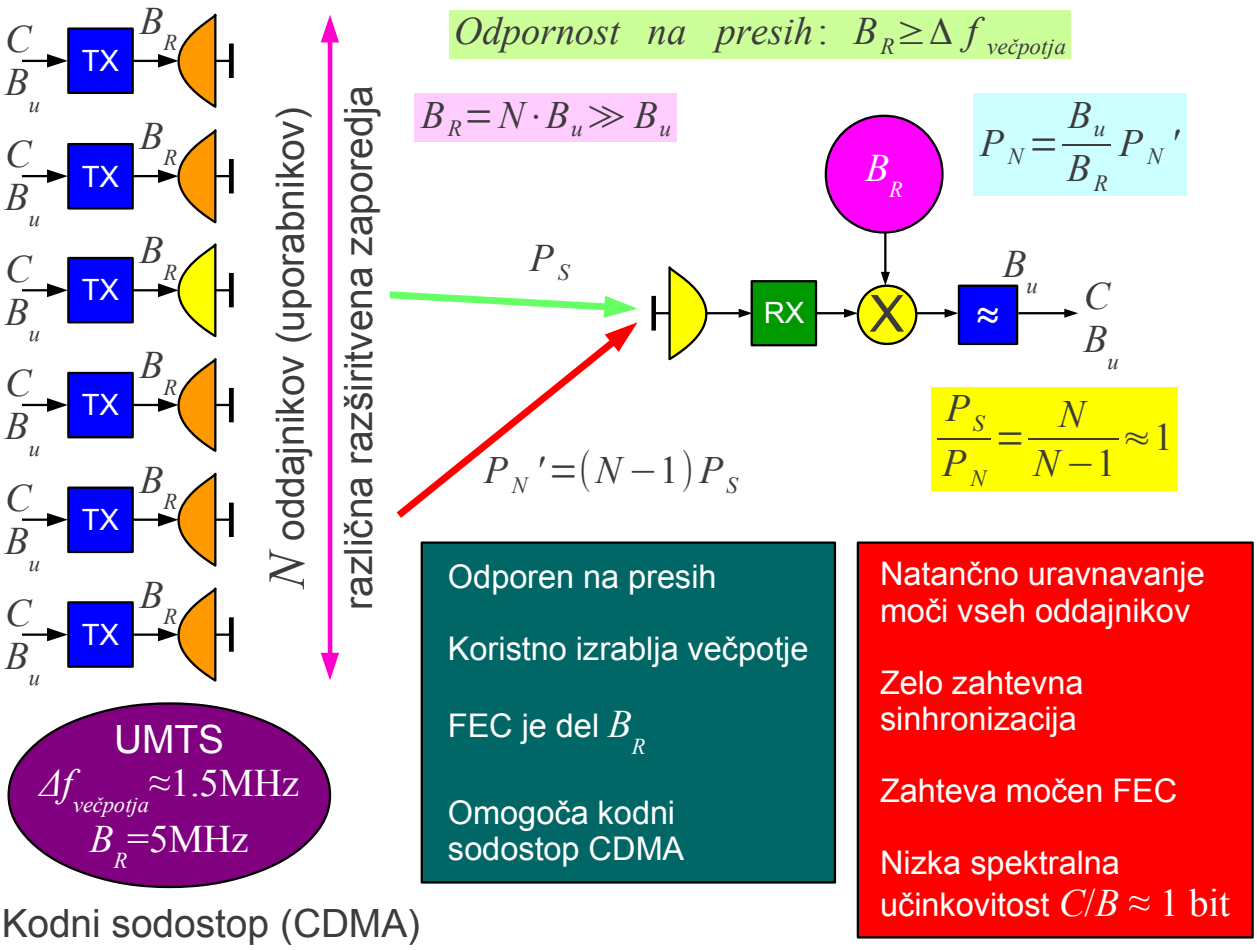
pasovne širine $B_R > \Delta f$. Na sprejemni strani ponovno množimo z istim znanim zaporedjem B_R . Ko sta zaporedji oddajnika in sprejemnika natančno sinhronizirani med sabo, se spekter signala skrči v B_u . Pri tem se motnje in signali, ki niso sinhronizirani (stranske poti večpotja) razširijo v spekter širine $2\,B_R$. Ozkopasovno sito širine B_u prepušča željeni signal neokrnjen in hkrati izloča večino motenj in stranskih poti:



Razširjeni spekter (Spread spectrum)

V komunikaciji z razširjenim spektrom lahko koristno izrabimo večpotje. Sprejemnik vsebuje več vzporednih verig obdelave signala (prstov), od katerih je vsaka sinhronizirana na določen žarek večpotja. Obdelane signale lahko nato optimalno sestavimo. Običajni sprejemniki za razširjeni spekter vsebujejo vzporedno obdelavo štirih do pet prstov (angleško: fingers).

Razširjeni spekter sicer zmore izločiti popačenje večpotja, ima pa na prvi pogled zelo slabo spektralno učinkovitost $C/B_R \ll C/B_u$. Pri komunikaciji z razširjenim spektrom lahko uporabimo kodni sodostop CDMA (angleško: Code-Division Multiple Access). Isto radijsko pot lahko v istem delu spektra uporablja več udeležencev z različnimi razširitvenimi zaporedji iste pasovne širine B_R . Razširitvena zaporedja izbiramo tako, da so medsebojne motnje čim manjše:



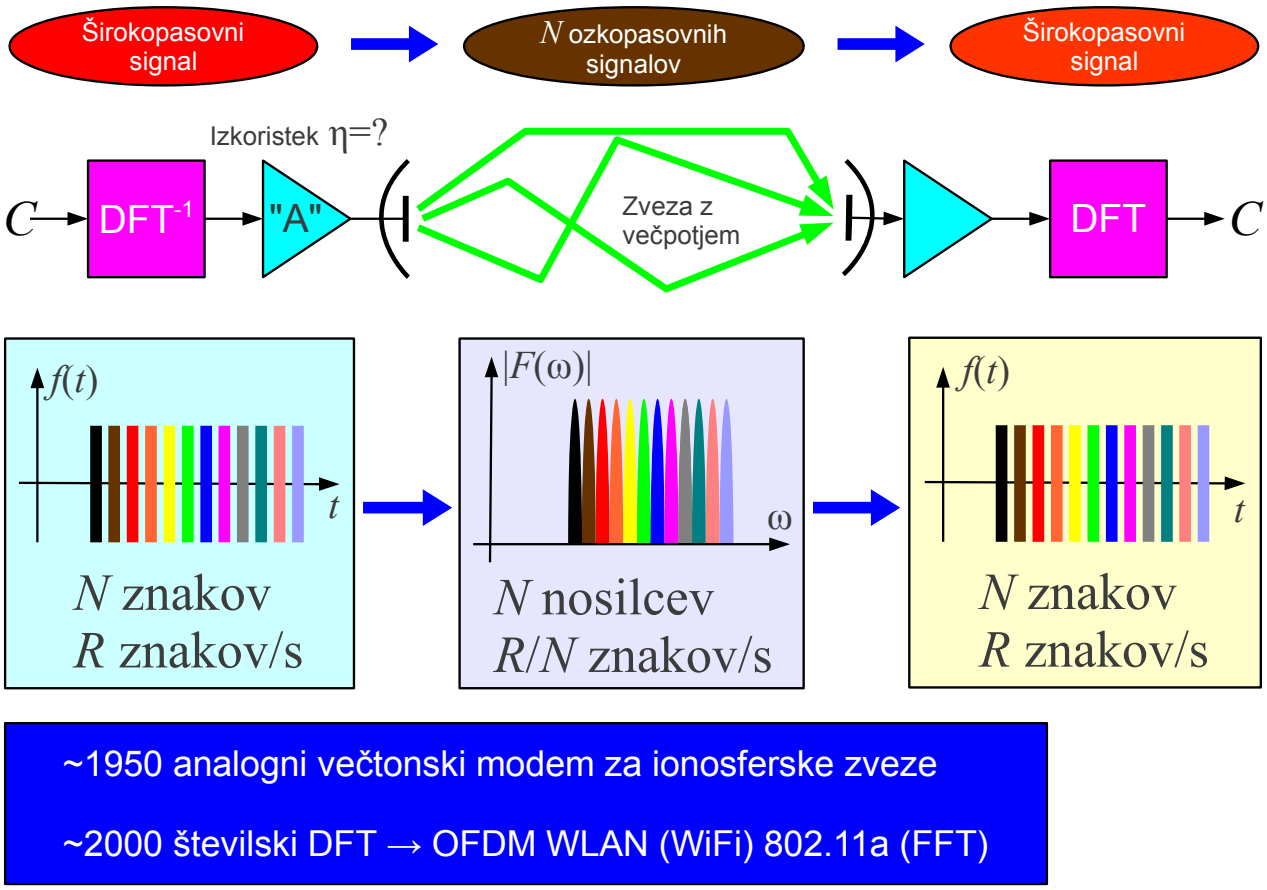
Kodni sodostop (CDMA)

Kodni sodostop CDMA uporabljata sistema mobilnih zvez IS95 z razširitvijo $B_R = 1.5\text{MHz}$ v pasu $f_0 \approx 900\text{MHz}$ in UMTS z razširitvijo $B_R = 5\text{MHz}$ v frekvenčnem pasu $f_0 \approx 2\text{GHz}$. Pri velikem številu uporabnikov je razmerje signal/šum $S/N \approx 1$ v bližini enote v vseh sistemih CDMA ob skrbnem nadzoru moči oddajnikov vseh udeležencev, sicer pa še manj.

Nizko razmerje signal/šum CDMA zahteva zelo zmogljivo kodiranje za vnaprejšnje popravljanje napak FEC (angleško: Forward Error Correction). Na srečo je FEC lahko del razširitvenega zaporedja, torej ne kazi že tako slabe spektralne učinkovitosti $C/B \approx 1\text{bit}$ sistema CDMA. Odpravljanje posledic večpotja z razširjenim spektrom vnaša torej hude omejitve v načrtovanje radijske zveze.

Boj proti popačenju večpotja je ubral drugačno pot že dosti prej, preden so razvili prvi uporaben sistem z razširjenim spektrom. Vojaki so sredi 20. stoletja želeli kaj več od elektromehanskega radio-teleprinterja z zmogljivostjo manj kot $C < 100\text{bit/s}$ v radijskih zvezah preko ionosfere. Na prvi pogled preprosta rešitev je večtonski modem. En sam širokopasovni signal

$B_{široki} = N\,B_{ozki}$ razdelimo na večje število ozkopasovnih signalov. Slednji ne občutijo popačenja večpotja:



~1950 analogni večtonski modem za ionosferske zveze

~2000 številski DFT → OFDM WLAN (WiFi) 802.11a (FFT)

Večtonski modem kot protiukrep za popačenje večpotja

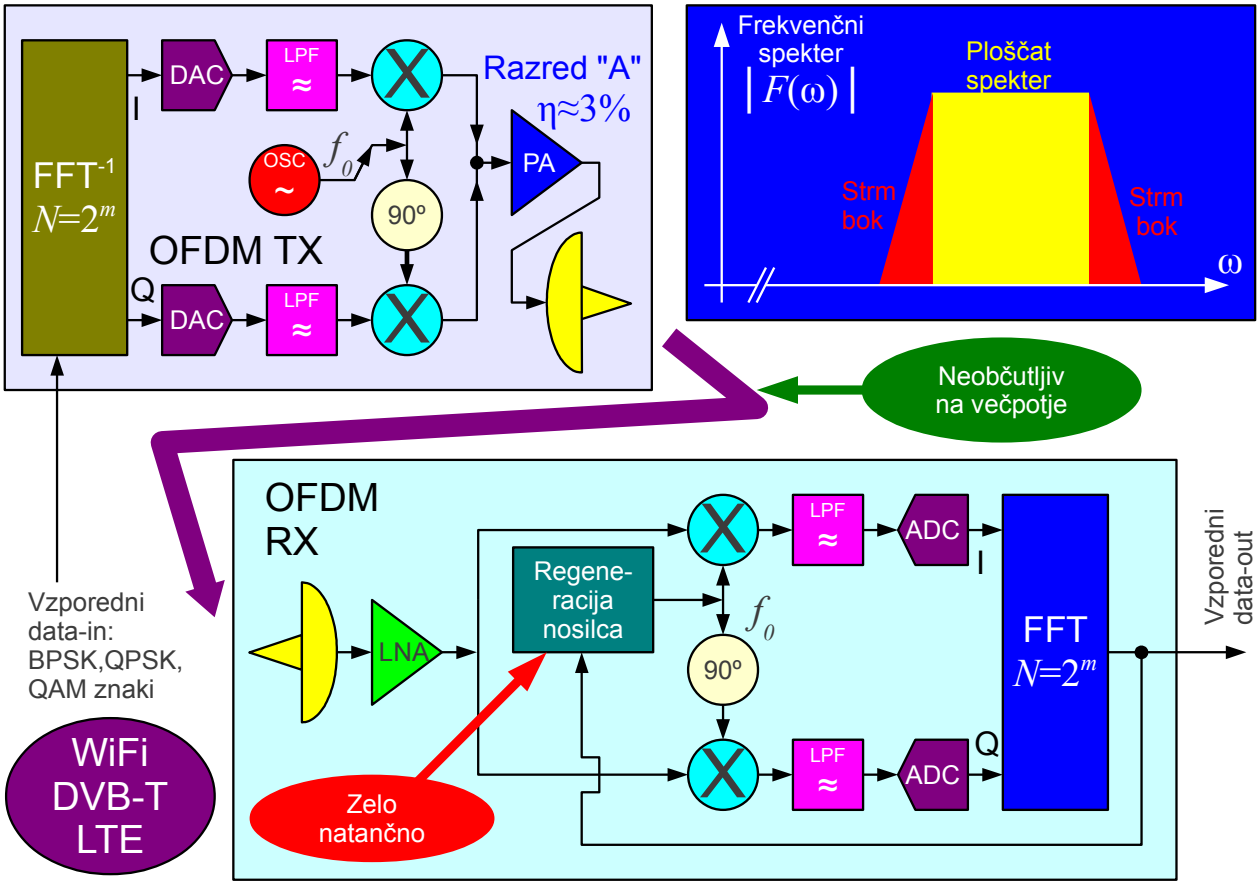
Niti večtonski modem ne more delovati brez vnaprejšnjega popravljanja napak FEC. Presih jakosti sprejema pokvari le manjše število nosilcev, zato je FEC večtonskega modema dosti manj zahteven od potratnega FEC pri CDMA. Večtonski modem sicer ne postavlja omejitev za modulacijo posameznih nosilcev niti za spektralno učinkovitost C/B celotnega sistema. Glavna omejitev kateregakoli večtonskega modema je slab močnostni izkoristek radijskega oddajnika.

Prvi večtonski modemi sredi 20. stoletja so bili ogromne omare s številnimi analognimi siti in pripadajočo analogno obdelavo signalov. Zmogljivost večtonskih modemov je bila v velikostnem razredu $C \approx 2.4\mathrm{kbit/s}$ v kratkovalovni radijski zvezi $3\mathrm{MHz} < f < 30\mathrm{MHz}$ preko ionosfere.

Obdelavo signalov v večtonskem modemu je danes dosti lažje izvesti številsko v obliki diskretne Fourierjeve transformacije (DFT). DFT običajno računamo z učinkovitim algoritmom FFT (angleško: Fast Fourier Transform) v obe smeri, saj je edina razlika med DFT in transformacijo v obratni smeri

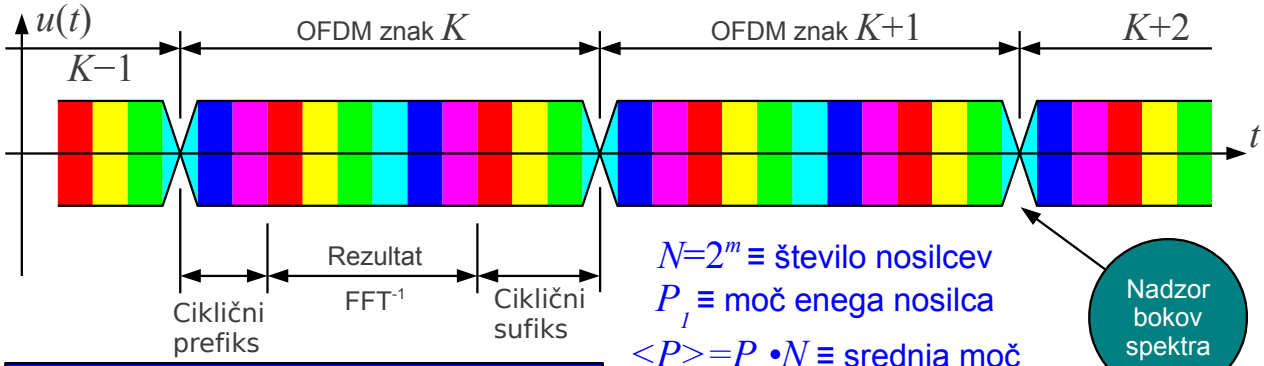
DFT^{-1} v predznaku faze. FFT je najbolj učinkovit na blokih podatkov dolžin $N=2^m$, ki so celoštevilska potenca dva.

DFT oziroma FFT najbolj smotrno uporabimo tako, da tvorimo med sabo pravokotne valovne oblike. Presluh med ozkopasovnimi nosilci tedaj natančno izgine. Tak sodostop imenujemo OFDM (angleško: Orthogonal Frequency-Division Multiplex):



Orthogonal Frequency-Division Multiplex (OFDM)

Rezultat računanja DFT (FFT) oziroma DFT^{-1} (FFT^{-1}) je vedno cikličen. Različnim zakasnitvam večpotja se izognemo tako, da vsak OFDM znak ciklično podaljšamo s cikličnim prefiksom oziroma sufiksom. Na ta način ostanejo valovne oblike OFDM med sabo pravokotne tudi v primeru večpotja:



$N=2^m$ ≡ število nosilcev

P_1 ≡ moč enega nosilca

$<P>=P_1 \cdot N$ ≡ srednja moč

$P_{MAX}=P_1 \cdot N^2$ ≡ vršna moč

Nadzor bokov spektra

$$t_{prefiks} + t_{sufiks} \geq \Delta t_{večpotja}$$

- Nastavljiva odpornost na $\Delta t_{večpotja}$
- Skoraj pravokoten frekvenčni spekter
- Zadošča šibek FEC
- Spektralni izkoristek C/B dosega teoretske vrednosti BPSK, QPSK, QAM
- Omogoča enofrekvenčna omrežja SFN (Single-Frequency Network)

- Visoko razmerje $P_{MAX}/<P>=N$ pogojuje slab izkoristek oddajnika $\eta \approx 3\%$
- FFT zahteva $N \cdot \log_2 N$ računskih operacij
- Ozkopasovni nosilci zahtevajo visoko frekvenčno stabilnost $\Delta f \leq 10\% \; R/N$
- Preveliki znaki ~12000 bit ($N \approx 2000$, $C/B \approx 6$ bit) za nekatere protokole
- Ozkopasovne motnje rušijo sinhronizacijo

Lastnosti OFDM

Ker ciklični prefiks oziroma sufiks ne prenašata dodatne informacije, pomenita izgubo zmogljivosti radijskega kanala. Frekvenčni razmak ozkopasovnih nosilcev oziroma velikost FFT je smiselno načrtovati glede na pričakovane razlike zakasnitev večpotja $\Delta t_{večpotja}$. V WiFi omrežju majhnega dometa zadošča FFT velikosti $N=64$. DVB-T oddajnik velikega dometa lahko zahteva $N \geq 8192$. Frekvenčni razmak ozkopasovnih nosilcev $\Delta f = 1/T$ neposredno določa trajanje OFDM znaka, slednjemu je treba prišteti še trajanje prefiksa in sufiksa.

Uporaba zelo dolgih OFDM znakov omogoča gradnjo enofrekvenčnih omrežij SFN (angleško: Single-Frequency Network). V primeru SFN omrežja delujejo vsi radiodifuzni oddajniki na istem frekvenčnem kanalu, oddajajo enako vsebino in so natančno sinhronizirani med sabo. Sprejemnik sploh ne razlikuje med večpotjem enega oddajnika in signali drugih oddajnikov.

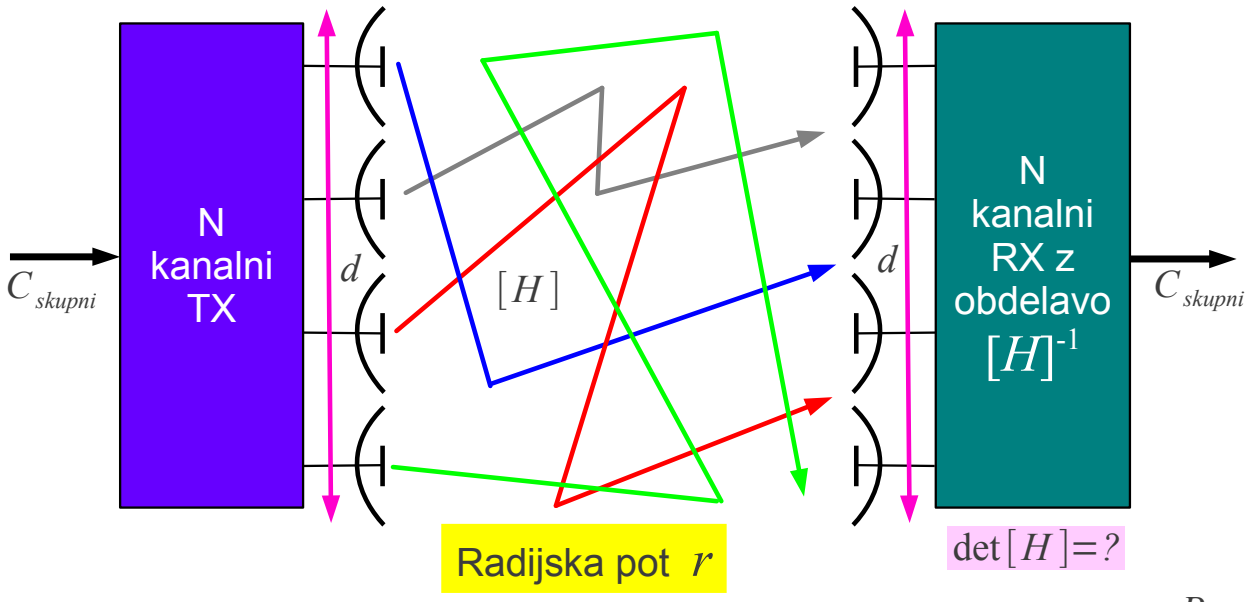
Zelo dolgi OFDM znaki so lahko preveliki za protokole, ki zahtevajo hitro potrjevanje sprejema. Zelo dolgi OFDM znaki vsebujejo ozkopasovne nosilce, kar pogojuje visoko točnost frekvenc, počasno sinhronizacijo in celo občutljivost na Dopplerjev pomik.

Slaba lastnost kateregakoli večtonskega modema vključno z OFDM je

slab energijski izkoristek radijskega oddajnika. Vršna moč $P_{MAX}=\alpha N^2$ je sorazmerna kvadratu števila nosilcev (sofazna vsota kazalcev). Povprečna moč $\langle P\rangle=\alpha N$ je vsota moči vseh nosilcev.

Razmerje med vršno in povprečno močjo $PAPR=P_{MAX}/\langle P\rangle$ (angleško: Peak-to-Average Power Ratio) je v teoriji enako številu nosilcev $PAPR=N$. V praksi dopustimo manjše popačenje signala in omejimo $PAPR\approx 10...30\approx 10\text{dB}...15\text{dB}$, kar omogoča izkoristek moči izhodne stopnje radijskega oddajnika v območju $\eta\approx 2\%...5\%$.

Večpotje ni nujno samo nadležen pojav v radijski zvezi. Večpotje lahko tudi pomnoži zmogljivost radijske zveze v določenem prostoru. V primeru N oddajnih in N sprejemnih anten opisuje prevajalno funkcijo prostora matrika $[H]$ velikostni $N\times N$. Večpotje lahko poskrbi, da determinanta prenosne poti $\det[H]\neq 0$ ni enaka nič. Z obdelavo $[H]^{-1}$ v sprejemniku pomnožimo zmogljivost vse do $C_{skupni}\rightarrow N\cdot C_{kanala}$:



Koristna uporaba večpotja!

$$C_{skupni}=N\cdot C_{kanala}=N\cdot B\cdot\log_2\left(1+\frac{P_s}{P_n}\right)$$

(+) visoka spektralna učinkovitost: $C/B\geq 10$ bit

(–) zahteva N oddajnih anten in N sprejemnih anten

(+) preprosta rešitev MIMO 2x2: uporaba obeh polarizacij

(–) več kot dve polarizaciji $\det[H]\neq 0$ le na kratkih poteh $r\leq 2d^2/\lambda$

MIMO (Multiple-In Multiple-Out)

Opisano učinkovito izrabo prostora v radijski zvezi imenujemo MIMO (angleško: Multiple-In Multiple-Out). Povečanje zmogljivosti je funkcija

velikosti $\det[H]$. Majhna determinanta poslabša razmerje signal/šum in skupna zmogljivost $C_{skupni} < N \cdot C_{kanala}$ ne dosega željenega večkratnika zmogljivosti kanala.

Prevračanje matrik v sprejemniku MIMO sicer ni zahtevna obdelava signalov v primerjavi s FFT v OFDM. Koristna izraba večpotja ni edina možnost, preko katere lahko pridemo do velike $\det[H]$ in visokega povečanja zmogljivosti zveze. Pomembno je razumeti širše fizikalno ozadje, v katerih primerih je MIMO možen in smiseln.

MIMO 2×2 je največkrat preprost polarizacijski multipleks. Slednji izkorišča dve med sabo pravokotni polarizaciji prečnega valovanja, da podvoji zmogljivost zveze. Avtomatika sprejemnika MIMO pri tem samo pomaga odpraviti napake anten in dvolomnost prenosne poti, da izniči presluh med obema polarizacijama.

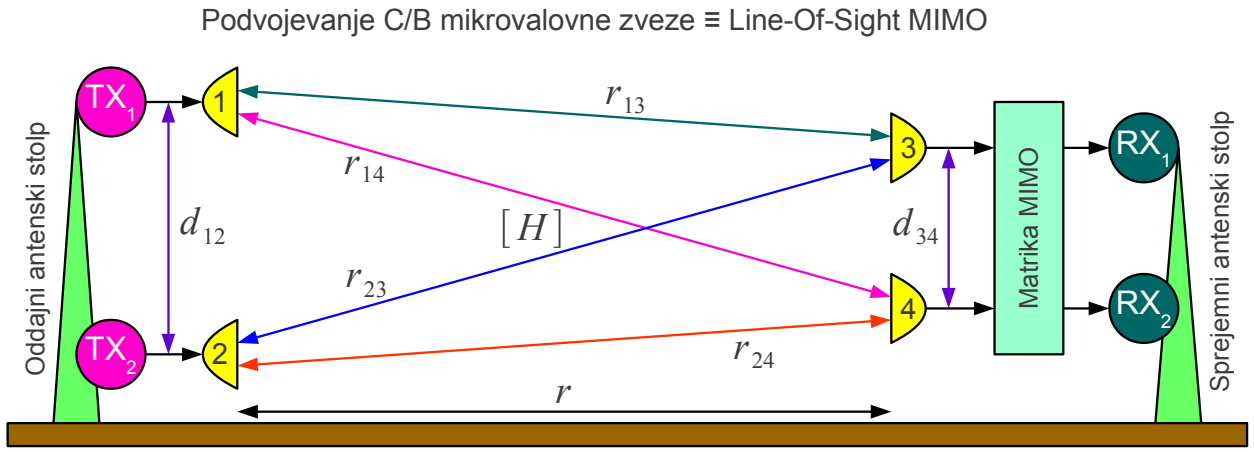
MIMO $N \times 1$ oziroma $1 \times N$ pomeni uporabo nastavljive antenske skupine na enem koncu radijske zveze, ki nastavlja ničle svojega smernega diagrama v smereh motilcev. Največkrat je to zahtevna nastavljiva skupina anten bazne postaje, ki oskrbuje N udeležencev s preprostimi antenami v N različnih smereh. Opisana učinkovita rešitev se prodaja pod tržnim imenom "Massive MIMO".

Pravi MIMO $N \times N$ lahko deluje tudi v povsem praznem prostoru brez odbojev in brez večpotja pod pogojem, da lahko poljubne antene oddajnika in poljubne antene sprejemnika namestimo na primernih medsebojnih razdaljah d . Opisano izvedbo imenujemo tudi LOS-MIMO (angleško: Line-Of-Sight MIMO).

Kot zgled si oglejmo pravi LOS-MIMO 2×2 oziroma MIMO 4×4 z uporabo obeh polarizacij. Oddajnika povežemo na anteni 1 in 2 na medsebojni razdalji d_{12} , sprejemnika na drugem koncu usmerjene mikrovalovne zveze dometa r v praznem prostoru pa na anteni 3 in 4 na medsebojni razdalji d_{34} . Odboj od tal zanemarimo.

Determinanta $[H]$ doseže največjo vrednost, ko je razlika razlik poti do prvega oddajnika in do drugega oddajnika $(r_{14} - r_{13}) - (r_{24} - r_{23}) = \lambda/2$ enaka polovici valovne dolžine. Povedano drugače, če anteni 1 in 2 oddajata različna sporočila v istem frekvenčnem pasu, predstavljata nekoheretni vir velikosti d_{12} . Sprejemni anteni 3 in 4 moramo za največjo determinanto $[H]$ namestiti na prečni koherenčni dolžini d_{34} vira. Končno, če oddajni in sprejemni anteni namestimo na enakih prečnih razdaljah $d_{12} = d_{34} = \langle d \rangle$,

slednji ustrezata pogoju za Rayleighjevo razdaljo $r=2\langle d\rangle^2/\lambda$:



$Pogoj\ \ za\ \ max\ \ \det[H]:\quad r_{14}-r_{13}-r_{24}+r_{23}=\lambda/2$

$C/B>40\text{bit}$

$$r_{13}=r_{24}=\sqrt{r^2+((d_{12}-d_{34})/2)^2}\approx r+\frac{d_{12}^2-2\,d_{12}\,d_{34}+d_{34}^2}{8\,r}$$

$$r_{14}=r_{23}=\sqrt{r^2+((d_{12}+d_{34})/2)^2}\approx r+\frac{d_{12}^2+2\,d_{12}\,d_{34}+d_{34}^2}{8\,r}$$

$$r_{14}-r_{13}-r_{24}+r_{23}\approx\frac{d_{12}\,d_{34}}{r}\ \ \rightarrow\ \ d_{12}\,d_{34}=r\cdot\lambda/2$$

MIMO brez večpotja

Zgled:

$r=10\text{km}\quad f=15\text{GHz}$

$\lambda=c_0/f=2\text{cm}$

$\langle d\rangle=\sqrt{d_{12}\,d_{34}}$

$\langle d\rangle=\sqrt{r\cdot\lambda/2}=10\text{m}$

Preizkus:

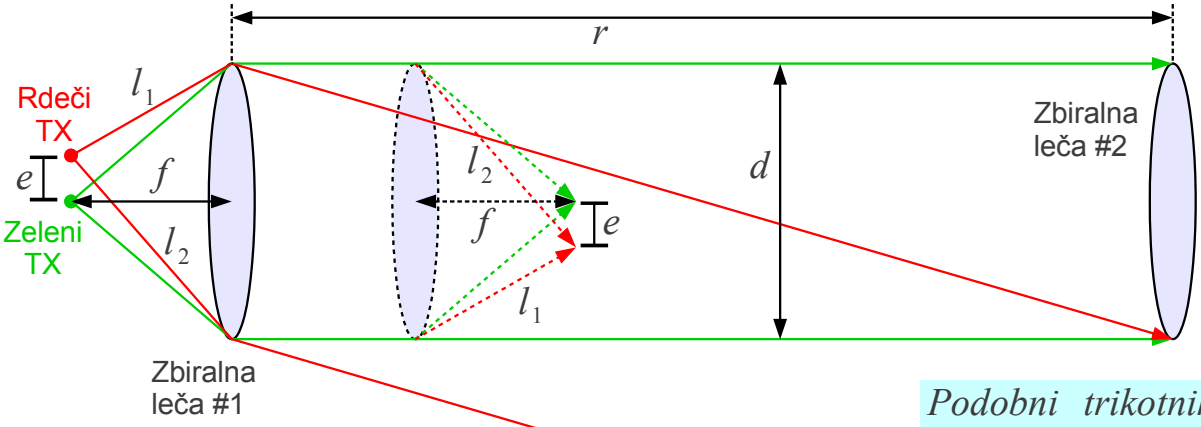
$$r=\frac{2\langle d\rangle^2}{\lambda}=10\text{km}$$

Praktična mikrovalovna usmerjena zveza premošča razdaljo $r=10\text{km}$ na frekvenci $f=15\text{GHz}$. Z uporabo obeh polarizacij je izvedljiv silno učinkovit LOS-MIMO 4×4 z oddajnima antenama in sprejemnima antenama na povprečni medsebojni razdalji $\langle d\rangle=10\text{m}$. Če na enem antenskem stolpu ne moremo namestiti anten na zahtevani razdalji, lahko prilagodimo razdaljo med antenama na drugem koncu radijske zveze, da velja $d_{12}\,d_{34}=r\cdot\lambda/2$.

LOS-MIMO je zelo učinkovit v Fresnelovem področju $r<2\,d^2/\lambda$. V Fresnelovem področju pomaga razlaga iz geometrijske optike. LOS-MIMO izdelamo s pomočjo dveh zbiralnih leč premera d . V gorišče prve leče f namestimo zelen oddajnik točno v osi leče. Rdeč oddajnik namestimo na ekscentričnosti e v goriščni ravnini prve leče.

Druga leča preslika vzporedne žarke nazaj v svetle točke v goriščni ravnini. Svetle točke ločimo med sabo zaradi interference žarkov, ki prepotujejo različno dolge poti. Oddaji zelenega in rdečega oddajnika lahko ločimo med sabo pod pogojem, da je razlika poti $l_2-l_1>\lambda/2$ večja od

polovice valovne dolžine:



Podobni trikotniki

$$\frac{e}{f}=\frac{d}{r}$$

Točki razločimo, ko je razlika poti večja od λ/2:

$$l_2-l_1=\sqrt{f^2+(d/2+e)^2}-\sqrt{f^2+(d/2-e)^2}\approx\frac{de}{f}>\frac{\lambda}{2}$$

Pogoj $r<\frac{2d^2}{\lambda}$

Geometrijska optika

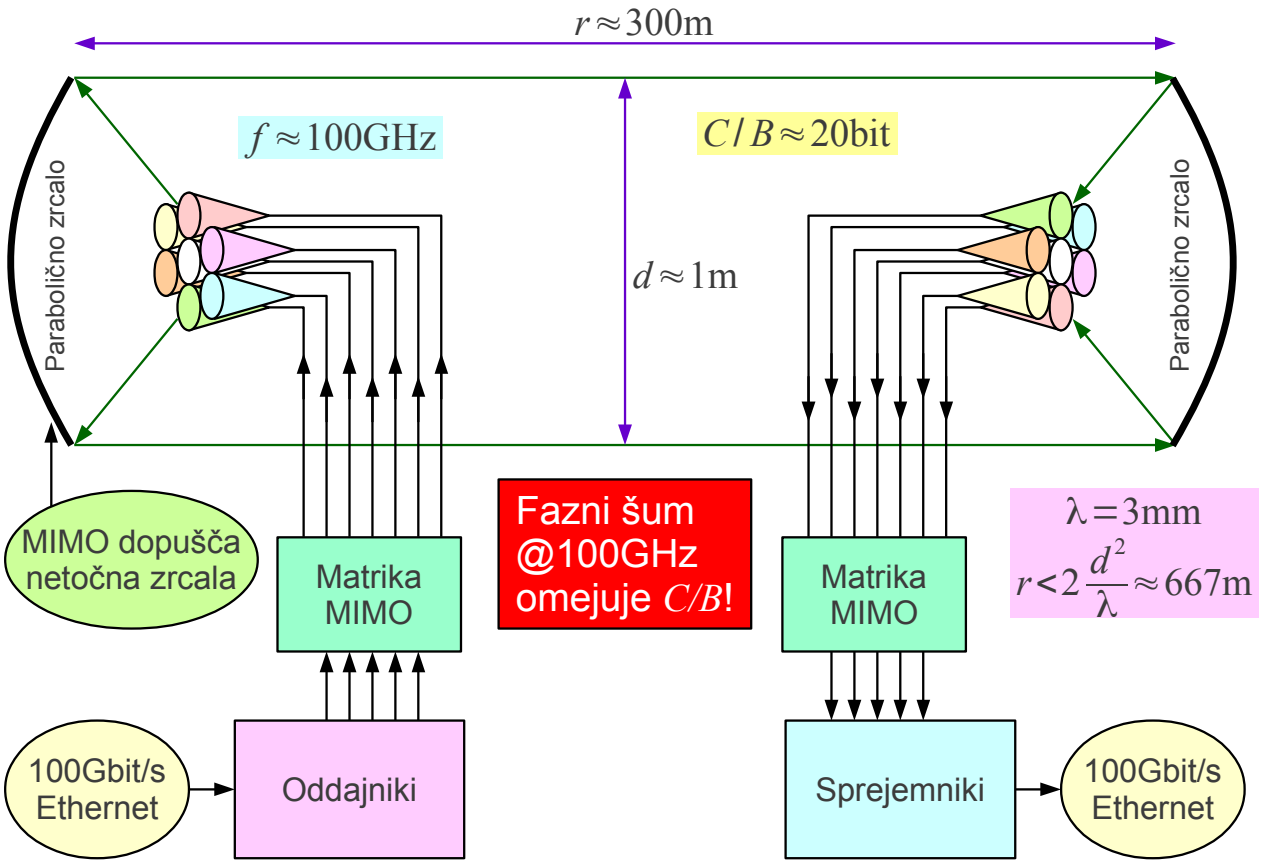
Žal opisana naprava ne deluje na poljubni razdalji r med lečama. Pri majhni razdalji r skoraj vsi žarki zelenega in rdečega oddajnika zadenejo drugo lečo. Pri večanju razdalje r žarek rdečega izmaknjenega oddajnika zgreši drugo lečo premera d. Iz podobnih trikotnikov ugotovimo, da se to zgodi pri Rayleighjevi razdalji $r=2d^2/\lambda$.

V geometrijski optiki v Fresnelovem področju $r<2d^2/\lambda$ si lahko privoščimo opisano "urejeno" večpotje. Slikovne elemente predmeta prestavimo s pomočjo zbiralnih leč oziroma zbiralnih zrcal na točno določena mesta na sliki. Prenos slike z N slikovnimi elementi pomeni N urejenih, vzporednih in med sabo neodvisnih poti za elektromagnetno valovanje.

Glede na zahtevani domet radijske zveze r postane opisani LOS-MIMO smiseln na frekvencah okoli $f\approx100\mathrm{GHz}$. Z uporabo zbiralnih zrcal premera $d\approx1\mathrm{m}$ znaša smiseln domet zveze okoli $r\approx300\mathrm{m}$. Tehnika samodejnega prilagajanja matrik MIMO omogoča, da zbiralna zrcala niso prav natančno usmerjena niti nimajo brezhibne oblike, kot to zahtevamo na nižjih frekvencah. Skoraj vsa moč oddajnikov zadene sprejemno zrcalo, kar pomeni nizko vstavitveno slabljenje zveze in hkrati majhne motnje drugim uporabnikom s podobnimi zvezami.

Na frekvencah okoli $f\approx100\mathrm{GHz}$ fazni šum oddajnikov, sprejemnikov in prenosne poti omejuje izbiro modulacije in z njo skupno spektralno učinkovitost zveze LOS-MIMO na približno $C/B\approx20\mathrm{bit}$. Kljub

opisanim omejitvam je takšna radijska zveza edina zmožna prenašati Ethernet z zmogljivostjo $C = 100\text{Gbit}/s$:



Visokozmogljiva zveza na kratko razdaljo

John William Strutt, tretji Baron Rayleigh je prejel Nobelovo nagrado iz fizike leta 1904 za odkritje prvega žlahtnega plina argona. Ta učbenik se stalno sklicuje na Rayleighjeva odkritja na področju valovanj, predvsem pa na njihovo praktično uporabo danes po skoraj poldrugem stoletju. Smo sploh izkoristili vse možnosti elektromagnetnega valovanja?

* * * * *

ANTENE IN
RAZŠIRJANJE VALOV

Brezvrvična zveza potrebuje poleg primernih električnih oddajnikov in sprejemnikov še pretvorbo vodenega elektromagnetnega valovanja v razširjajoče, ne-vodeno valovanje v prostoru na oddajni strani in obratno na sprejemni strani ter vmesni prostor za razširjanje valovanja. Opisane naloge so področje elektrodinamike.
Pretvornik vodenega valovanja v razširjajoče valovanje v ne-sodelujočem prostoru in obratno največkrat imenujemo antena. Antena je recipročna naprava. Pogosto se uporabljata enaki anteni tako na oddajni kot na sprejemni strani brezvrvične zveze. Glede na široki razpon osrednjih frekvenc oziroma valovnih dolžin, dometov in zmogljivosti brezvrvičnih zvez se uporabne izvedbe anten ter njihove lastnosti močno razlikujejo med sabo. Učbenik se omejuje na praktične izvedbe anten v radijskem delu elektromagnetnega frekvenčnega spektra.
V brezvrvični zvezi vmesni prostor ne sodeluje, torej ne pomaga voditi valovanja kot v vrvični zvezi. Valovanje se v brezvrvični zvezi razširja v prostoru. Pogosto le majhen del moči oddajnika pride do sprejemnika. Povrhu lahko ne-prazen vmesni prostor slabi valovanje zaradi izgub v snovi. Dodaten izvor izgub je uklon valovanja na neprozornih ovirah. Odboj valovanja na ovirah povzroča popačenje in slabljenje večpotja. Z redkimi izjemami (ionosfera v magnetnem polju Zemlje) je ne-sodelujoči vmesni prostor z ovirami recipročen in tedaj je celotna brezvrvična zveza recipročna.
Razvoj anten se po dobrem stoletju radijskih zvez ne ustavlja, pač pa stalne zahteve po višji spektralni in močnostni učinkovitosti brezvrvičnih zvez postavljajo nove in nove zahteve za antene. Hkrati pojavi pri razširjanju valovanja v prostoru ne učinkujejo samo na zmogljivost brezvrvične zveze, pač pa omogočajo nove in nove vrste daljinskega zaznavanja.

KLJUČNA GESLA

elektromagnetika, elektrodinamika, krogelne koordinate, elektromagnetno sevanje, brezvrvična zveza, antene, antenske meritve, žične antene, Huygensov izvor, valovodni lijaki, umetni dielektriki, zbiralna zrcala, skupine anten, polarizacija valovanja, toplotni šum, uklon valovanja, odboj valovanja, RADAR, zemeljsko ozračje, večpotje, presih, MIMO.

M. VIDMAR

Matjaž Vidmar je redni profesor na Fakulteti za elektrotehniko. Njegovo področje dela obsega elektromagnetiko, visokofrekvenčno tehniko, antene in razširjanje valov, optične komunikacije, radijske komunikacije, radiolokacijo, radionavigacijo, avioniko, satelitsko tehniko in radioastronomijo.

ISBN 978-961-243-408-3



ZALOŽBA
FAKULTETE ZA
ELEKTROTEHNIKO